

# Часть 2 ЗАДАЧНИК

# 9



УДК 373.167.1:512

ББК 22.141я721

А45

На учебник получены положительные заключения

Российской академии наук (№ 10106–5215/9 от 31.10.2007)  
и Российской академии образования (№ 01–659/5/7д от 29.10.2007)

Авторы:

А. Г. Мордкович, Л. А. Александрова, Т. Н. Мишустина,  
Е. Е. Тульчинская, П. В. Семенов

Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник для учащихся  
общеобразовательных учреждений / [А. Г. Мордкович,  
Л. А. Александрова, Т. Н. Мишустина и др.]; под ред.  
А. Г. Мордковича. — 12-е изд., испр. — М. : Мнемозина,  
2010. — 223 с. : ил.

ISBN 978-5-346-01421-8

Основная особенность задачника — система упражнений, тщательно вы-  
строенная по степени нарастания трудности. Названия параграфов задачника  
и учебника идентичны. Учебник и задачник прошли широкую эксперимен-  
тальную проверку в школах России.

УДК 373.167.1:512

ББК 22.141я721

Учебное издание

Мордкович Александр Григорьевич,  
Александрова Лидия Александровна,  
Мишустина Татьяна Николаевна и др.

АЛГЕБРА

9 класс

В двух частях

Часть 2

ЗАДАЧНИК

для учащихся общеобразовательных учреждений

Санитарно-эпидемиологическое заключение  
№ 77.99.60.953.Д.003577.04.09 от 06.04.2009.

Формат 60×90<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная № 1.  
Гарнитура «Школьная». Печать офсетная. Усл. печ. л. 14,0.  
Тираж 200 000 экз. Заказ № 29664.

Издательство «Мнемозина». 105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.

Тел.: 8 (499) 367 5418, 367 5627, 367 6781; факс: 8 (499) 165 9218.

E-mail: ioc@mneumozina.ru www.mneumozina.ru

Магазин «Мнемозина»

(розничная и мелкооптовая продажа книг, «КНИГА — ПОЧТОЙ»).  
105043, Москва, ул. 6-я Парковая, 29 б.

Тел./факс: 8 (495) 783 8284; тел.: 8 (495) 783 8285.  
E-mail: magazin@mneumozina.ru

Торговый дом «Мнемозина» (оптовая продажа книг).

Тел./факс: 8 (495) 665 6031 (многоканальный). E-mail: td@mneumozina.ru

Отпечатано в соответствии с качеством предоставленных издательством  
электронных носителей в ОАО «Саратовский полиграфкомбинат».

410004, г. Саратов, ул. Чернышевского, 59. www.sarpk.ru

© «Мнемозина», 1999

© «Мнемозина», 2010, с изменениями

© Оформление. «Мнемозина», 2010

Все права защищены

ISBN 978-5-346-01421-8 (ч. 2)

ISBN 978-5-346-01419-5 (общ.)

## **ПРЕДИСЛОВИЕ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ**

---

Учебно-методический комплект\* для изучения курса алгебры в 9-м классе общеобразовательной школы, выпускаемый издательством «Мнемозина», состоит из следующих элементов:

**Программы. Математика. 5—6 классы. Алгебра. 7—9 классы. Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы / авт.-сост. И. И. Зубарева, А. Г. Мордкович;**

**А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 1. Учебник;**

**А. Г. Мордкович и др. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 2. Задачник;**

**А. Г. Мордкович, П. В. Семенов. Алгебра. 9 класс. Методическое пособие для учителя;**

**Л. А. Александрова. Алгебра. 9 класс. Контрольные работы / Под ред. А. Г. Мордковича;**

**Л. А. Александрова. Алгебра. 9 класс. Самостоятельные работы / Под ред. А. Г. Мордковича;**

**Е. Е. Тульчинская. Алгебра. 9 класс. Блицопрос;**

**В. В. Шеломовский. Электронное сопровождение курса «Алгебра—9» / Под ред. А. Г. Мордковича.**

Обращаем внимание учителя на то, что этот комплект существенно отличается от наших пособий, изданных в период 1997—2006 гг.

У вас в руках вторая книга комплекта — задачник. Выделение в отдельную книгу задачника позволило авторам создать избыточную по объему систему упражнений, обеспечивающую учителю более чем достаточный материал для работы в классе и для домашних заданий без привлечения других источников.

Во всех параграфах упражнения сгруппированы по двум блокам. Первый (до черты) содержит задания двух базовых уровней: устные (полустные) и задания средней трудности (слева от номеров таких

---

\* Более подробную информацию об УМК можно получить на сайтах [www.mnemozina.ru](http://www.mnemozina.ru) и [www.ziimag.narod.ru](http://www.ziimag.narod.ru)

заданий помещен символ о); второй блок (после черты) содержит задания уровня выше среднего или повышенной трудности (слева от номеров таких заданий помещен символ ●). К большинству задач второго, третьего и четвертого уровней приведены ответы. Методы решения упражнений четвертого уровня будут рассмотрены в книге для учителя.

Число заданий в каждом номере унифицировано: либо одно, либо два (а) и б)), либо четыре (а), б), в), г)). Все они однотипны в пределах данного номера, поэтому советуем рассматривать в классе задания а) и б), а для работы дома предлагать задания в) и г).

Каждая глава заканчивается разделом «Домашняя контрольная работа» (в двух вариантах). Мы предполагаем, что эту работу учащиеся будут выполнять постепенно в процессе изучения данной темы и сдавать учителю на проверку по мере готовности.

Не следует стремиться решить с учениками все упражнения. Их чересчур много, это сделано нами сознательно, чтобы у учителей была возможность выбора. Этот выбор диктуется уровнем подготовленности класса и собственными методическими взглядами учителя, а потому имеет заведомо творческий характер.

Последний раздел задачника — Итоговое повторение — очень большой по объему. Он состоит из семи пунктов: числовые выражения, алгебраические выражения, функции и графики, уравнения и системы уравнений, неравенства, текстовые задачи, прогрессии. Его цель — повторить весь курс арифметики и алгебры 5—9-х классов, подготовить учащихся к итоговой аттестации. Каждый пункт этого раздела состоит из двух частей (используется идея структуры единого государственного экзамена по математике): первая часть (до черты) — задания с выбором ответа из четырех предложенных; вторая часть — задания без выбора ответа.

Авторы

# ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

---

1. Найдите значение числового выражения:

а)  $\left(8\frac{7}{12} - 2\frac{17}{36}\right) \cdot 2,7 - 4\frac{1}{3} : 0,65;$

б)  $\left(1\frac{11}{24} + \frac{13}{36}\right) \cdot 1,44 - \frac{8}{15} \cdot 0,5625.$

2. Упростите выражение:

а)  $3x(x - 5) - 5x(x - 3);$       б)  $2y(x - y) + y(3y - 2x).$

3. Решите уравнение:

а)  $2x^2 - x(2x - 5) - 2(2x - 1) - 5 = 0;$

б)  $6x(x + 2) - 0,5(12x^2 - 7x) - 31 = 0.$

4. Докажите тождество

$$(b + c - 2a)(c - b) + (c + a - 2b)(a - c) - (a + b - 2c)(a - b) = 0.$$

Раскройте скобки в выражении, используя формулы сокращенного умножения:

5. а)  $(a + x)^2;$       б)  $(6b - 3)^2;$       в)  $(8x + 3y)^2;$       г)  $(9p - 2q)^2.$

6. а)  $(3a - 1)(3a + 1);$       в)  $(10x^3 - 5y^2)(10x^3 + 5y^2);$   
б)  $(x - 1)(x^2 + x + 1);$       г)  $(m^2 + 2n^3)(m^4 - 2m^2n^3 + 4n^6).$

7. Найдите значение выражения:

а)  $(a - 1)(a - 2) - (a - 5)(a + 3)$  при  $a = -0,8;$

б)  $(m + 3)^2 - (m - 9)(m + 9)$  при  $m = -0,5;$

в)  $(a - 3)(a + 4) - (a + 2)(a + 5)$  при  $a = -\frac{1}{6};$

г)  $(c + 2)^2 - (c + 4)(c - 4)$  при  $c = \frac{3}{16}.$

**8.** Вычислите, используя приемы разложения на множители:

а)  $\frac{910}{137^2 - 123^2};$

в)  $\frac{144^2 - 18^2}{153^2 - 90^2};$

б)  $\frac{63 \cdot 200 - 63 \cdot 38}{144^2 - 18^2};$

г)  $\frac{7,8 \cdot 8,7 + 7,8 \cdot 1,3}{100}.$

Разложите на множители:

**9.** а)  $ax^2 + 3ax;$

б)  $15x^3y^2 + 10x^2y - 20x^2y^3;$

в)  $5a^2b - 6a^2b^2;$

г)  $195c^6p^5 - 91c^5p^6 + 221c^3p^{10}.$

**10.** а)  $ax + bx + ac + bc;$  в)  $9m^2 - 9mn - 5m + 5n;$

б)  $4a + by + ay + 4b;$

г)  $16ab^2 + 5b^2c + 10c^3 + 32ac^2.$

**11.** Докажите, что:

а)  $17^6 + 17^5$  кратно 18; в)  $42^8 + 42^7$  кратно 43;

б)  $3^{17} + 3^{15}$  кратно 90; г)  $2^{23} + 2^{20}$  кратно 72.

**12.** Вычислите, используя приемы разложения на множители:

а)  $2,7 \cdot 6,2 - 9,3 \cdot 1,2 + 6,2 \cdot 9,3 - 1,2 \cdot 2,7;$

б)  $125 \cdot 48 - 31 \cdot 82 - 31 \cdot 43 + 125 \cdot 83;$

в)  $109 \cdot 9,17 - 5,37 \cdot 72 - 37 \cdot 9,17 + 1,2 \cdot 72;$

г)  $19,9 \cdot 18 - 19,9 \cdot 16 + 30,1 \cdot 18 - 30,1 \cdot 16.$

Разложите на множители:

**13.** а)  $m^2 - 49;$

в)  $64p^2 - 81q^2;$

б)  $2a^2c^2 - 18;$

г)  $10x^6 - 10x^4.$

**14.** а)  $c^3 - 64;$

в)  $5a^2 + 10ab + 5b^2;$

б)  $25a^4 - 20a^2b + 4b^2;$

г)  $15a^3 + 15b^3.$

**15.** а)  $x^3 - x^2y - xy^2 + y^3;$

в)  $m^2 - 2n - m - 4n^2;$

б)  $d^2 - 16d + 55;$

г)  $n^2 + 16n + 39.$

Сократите дробь:

**16.** а)  $\frac{6a + 6b}{7a + 7b};$  в)  $\frac{2p - 4q}{16q - 8p};$

б)  $\frac{ma^2 - m^2a}{m^2 - ma};$  г)  $\frac{xy^4 - zy^4}{zy^3 - xy^3}.$

**17.** а)  $\frac{b - 7}{b^2 - 14b + 49};$  в)  $\frac{y^2 - x^2}{x^2 - 2xy + y^2};$

б)  $\frac{125y^3 + 1}{1 - 5y + 25y^2};$  г)  $\frac{4t^2 - 2t + 1}{8t^3 + 1}.$

**18.** а)  $\frac{27^5 - 27^4}{9^8 + 9^7 + 9^6};$  б)  $\frac{8^{11} - 8^{10} - 8^9}{4^{15} - 4^{14} - 4^{13}}.$

Упростите выражение:

**19.** а)  $\frac{1}{x^2} + \frac{x - 2}{x};$  в)  $\frac{3}{x + y} + \frac{5}{x - y};$

б)  $\frac{1 - 5d^2}{d^6} - \frac{d - 5}{d^4} + \frac{1}{d^3};$  г)  $\frac{5c}{6c - 6} - \frac{4c}{3c + 3} + \frac{c^2}{2c^2 - 2}.$

**20.** а)  $\frac{3c + 2}{c^2 - 4c + 4} - \frac{5}{c - 2};$

б)  $\frac{2mn}{m^3 + n^3} + \frac{2m}{m^2 - n^2} - \frac{1}{m - n};$

в)  $\frac{3a(16 - 3a)}{9a^2 - 4} + \frac{3(1 + 2a)}{2 - 3a} - \frac{2 - 9a}{3a + 2};$

г)  $\frac{y^2 + 4}{y^3 + 8} - \frac{1}{y + 2}.$

**21.** а)  $\frac{x^2 - y^2}{3xy} \cdot \frac{3y}{x - y};$  в)  $\frac{x^2 - 10x + 25}{3x + 12} : \frac{2x - 10}{x^2 - 16};$

б)  $\frac{c^2 - 49}{10cd} : \frac{2c + 14}{5d};$  г)  $\frac{t^3 + 8}{12t^2 + 27t} \cdot \frac{4t + 9}{t^2 - 2t + 4}.$

**22.** а)  $\left(\frac{a + b}{a} - \frac{2b}{a + b}\right) \cdot (a + b);$  б)  $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) : \frac{b^2 - a^2}{ab}.$

**23.** а)  $\left(\frac{m}{n^2 - mn} + \frac{n}{m^2 - mn}\right) \cdot \frac{mn}{m + n};$  б)  $\frac{a^2 - 25}{a + 3} \cdot \frac{1}{a^2 + 5a} - \frac{a + 5}{a^2 - 3a}.$

Решите систему уравнений:

24. а)  $\begin{cases} 5x - 3y = 14, \\ 2x + y = 10; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 4x - 7y = 30, \\ 4x - 5y = 90; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 3a + 4b = 55, \\ 7a - b = 56; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} -2a + 3b = 18, \\ 3a + 2b = -1. \end{cases}$

25. а)  $\begin{cases} 4x + 5y = 1, \\ 2x + 2,5y = 5; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 4x - 3y = 12, \\ \frac{4}{3}x - y = 4. \end{cases}$

26. Вычислите:

а)  $5 - \frac{13}{7} \sqrt{1 \frac{27}{169}};$

в)  $4 - \frac{7}{4} \sqrt{5 \frac{11}{49}};$

б)  $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}};$

г)  $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}}.$

27. Вынесите множитель из-под знака корня:

а)  $\sqrt{12};$

в)  $\sqrt{49d};$

б)  $\sqrt{54a^3};$

г)  $\sqrt{8z^2}.$

28. Внесите множитель под знак корня:

а)  $2\sqrt{5};$

в)  $7\sqrt{3a};$

б)  $b\sqrt{3},$  если  $b < 0;$

г)  $-a\sqrt{2},$  если  $a > 0.$

Упростите выражение:

29. а)  $2\sqrt{125} + 2\sqrt{20} - 2\sqrt{80};$  в)  $5\sqrt{12} - 2\sqrt{48} + 2\sqrt{27};$

б)  $\sqrt{9a} - \sqrt{25a} - \sqrt{36a};$  г)  $0,1\sqrt{5m} - \sqrt{0,45m} + 2\sqrt{80m}.$

30. а)  $\sqrt{(\sqrt{7} - 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{7} - 3)^2};$  б)  $\sqrt{(\sqrt{12} - 4)^2} - 2\sqrt{(2 - \sqrt{3})^2}.$

31. а)  $0,4a^2b\sqrt{\frac{25}{a^2b^2}},$  если  $a > 0, b < 0;$

б)  $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^6}{a^2}} - \frac{b}{a}\sqrt{\frac{a^6}{b^2}},$  если  $a < 0, b > 0.$

Упростите выражение:

32. а)  $(2 + \sqrt{6})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$ ;      в)  $(2\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3\sqrt{5})$ ;  
 б)  $(\sqrt{2a} - \sqrt{3b})(\sqrt{2a} + \sqrt{3b})$ ;      г)  $(c + \sqrt{d})(c^2 - c\sqrt{d} + d)$ .

33. а)  $\frac{1 - \sqrt{a}}{2\sqrt{a} - 4} - \frac{3 - \sqrt{a}}{3\sqrt{a} - 6}$ ;      в)  $\frac{1 - a}{4\sqrt{a} + 8\sqrt{b}} \cdot \frac{a + 4\sqrt{ab} + 4b}{3 - 3\sqrt{a}}$ ;  
 б)  $\frac{\sqrt{d} + 2}{\sqrt{cd} + d} - \frac{\sqrt{c} - 3}{\sqrt{cd} + c}$ ;      г)  $\frac{x^2 + x\sqrt{2}}{x^2 + 2} \cdot \left( \frac{x}{x - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{x + \sqrt{2}} \right)$ .

34. а)  $(x^{-2} - y^{-2}) : (x^{-1} - y^{-1})$ ;      в)  $(k - l)^{-2} \cdot (k^{-1} - l^{-1})$ ;  
 б)  $(c^{-2} - d^{-2}) \cdot (d - c)^{-2}$ ;      г)  $(a^{-1} - b^{-1}) : (b^{-3} - a^{-3})$ .

35. Упростите выражение  $\left(1 + \frac{x^{-2n} + y^{-2n}}{x^{-2n} - y^{-2n}}\right)^{-2}$  и найдите его значение при  $x = 3$ ,  $y = \frac{3}{4}$ ,  $n = \frac{1}{2}$ .

Решите уравнение:

36. а)  $2x^2 + 3x + 1 = 0$ ;      в)  $3x^2 + 5x - 2 = 0$ ;  
 б)  $5x^2 - 8x + 3 = 0$ ;      г)  $14x^2 - 5x - 1 = 0$ .

37. а)  $(a^2 - 5)^2 - (2a + 3)^2 = 0$ ;  
 б)  $(3x - 1)(2x - 2) = (x - 4)^2 + 7$ ;  
 в)  $(d^2 - 13)^2 - (d - 77)^2 = 0$ ;  
 г)  $2x - (x + 1)^2 = 3x^2 - 5$ .

38. Разложите на множители:

а)  $x^2 - 17x + 60$ ;      в)  $2x^2 - 297x + 295$ ;  
 б)  $3x^2 + 35x - 38$ ;      г)  $x^2 + 26x + 105$ .

39. Сократите дробь:

а)  $\frac{3x^2 - 10x + 3}{x^2 - 9}$ ;      в)  $\frac{2x^2 - 9x + 4}{x^2 - 16}$ ;  
 б)  $\frac{5x^2 + x - 4}{x^2 + x}$ ;      г)  $\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9}$ .

Решите уравнение:

40. а)  $\frac{2}{x} + \frac{10}{x^2 - 2x} = \frac{1 + 2x}{x - 2}$ ; в)  $\frac{5}{x - 2} + 1 = \frac{14}{x^2 - 4x + 4}$ ;  
б)  $\frac{2}{x^2 - 3x} - \frac{1}{x + 3} = \frac{12}{x^3 - 9x}$ ; г)  $\frac{1}{x} - \frac{10}{x^2 - 5x} = \frac{x - 3}{5 - x}$ .
41. а)  $x^4 - 17x^2 + 16 = 0$ ; в)  $9x^4 - 40x^2 + 16 = 0$ ;  
б)  $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$ ; г)  $x^6 - 7x^3 - 8 = 0$ .

Решите следующие задачи (выделяя три этапа математического моделирования).

42. Пешеход рассчитывал, что, двигаясь с определенной скоростью, намеченный путь он пройдет за 1,2 ч. Но он шел со скоростью, превышающей запланированную на 1 км/ч, поэтому прошел путь за 1 ч. Найдите длину пути.
43. Расстояние по реке между пунктами  $A$  и  $B$  равно 45 км. Одновременно из них навстречу друг другу вышли две моторные лодки, собственные скорости которых равны. Через 1,5 ч они встретились. Найдите собственную скорость лодок.
44. Из города  $A$  в город  $B$  выехал велосипедист. Спустя 44 мин вслед за ним выехал мотоциклист, скорость которого на 30 км/ч больше скорости велосипедиста. Через 36 мин после своего выезда мотоциклист, обогнав велосипедиста, был на расстоянии 7 км от него. Найдите скорость велосипедиста.
45. Расстояние между пунктами  $A$  и  $B$  грузовой автомобиль должен был преодолеть за 3 ч. Первые 2 ч он ехал с намеченной скоростью, а затем увеличил ее на 10 км/ч и поэтому в конечный пункт прибыл на 12 мин раньше, чем предполагалось. Найдите первоначальную скорость автомобиля.
46. На одно платье и три сарафана пошло 9 м ткани, а на три таких же платья и пять таких же сарафанов — 19 м ткани. Сколько ткани требуется на одно платье и на один сарафан?
47. Велосипедист проехал 15 км с определенной скоростью и еще 6 км со скоростью на 3 км/ч меньше первоначальной. На весь путь он затратил 1,5 ч. Найдите скорости велосипедиста, с которыми он ехал.
48. Расстояние между пунктами  $A$  и  $B$  по реке равно 2 км. Лодка совершает путь из  $A$  в  $B$  и обратно за 35 мин. Найдите собственную скорость лодки.

дите скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 1 км/ч.

49. Завод по плану должен был к определенному сроку изгото- вить 180 станков. Перевыполняя дневную норму на 2 станка, завод выполнил задание на 1 день раньше срока. За сколько дней завод выполнил план?
50. При испытании новых двигателей было установлено, что первый израсходовал 320 г горючего, а второй — 270 г. Первый двигатель расходовал в час на 2 г горючего меньше, чем второй, и подвергался испытаниям на 5 ч больше. Опре- делите расход горючего в час для каждого двигателя.
51. Груз массой 30 т планировалось перевезти машиной опреде- ленной грузоподъемности. Однако для перевозки удалось ис- пользовать машину, грузоподъемность которой на 2 т боль- ше, чем предполагалось, поэтому полностью загруженной машиной было сделано на 4 рейса меньше, чем намечалось. За сколько рейсов был перевезен груз?
52. Токарь должен был изготавливать по 24 детали в день, чтобы выполнить задание в срок. Однако он делал в день на 15 дета- лей больше и уже за 6 дней до срока изготовил 21 деталь сверх плана. Сколько деталей изготавливал токарь?
53. В двух школах поселка 1500 учащихся. Через год число уча- щихся первой школы увеличилось на 10 %, а второй — на 20 %, в результате общее число учащихся стало равным 1720. Сколько учащихся было в каждой школе первоначально?
54. Швея получила заказ сшить 60 сумок к определенному сро- ку. Она шила в день на 2 сумки больше, чем планирова- лось, поэтому уже за 4 дня до срока ей осталось сшить только 4 сумки. Сколько сумок в день шила швея?
55. Из города  $A$  в город  $B$ , расстояние между которыми 120 км, одновременно выехали два велосипедиста. Скорость первого на 3 км/ч больше скорости второго, поэтому он прибыл в город  $B$  на 2 ч раньше. Определите скорости велосипедистов.
56. Из города  $A$  в город  $B$ , расстояние между которыми равно 30 км, выехал грузовик. Через 10 мин вслед за ним отпра- вился легковой автомобиль, скорость которого на 20 км/ч больше скорости грузовика. Найдите скорость легкового автомобиля, если известно, что он приехал в город  $B$  на 5 мин раньше грузовика.

57. Два туриста одновременно выехали из пунктов  $A$  и  $B$  на встречу друг другу. Расстояние между  $A$  и  $B$  равно 50 км. Встретившись через час, туристы продолжили путь с той же скоростью. Первый прибыл в  $B$  на 50 мин раньше, чем второй в  $A$ . Определите, с какой скоростью ехал каждый из них.
58. Катер должен был пройти 36 км за определенный срок, но был задержан с отправлением на 18 мин, а потому, чтобы прибыть вовремя, шел со скоростью на 6 км/ч большей, чем полагалось по расписанию. С какой скоростью шел катер?
59. Периметр прямоугольного треугольника равен 84 см, а его гипotenуза равна 37 см. Найдите площадь этого треугольника.

**§ 1. ЛИНЕЙНЫЕ И КВАДРАТНЫЕ НЕРАВЕНСТВА**

**1.1.** Является ли данное число  $a$  решением данного неравенства:

- а)  $2x - 5 > 9$ ;  $a = -1$ ,  $a = 3$ ;
- б)  $2 - 6x < -10$ ;  $a = -2$ ,  $a = 4$ ;
- в)  $7 - 3x < 13$ ;  $a = -15$ ,  $a = 4$ ;
- г)  $4x + 5 > 17$ ;  $a = -2$ ,  $a = 5$ ?

Решите неравенство:

- 1.2.** а)  $4a - 11 < a + 13$ ;      в)  $8b + 3 < 9b - 2$ ;  
 б)  $6 - 4c > 7 + 6c$ ;      г)  $3 - 2x < 12 - 5x$ .

**1.3.** а)  $\frac{5 - a}{3} - \frac{3 - 2a}{5} < 0$ ;      в)  $\frac{x + 7}{4} > \frac{5 + 4x}{3}$ ;

б)  $\frac{b + 4}{2} + \frac{13 - 4b}{5} < 0$ ;      г)  $\frac{6 - y}{7} < \frac{y + 6}{5}$ .

- 1.4.** а)  $a(a - 2) - a^2 > 5 - 3a$ ;  
 б)  $y(5y - 4) - 5y(y + 4) \geq 96$ ;  
 в)  $3x(3x - 1) - 9x^2 \leq 2x + 6$ ;  
 г)  $7c(c + 2) - c(7c - 1) < 3$ .

- 1.5.** а)  $x^2 - 6x - 7 \geq 0$ ;      в)  $-x^2 + 6x - 5 < 0$ ;  
 б)  $-x^2 - 2x + 8 > 0$ ;      г)  $x^2 + 2x - 48 \leq 0$ .

- 1.6.** а)  $4x^2 + 4x - 3 \geq 0$ ;      в)  $6x^2 - 7x - 20 \leq 0$ ;  
 б)  $12x^2 + x - 1 < 0$ ;      г)  $15x^2 - 29x - 2 > 0$ .

- 1.7.** а)  $3x^2 + x + 2 > 0$ ;      в)  $5x^2 - 2x + 1 < 0$ ;  
 б)  $-3x^2 + 2x - 1 \geq 0$ ;      г)  $-7x^2 + 5x - 2 \leq 0$ .

○1.8. Решите неравенство:

- а)  $4x^2 - 12x + 9 > 0$ ;      в)  $16x^2 - 40x + 25 \geq 0$ ;  
б)  $25x^2 + 40x + 16 \leq 0$ ;      г)  $9x^2 + 12x + 4 < 0$ .

При каких значениях  $x$  имеет смысл выражение:

- 1.9. а)  $\sqrt{12x - 6}$ ;    б)  $\sqrt{9 - 2x}$ ;    в)  $\sqrt{3x + 4,5}$ ;    г)  $\sqrt{13 - 5x}$ ?

Найдите область определения выражения  $f(x)$ :

- 1.10. а)  $\sqrt{3x^2 + 28x + 9}$ ;      в)  $\sqrt{2x^2 + 7x - 9}$ ;  
б)  $\sqrt{5x - x^2 + 6}$ ;      г)  $\sqrt{21 - 4x - x^2}$ .

- 1.11. а)  $\frac{1}{\sqrt{4 - 2x}}$ ;    б)  $\sqrt{(3 + x)^{-1}}$ ;    в)  $\frac{10}{\sqrt{-x - 5}}$ ;    г)  $\sqrt{(2x - 6)^{-1}}$ .

- 1.12. а)  $\frac{1}{\sqrt{x^2 - 18x + 77}}$ ;      в)  $\frac{1}{\sqrt{x^2 + 9x - 36}}$ ;  
б)  $\sqrt{(10x^2 - 11x - 6)^{-1}}$ ;      г)  $\sqrt{(12x^2 + 13x - 4)^{-1}}$ .

- 1.13. а)  $\frac{1}{\sqrt{-a^2 - a + 2}}$ ;      в)  $\sqrt{\frac{7}{14 - 2c^2 - 3c}}$ ;  
б)  $\sqrt{(-b^2 + 3b + 4)^{-1}}$ ;      г)  $\sqrt{(-3y^2 + 10y - 3)^{-1}}$ .

- 1.14. а)  $\sqrt{(3 - x)(x + 7)}$ ;      в)  $\sqrt{(t + 4)(9 + t)}$ ;  
б)  $\sqrt{\frac{1}{(y - 4)(3y + 5)}}$ ;      г)  $\frac{-5}{\sqrt{(2z - 1)(-z - 3)}}$ .

○1.15. При каких значениях параметра  $p$  квадратное уравнение  $3x^2 - 2px - p + 6 = 0$ :

- а) имеет два различных корня;  
б) имеет один корень;  
в) не имеет корней;  
г) имеет хотя бы один корень?

○1.16. Являются ли равносильными заданные неравенства:

- а)  $x - 2 > 0$  и  $x^2 - 4 > 0$ ;  
б)  $2x + 1 \leq -5$  и  $x^2 + 8x + 15 \leq 0$ ;  
в)  $x \leq 3$  и  $x^2 - 3x \leq 0$ ;  
г)  $3x - 2 > 10$  и  $x^2 - 14x + 40 < 0$ .

Решите неравенство:

- 1.17. а)  $|x| < 5$ ;      в)  $|7x| \leq 21$ ;  
б)  $|x - 2| \leq 3$ ;      г)  $|x + 3| < 4$ .

- 1.18. а)  $|4x| \geq 6$ ;      в)  $\left|\frac{1}{6}x\right| > 3$ ;  
б)  $|x - 1| > 8$ ;      г)  $|x + 4| \geq 5$ .

- 1.19. а)  $|1 - x| > 2$ ;      в)  $|3 - x| \geq 3$ ;  
б)  $|-2 - x| \leq 4$ ;      г)  $|-5 - x| < 7$ .
- 

Решите неравенство:

- 1.20. а)  $2x^2 + x < 2$ ;      в)  $x^2 - 4x + 2 \geq 0$ ;  
б)  $3 - x^2 \leq x$ ;      г)  $x + 1 > x^2$ .

- 1.21. а)  $\frac{x-1}{2} + \frac{x^2+x-4}{4} > \frac{0,5x^2+1}{3}$ ;  
б)  $\frac{x^2-5}{6} + \frac{x+1}{3} \geq 2$ ;  
в)  $\frac{x^2+3x}{8} < \frac{x-1}{4} + \frac{3-2x}{2}$ ;  
г)  $\frac{x^2+1}{15} + 3x > \frac{7x-3}{3}$ .

- 1.22. а)  $|4x+3| > 5$ ;      в)  $|3 - 2x| \geq 9$ ;  
б)  $6 - |3x+1| > 0$ ;      г)  $4 - |3 + 2x| \leq 0$ .

- 1.23. Найдите, при каких значениях параметра  $p$  уравнение  $(p+4)x^2 + 2px + 2 = 0$  имеет:  
а) один корень; б) два корня; в) хотя бы один корень.
- 1.24. Найдите такое целочисленное значение параметра  $p$ , при котором во множестве решений неравенства  $(x+2)(p-x) \geq 0$  содержатся:  
а) четыре целых числа;      в) два целых числа;  
б) два натуральных числа;      г) одно целое число.
- 1.25. Найдите такое натуральное значение параметра  $p$ , при котором во множестве решений неравенства  $(7-x)(p-x) < 0$ :  
а) содержатся три натуральных числа;  
б) не содержится ни одного целого числа.

• 1.26. Найдите такое натуральное значение параметра  $p$ , при котором во множестве решений неравенства  $(x - 8)(p + x) \leq 0$  содержатся:

- а) десять целых чисел;
- б) два отрицательных целых числа;
- в) четыре целых неположительных числа;
- г) только положительные целые числа.

## § 2. РАЦИОНАЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА

Решите неравенство:

- 2.1. а)  $(x + 2)(x + 3) > 0$ ;      в)  $\left(x - \frac{1}{4}\right)(x + 4) > 0$ ;
- б)  $(x + 3)(x - 0,5) < 0$ ;      г)  $\left(x - \frac{4}{9}\right)\left(x - \frac{1}{3}\right) < 0$ .
  
- 2.2. а)  $t(t - 1) < 0$ ;      в)  $t(t + 3) > 0$ ;
- б)  $t\left(t - \frac{1}{4}\right)(t - 12) \geq 0$ ;      г)  $t(t + 8)(t - 1,2) \leq 0$ .
  
- 2.3. а)  $x^2 - x > 0$ ;      в)  $x^2 - 3x \geq 0$ ;
- б)  $2x + x^2 \leq 0$ ;      г)  $5x + x^2 < 0$ .
  
- 2.4. а)  $x^2 - 4 > 0$ ;      в)  $x^2 - 25 \geq 0$ ;
- б)  $x(x^2 - 9) \leq 0$ ;      г)  $x(x^2 - 64) < 0$ .
  
- 2.5. а)  $a^2 > 225$ ;      б)  $\frac{1}{9}z^2 < 0$ ;      в)  $b^2 \leq 16$ ;      г)  $\frac{1}{4}c^2 \geq 1$ .
  
- 2.6. а)  $(x + 2)(x + 4)(x - 1) > 0$ ;
- б)  $(x - 3)(5x - 6)(x + 6) < 0$ ;
- в)  $(x - 2)(x + 3)(x + 1) < 0$ ;
- г)  $(x + 5)(4x + 1)(x - 3) > 0$ .
  
- 2.7. а)  $(x - 4)(3x^2 + x) > 0$ ;
- б)  $(2x + 3)(x^2 - 1) \leq 0$ ;
- в)  $(x + 5)(2x - x) \geq 0$ ;
- г)  $(4x - 1)(x^2 - 4) < 0$ .

Решите неравенство:

○2.8. а)  $(2 - x)(3x + 1)(2x - 3) > 0;$

б)  $(2x + 3)(1 - 2x)(x - 1) \leq 0;$

в)  $(3x - 2)(x - 4)(3 - 2x) < 0;$

г)  $(x + 7)(4x + 3)(5 - 2x) \geq 0.$

○2.9. а)  $\frac{x(x - 2)}{x + 3} > 0;$       б)  $\frac{x(x + 1)}{x - 9} > 0;$

б)  $\frac{x^2 + 6x}{x - 2} \leq 0;$       г)  $\frac{x - 5}{x^2 + 7x} \leq 0.$

○2.10. а)  $\frac{3x - 2}{2x - 3} > 3;$       б)  $\frac{7x - 4}{x + 2} \geq 1;$

б)  $\frac{x + 3}{x - 2} < 1;$       г)  $\frac{7x - 5}{x + 5} < 7.$

○2.11. а)  $x^2 + 4x + 3 \leq 0;$       б)  $-x^2 - 10 \leq 7x;$

б)  $8 - 2x \geq x^2;$       г)  $x^2 - 6x + 5 \geq 0.$

○2.12. а)  $x^2 + 6x + 9 \geq 0;$       б)  $49x^2 + 14x + 1 \leq 0;$

б)  $-4x^2 + 20x > 25;$       г)  $-x^2 + 8x \geq 16.$

○2.13. а)  $4x^2 + x + 1 > 0;$       б)  $3x^2 + 4 < x;$

б)  $7x^2 + 3 \leq 2x;$       г)  $5x^2 + 6x + 13 \geq 0.$

○2.14. а)  $-2x^2 + x - 3 < 0;$       б)  $-6x^2 + 5x - 8 > 0;$

б)  $-4x^2 + x - 1 \geq 0;$       г)  $-3x^2 + 4x - 5 \leq 0.$

---

2.15. а)  $(2 - 3x)(3x + 2)(5 + 3x)(2x - 3) > 0;$

б)  $(2x + 1)(1 - 2x)(x - 1)(2 - 3x) > 0;$

в)  $(3x - 2)(5 - x)(x + 1)(2 - x) < 0;$

г)  $(2x + 5)(4x + 3)(7 - 2x)(x - 3) < 0.$

2.16. а)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 - 9} \geq 0;$       б)  $\frac{x^2 - 169}{x^2 - 100} \leq 0;$

б)  $\frac{x(x^2 - 16)}{x^2 - 9} \leq 0;$       г)  $\frac{x^2 - 49}{x(x^2 - 144)} > 0.$

Решите неравенство:

**2.17.** а)  $x^3 - 64x > 0$ ;      в)  $x^3 \geq x$ ;

б)  $x^3 \leq 2x$ ;      г)  $x^3 - 10x < 0$ .

**2.18.** а)  $\frac{(x-1)(3x-2)}{5-2x} > 0$ ;      в)  $\frac{(x+1)(x+2)(x+3)}{(2x-1)(x+4)(3-x)} \leq 0$ ;

б)  $\frac{(2x+3)(2x+1)}{(x-1)(x-4)} \geq 0$ ;      г)  $\frac{7-x}{(3x-2)(2x+1)(x-4)} < 0$ .

**2.19.** а)  $x + \frac{8}{x} \leq 6$ ;      в)  $x + \frac{3}{x} \leq -4$ ;

б)  $x + \frac{2}{x} \geq 3$ ;      г)  $x - \frac{8}{x} > 2$ .

**2.20.** а)  $(x - 1)(x^2 - 3x + 8) < 0$ ;

б)  $(x + 5)(x^2 + x + 6) \geq 0$ ;

в)  $(x - 7)(-x^2 - 3x - 18) > 0$ ;

г)  $(x + 1,2)(x^2 + 5x + 14) \leq 0$ .

**2.21.** а)  $x^2(x - 9) > 0$ ;      в)  $x^2(x + 3) > 0$ ;

б)  $(x + 2)^2(x + 4) \leq 0$ ;      г)  $(x - 1)^2(x - 5) \leq 0$ .

**2.22.** а)  $(x - 1)^2(x^2 + 4x - 12) < 0$ ;

б)  $(x + 2)(x^2 - 6x - 16) > 0$ ;

в)  $(x + 3)^2(x^2 - 10x + 21) \geq 0$ ;

г)  $(x - 1)(x^2 - 7x + 6) \geq 0$ .

**2.23.** а)  $(x^2 + 4x + 4)(6x - x^2 + 7) < 0$ ;

б)  $(x + 3)^3(3x - 2 - x^2) \geq 0$ ;

в)  $(x^2 - 6x + 9)(6 - 5x - x^2) > 0$ ;

г)  $(x - 4)^3(7x - x^2 - 10) \leq 0$ .

**2.24.** а)  $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 35} > 0$ ;      в)  $\frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 + 9x + 8} < 0$ ;

б)  $\frac{x^2 - 4x + 12}{9 - x^2} < 0$ ;      г)  $\frac{x^2 + 7x + 12}{25 - x^2} > 0$ .

Решите неравенство:

**2.25.** а)  $\frac{2x^2 + 18x - 4}{x^2 + 9x + 8} > 2$ ;      в)  $\frac{1 - x^2}{x^2 + 2x - 8} \geq -1$ ;

б)  $\frac{2x^2 + x - 16}{x^2 + x} \leq 1$ ;      г)  $\frac{x^2 + 3x + 10}{x^2 - 9} < 2$ .

**2.26.** а)  $\frac{x^2 - 14x + 49}{5x^2 - 15x} \leq 0$ ;      в)  $\frac{3x^2 + 12x}{x^2 + 10x + 25} \geq 0$ ;

б)  $\frac{16 - 9x^2}{4x^2 - 4x + 1} \geq 0$ ;      г)  $\frac{9x^2 + 6x + 1}{25 - x^2} \leq 0$ .

**2.27.** а)  $(x^2 + x + 2)(x - 4) < 0$ ;  
 б)  $(2x^2 - 5x + 2)(x^2 - x + 1) \geq 0$ ;  
 в)  $(x + 8)(x^2 + 2x + 5) > 0$ ;  
 г)  $(3x^2 + 10x + 3)(x^2 + 3x + 4) \leq 0$ .

**2.28.** а)  $\frac{x^2 + x + 1}{x + 7} < 0$ ;      в)  $\frac{6 - x}{x^2 + 2x + 5} \geq 0$ ;

б)  $\frac{9 - 4x^2}{2x^2 + x + 1} \leq 0$ ;      г)  $\frac{3x^2 - 2x + 1}{5x^2 - x} \leq 0$ .

**2.29.** а)  $\frac{x^3 + x^2 + x}{9x^2 - 25} \geq 0$ ;      в)  $\frac{x^4 + x^2 + 1}{x^2 - 4x - 5} < 0$ ;

б)  $\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x + 8} \leq 0$ ;      г)  $\frac{x^4 - 2x^2 - 8}{x^2 + x + 1} < 0$ .

**2.30.** При каких значениях  $x$  имеет смысл выражение:

а)  $\sqrt{\frac{2x + 4}{x^2 + 8x - 48}}$ ;      в)  $\sqrt{\frac{x^2 + 7x + 10}{6 - x}}$ ;

б)  $\sqrt{\frac{14 - x^2 + 5x}{x + 2}}$ ;      г)  $\sqrt{\frac{x - 3}{x^2 + 5x - 24}}$ ?

**2.31.** Найдите область определения выражения:

а)  $\sqrt{\frac{x^2 - 9}{x^2 - 5x + 6}}$ ;      в)  $\sqrt{\frac{2 - x - x^2}{x^2 - 4}}$ ;

б)  $\sqrt{\frac{2x^2 - 5x + 2}{5x - 6 - x^2}}$ ;      г)  $\sqrt{\frac{3x^2 + 10x + 3}{x^2 + 8x + 15}}$ .

Решите неравенство:

**2.32.** а)  $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} > \frac{3}{x+2}$ ;      в)  $\frac{x+1}{x-2} > \frac{-3}{x-2} - \frac{1}{2}$ ;  
б)  $\frac{2}{x-1} - \frac{1}{x+1} > -3$ ;      г)  $\frac{x-4}{x-3} > \frac{x-3}{x-4}$ .

**2.33.** а)  $(16 - x^2)(x^2 + 4)(x^2 + x + 1)(x^2 - x - 12) \leq 0$ ;  
б)  $\frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} \leq \frac{1-2x}{x^2-1}$ ;  
в)  $(x^2 + 12x + 35)(2x + 10)(x^2 + 14x + 49) > 0$ ;  
г)  $4 - \frac{x}{5-x} + \frac{3x}{x^2-25} < 4$ .

**2.34.** Укажите целые решения неравенства:

а)  $-4x^2 + 15x + 4 > 0$ ;      в)  $2x^2 - 7x + 3 \leq 0$ ;  
б)  $\frac{2x+7}{x-1} \leq 0$ ;      г)  $\frac{x+2}{22-4x} > 0$ .

**2.35.** Дано выражение  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x(x-2)^2(x+1)^3(x+5)$ .  
Найдите значения переменной, при которых:

а)  $f(x) > 0$ ;      в)  $f(x) \geq 0$ ;  
б)  $f(x) < 0$ ;      г)  $f(x) \leq 0$ .

**2.36.** Дано выражение  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \frac{(x+2)^2(x-1)(2x+3)}{x(2x+1)}$ .

Найдите значения переменной, при которых:

а)  $f(x) > 0$ ;      в)  $f(x) \geq 0$ ;  
б)  $f(x) < 0$ ;      г)  $f(x) \leq 0$ .

**•2.37.** Найдите такое целое значение параметра  $p$ , при котором множество решений неравенства  $x^2(x+2)(p-x) \geq 0$  содержит:

а) два целых числа;      в) три целых числа;  
б) четыре целых числа;      г) пять целых чисел.

### § 3. МНОЖЕСТВА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

- 3.1.** Множество задано словесным описанием. Задайте это множество, перечислив его элементы:
- цифры, которые больше 5;
  - целые отрицательные числа, которые больше  $-7$ ;
  - четыре последние буквы русского алфавита;
  - различные цифры года рождения и года гибели М. Ю. Лермонтова.
- 3.2.** Множество задано перечислением своих элементов. Приведите какое-нибудь его словесное описание:
- $\{0, 2, 4, 6, 8\}$ ;
  - $\{3, 6, 9, \dots, 27, 30\}$ ;
  - $\{2, 3, 5, 7\}$ ;
  - $\{A, B, C, D, \dots, X, Y, Z\}$ .
- 3.3.** Запишите заданное множество в виде числового промежутка:
- $\{x \mid -13 - 3x \geq 0\}$ ;
  - $\{x \mid x^2 - 1 < 0\}$ ;
  - $\left\{ x \left| \frac{5-x}{1+x} > 1 \right. \right\}$ ;
  - $\left\{ x \left| \frac{(x^2 - 6x + 10)(x + 2)}{(x^2 + 1)(4 - x)} \geq 0 \right. \right\}$ .
- 3.4.** Верно ли, что:
- $-5 \in N$ ;
  - $-5 \in Z$ ;
  - $\sqrt{2} \in Q$ ;
  - $2,(45) \in Q$ ?
- 3.5.** Докажите, что заданное множество состоит из одного числа (элемента), и найдите это число:
- $\{x \mid x^2 \leq 0\}$ ;
  - $\{x \mid 41\sqrt{x} \leq 0\}$ ;
  - $\{x \mid x^2 + 18x \leq -81\}$ ;
  - $\{x \mid x^2 + 16 \leq 8x\}$ .
- 3.6.** Верно ли, что:
- $0,7 \in \{x \mid x^2 - 1 < 0\}$ ;
  - $-7 \in \{x \mid x^2 + 16x \leq -64\}$ ;
  - $-0,999 \in \left\{ x \left| \frac{5-x}{1+x} > 1 \right. \right\}$ ;
  - $1,001 \in \left\{ x \left| \frac{x^2 - 6x + 5}{4 - x} \leq 0 \right. \right\}$ ?

- 3.7. а) Решите уравнение  $x(x^2 + 19) + 6 = (2x + 3)(3x + 2) - x^2$ .  
 б) Запишите множество  $M$  корней этого уравнения, перечислив его элементы в порядке возрастания.  
 в) Запишите все возможные способы перечисления элементов множества  $M$ .  
 г) Сколько всего имеется способов перечисления элементов множества  $M$ ?

3.8. Дано множество  $\{-8, 1; \sqrt{2}; \frac{17}{7}\}$ . Перечислите все его подмножества, состоящие из двух чисел:

- а) разного знака;
- б) положительных;
- в) рациональных;
- г) среди которых есть иррациональное число.

3.9. Дано множество  $A = \{k, l, w\}$ . Перечислите все его подмножества, состоящие:

- а) из одного элемента;
- б) из двух элементов;
- в) более чем из одного элемента;
- г) из элементов, среди которых есть буквы как русского, так и латинского алфавита.

3.10. Даны три множества  $A = \{1, 2, 3, \dots, 37\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ ,  $C = \{4, 8, 12, 16, \dots, 36\}$ . Верно ли, что:  
 а)  $A \subset B$ ;    б)  $B \subset C$ ;    в)  $C \subset A$ ;    г)  $C \subset B$ ?

3.11. На числовой прямой изобразите следующие промежутки:  
 $A = (-\sqrt{2}; 1)$ ,  $B = [0; 1,9)$ ,  $C = \left[-1,5; \frac{200}{101}\right]$ . Верно ли, что:  
 а)  $A \subset B$ ;    в)  $C \subset A$ ;  
 б)  $B \subset C$ ;    г)  $A \subset C$ ?

○3.12. Найдите пересечение  $A \cap B$  множеств  $A$  и  $B$ :

- а)  $A$  — множество всех натуральных чисел, кратных 10,  $B = \{1, 2, 3, \dots, 41\}$ ;
- б)  $A$  — множество всех нечетных целых чисел,  $B = \{0, 3, 6, 9, \dots, 21\}$ ;
- в)  $A = \{-11, -10, -9, \dots, -1, 0, 1, \dots, 9\}$ ,  $B$  — множество целых чисел, кратных 10;
- г)  $A$  — множество четных чисел,  $B$  — множество простых чисел.

Даны числовые промежутки:  $A = (0; 1)$ ,  $B = [-0,5; 0,9]$ ,  $C = [-1; 1]$ ,  $D = (0,1; 1,1]$ . Изобразите на числовой прямой множества:

○3.13. а)  $A \cap B$ ; б)  $B \cap C$ ; в)  $A \cap B \cap D$ ; г)  $A \cap B \cap C \cap D$ .

○3.14. а)  $A \cup B$ ; б)  $A \cup D$ ; в)  $B \cup D$ ; г)  $A \cup B \cup C \cup D$ .

○3.15. Даны множества:  $A = \{a, b, c, d\}$ ,  $B = \{c, d, e, f\}$ ,  $C = \{c, e, g, k\}$ .

Найдите множество:

а)  $(A \cap B) \cap C$ ; в)  $(A \cup B) \cap C$ ;

б)  $(A \cap B) \cup C$ ; г)  $(A \cup B) \cup C$ .

---

3.16. а) Найдите все натуральные числа, кубы которых — трехзначные числа;

б) запишите множество  $M$  таких трехзначных чисел, перечислив их в порядке убывания;

в) запишите множество  $A$  последних цифр элементов множества  $M$ , перечислив их в порядке возрастания;

г) сколькими способами можно перечислить различные между собой вторые цифры чисел из множества  $M$ ?

3.17. Запишите заданное множество в виде числового промежутка:

а)  $\{x \mid 3(x + 1) - x^2 > 5\}$ ; б)  $\{x \mid 18(x^2 + 1) \leq -85x\}$ .

●3.18. В записи « $* \in \{4, \Delta, 9\}$ » вместо значков  $*$  и  $\Delta$  можно поставить любые цифры, меньшие 3. Будут получаться различные утверждения:  $0 \in \{4, 0, 9\}$ ,  $1 \in \{4, 2, 9\}$  и т. п.

а) Сколько получится утверждений, в которых на первом месте стоит цифра 2?

б) Сколько получится утверждений, в которых на месте  $\Delta$  стоит положительная цифра?

в) Сколько всего утверждений получится?

г) Какую часть из всех утверждений составляют верные утверждения?

●3.19. Известно, что  $a, b, c, d$  — попарно различные числа. В записи « $* \square \{\Delta, c, d\}$ » на места  $*$  и  $\Delta$  можно поставить числа  $a$  или  $b$ , а на место  $\square$  можно поставить знак  $\in$  или знак  $\notin$ . Будут получаться различные утверждения.

а) Сколько получится утверждений, в которых нет числа  $b$ ?

б) Сколько получится утверждений, в которых использован знак  $\notin$ ?

в) Сколько всего утверждений получится?

г) Какую часть из всех утверждений составляют неверные утверждения, начинающиеся с числа  $a$ ?

**3.20.** Даны три числовых промежутка:

$$A = (7,7; 11), B = [\sqrt{97}; \sqrt{167}], C = (\sqrt{101}; 13).$$

Найдите множества:

- а)  $(A \cap B) \cap C$ ;      в)  $(A \cup B) \cap C$ ;  
б)  $(A \cap B) \cup C$ ;      г)  $(A \cup B) \cup C$ .

Решите задачи, используя круги (диаграммы) Эйлера:

- 3.21.** Множество  $A$  состоит из 99 элементов, множество  $B$  — из 199 элементов, а множество  $A \cap B$  — из 73 элементов. Сколько элементов: а) принадлежит множеству  $A$ , но не принадлежит множеству  $B$ ; б) принадлежит множеству  $B$ , но не принадлежит множеству  $A$ ; в) принадлежит множеству  $A \cup B$ ?
- 3.22.** На школьной спартакиаде каждый из 25 учеников 9-го класса выполнил норматив или по бегу, или по прыжкам в высоту. Оба норматива выполнили 7 учеников, а 11 учеников выполнили норматив по бегу, но не выполнили норматив по прыжкам в высоту. Сколько учеников выполнили норматив: а) по бегу; б) по прыжкам в высоту; в) по прыжкам в высоту при условии, что не выполнен норматив по бегу?
- **3.23.** По плану застройки участок площадью  $1500 \text{ м}^2$  состоит из двух пересекающихся прямоугольников, их пересечение отведено под гараж. Площадь первого прямоугольника равна  $900 \text{ м}^2$ , площадь второго —  $700 \text{ м}^2$ . Найдите площадь: а) участка, отведенного под гараж; б) части первого прямоугольника, не отведенного под гараж; в) части второго прямоугольника, не отведенного под гараж; г) части застройки без учета гаража.
- **3.24.** На уроке литературы учитель решил узнать, кто из 40 учеников 9-го класса читал книги  $A$ ,  $B$ ,  $C$ . Результаты опроса выглядят так: книгу  $A$  прочитали 25 учеников, книгу  $B$  — 22 ученика, книгу  $C$  — 22 ученика; одну из книг  $A$  или  $B$  прочитали 33 ученика, одну из книг  $A$  или  $C$  прочитали 32 ученика, одну из книг  $B$  или  $C$  — 31 ученик. Все три книги прочитали 10 учеников. Сколько учеников: а) прочитали только по одной книге; б) прочитали ровно две книги; в) не читали ни одной из указанных книг?
- **3.25.** Каждый из учеников 9-го класса в зимние каникулы ровно два раза был в театре, посмотрев спектакли  $A$ ,  $B$  или  $C$ . При этом спектакли  $A$ ,  $B$ ,  $C$  видели соответственно 25, 12 и 23 ученика. Сколько учеников в классе?

## § 4. СИСТЕМЫ РАЦИОНАЛЬНЫХ НЕРАВЕНСТВ

**4.1.** Является ли число 5 решением системы неравенств:

а)  $\begin{cases} 4x - 3 < 2x + 10, \\ 7 - 2x > x + 11; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 10 - 6x < 8x - 40, \\ 4x - 1 > 5x - 3; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 2x + 5 < 7x - 8, \\ 12 - x > 3x - 11; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} 8 + x < 3x + 2, \\ 19 - 2x > x + 3? \end{cases}$

**4.2.** а) Какое из чисел  $-2; 0; 5; 6$  является решением системы неравенств

$$\begin{cases} 3x - 22 < 0, \\ 2x - 1 > 3? \end{cases}$$

б) Какое из чисел  $-3; 1,5; 4,8$  является решением системы неравенств

$$\begin{cases} 4x - 7 < 0, \\ 3x + 2 > 5? \end{cases}$$

Решите систему неравенств:

**4.3.** а)  $\begin{cases} x > 5, \\ x > 7; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} x \leq 1, \\ x < 5; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x \geq 0, \\ x > \frac{1}{2}; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x < 8, \\ x \geq 12. \end{cases}$

**4.4.** а)  $\begin{cases} x > -3, \\ x < 1; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} x \geq 3, \\ x < -1; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x \leq 2, \\ x \geq -5; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x < 0, \\ x > 4. \end{cases}$

**○4.5.** а)  $\begin{cases} 7y \leq 42, \\ 2y < 4; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} 8y < 48, \\ -3y < 12; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} 18 - 3y \leq 0, \\ 4y > 12; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} 7x - 14 \geq 0, \\ 2x \geq 8. \end{cases}$

**○4.6.** а)  $\begin{cases} 7 - 2t \geq 0, \\ 5t - 20 < 0; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} 2t + 4 \leq 0, \\ 4 - 3t > 0; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} 2t - 8 < 0, \\ 2t - 3 \geq 0; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} 5t - 1 > 0, \\ 3t - 6 \geq 0. \end{cases}$

**○4.7.** а)  $\begin{cases} 0,4x - 1 \leq 0, \\ 2,3x \geq 4,6; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} 0,3x > 4, \\ 0,2x + 1 < 6; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 1,5t + 4,5 \leq 0, \\ \frac{1}{3}t > -1; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} \frac{5}{6}z - 10 \leq 0, \\ \frac{1}{9}z \geq 1\frac{1}{3}. \end{cases}$

Решите систему неравенств:

- 4.8.** а)  $\begin{cases} 5x - 7 > -14 + 3x, \\ -4x + 5 > 29 + 2x; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 1 - 12x < 3x + 1, \\ 2 - 6x > 4 + 4x; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} 3x + 3 \leq 2x + 1, \\ 3x - 2 \leq 4x + 2; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} 4x + 2 \geq 5x + 3, \\ 2 - 3x < 7 - 2x. \end{cases}$
- 4.9.** а)  $\begin{cases} 2x - 4 \geq 0, \\ x^2 - 7x + 12 < 0; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 3x - 1 < 0, \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} 5x - 10 > 15, \\ x^2 + x - 6 \leq 0; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} 3x - 10 > 5x - 5, \\ x^2 + 5x + 6 < 0. \end{cases}$
- 4.10.** а)  $\begin{cases} 7x^2 - x + 3 \leq 0, \\ 2x + 3 > 7; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 5x^2 - 2x + 1 \leq 0, \\ 2(x + 3) - (x - 8) < 4; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} -3x^2 + 2x - 1 \leq 0, \\ 6x > 3(x + 1) - 1; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} -2x^2 + 3x - 2 < 0, \\ -3(6x - 1) - 2x < x. \end{cases}$
- 4.11.** а)  $\begin{cases} 3x^2 + x + 2 > 0, \\ x^2 < 9; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} 2x^2 + 5x + 10 > 0, \\ x^2 \geq 16; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} -7x^2 + 5x - 2 > 0, \\ x^2 \leq 25; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} -5x^2 + x - 1 > 0, \\ x^2 > 81. \end{cases}$
- 4.12.** а)  $\begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x} \geq 0, \\ 2x - 1 \geq 0; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} \frac{25 - x^2}{x} \leq 0, \\ 5x - 10 \geq 35; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} \frac{(x + 5)(x - 1)}{x} \geq 0, \\ 10x - 1 < 0; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x(x + 7)} < 0, \\ 20x \geq 20. \end{cases}$
- 4.13.** а)  $\begin{cases} x^2 - 16 \geq 0, \\ x^2 - 7x + 12 \geq 0; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x^2 - 6x + 8 < 0, \\ x^2 - 36 \geq 0; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} 9x^2 - 1 < 0, \\ x^2 - 3x + 2 \geq 0; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} 49x^2 - 1 < 0, \\ x^2 + 5x + 6 \geq 0. \end{cases}$
- 4.14.** а)  $\begin{cases} x^2 - 5x + 4 \geq 0, \\ 2x^2 - 5x + 2 \leq 0; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x^2 - 9x + 14 > 0, \\ x^2 - 7x - 8 \leq 0; \end{cases}$   
 б)  $\begin{cases} x^2 - 8x + 15 \geq 0, \\ x^2 - 6x + 8 \geq 0; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \leq 0, \\ 2x^2 + 5x < 0. \end{cases}$

Решите двойное неравенство:

○4.15. а)  $-2 \leq 3x \leq 6$ ;      в)  $6 < -6x < 12$ ;

б)  $-1 < -\frac{x}{6} < 1$ ;      г)  $0 \leq \frac{x}{4} \leq 2$ .

○4.16. а)  $3 < x + 1 < 8$ ;      в)  $-4 \leq x - 5 \leq 1$ ;  
б)  $-3 \leq 2x + 1 \leq 3$ ;      г)  $-8 < 3x + 4 < 1$ .

○4.17. а)  $-2 \leq 1 - 2x \leq 2$ ;      в)  $-5 < 3 - 4x \leq 3$ ;

б)  $-1 \leq \frac{6 - 2x}{4} \leq 0$ ;      г)  $-3 < \frac{5x + 2}{2} < 1$ .

○4.18. При каких значениях  $x$ :

а) значения двучлена  $3 - 5x$  принадлежат интервалу  $(-6; 6)$ ;

б) значения дроби  $\frac{2x + 1}{3}$  принадлежат отрезку  $[-4; 0]$ ?

○4.19. а) Решите двойное неравенство  $0 < 1 + 4x < 17$  и укажите наименьшее и наибольшее целые числа, которые являются его решениями.

б) Решите двойное неравенство  $0 < 1 - 5x < 13$  и укажите наименьшее и наибольшее целые числа, которые являются его решениями.

○4.20. Найдите область определения выражения:

а)  $\sqrt{12 - 3x} + \sqrt{x + 2}$ ;      в)  $\sqrt{15x - 30} + \sqrt{4 - x}$ ;

б)  $\sqrt{15 - 3x} + \sqrt{4 + x}$ ;      г)  $\sqrt{6x - 18} + \sqrt{x + 1}$ .

---

Решите систему неравенств:

4.21. а)  $\begin{cases} 7x + 3 \geq 5(x - 4) + 1, \\ 4x + 1 \leq 43 - 3(7 + x); \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 3(x + 8) \geq 4(7 - x), \\ (x + 2)(x - 5) > (x + 3)(x - 4); \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 5(x + 1) - x > 2x + 2, \\ 4(x + 1) - 2 \leq 2(2x + 1) - x; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} (x + 2)(x - 6) \leq (x + 2)(x + 1) + 4, \\ 2(6x - 1) \geq 7(2x - 4). \end{cases}$

Решите систему неравенств:

**4.22.** а)  $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{x}{4} < 7, \\ 1 - \frac{x}{6} > 0; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} 1 - \frac{x}{4} > x, \\ x - \frac{x-4}{5} > 1; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x - \frac{x}{4} \geq 2, \\ \frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} > 1; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} x - \frac{x-1}{2} > 1, \\ \frac{x}{3} < 5. \end{cases}$

**4.23.** а)  $\begin{cases} \frac{x-1}{2} - \frac{x-2}{3} \geq \frac{x-3}{4} - x, \\ 1-x > 0,5x-4; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} \frac{5x+7}{6} - \frac{3x}{4} < \frac{11x-7}{12}, \\ \frac{1-3x}{2} - \frac{1-4x}{3} \geq \frac{x}{6} - 1; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} \frac{2x-1}{6} + \frac{x+2}{3} - \frac{x-8}{2} > x-1, \\ 2-2x > 0,5+0,5x; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{8x+1}{3} > \frac{4x+9}{2} - \frac{x-1}{3}, \\ \frac{5x-2}{3} < \frac{2x+13}{2} - \frac{x+2}{3}. \end{cases}$

**4.24.** а)  $\begin{cases} \frac{2x+1}{x-2} < 1, \\ \frac{3x+2}{2x-3} > 2; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} \frac{3x-2}{3-x} < 2, \\ \frac{5x+1}{4x-5} > 3; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} \frac{7-3x}{2-5x} \leq 2, \\ \frac{2x+1}{3x-3} > 4; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{x+3}{3x-1} \leq 1, \\ \frac{2x+5}{x-4} \geq 2. \end{cases}$

**4.25.** а)  $\begin{cases} \frac{3x-4}{5-x} \geq \frac{1}{2}, \\ x^2 \geq 16; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} \frac{x-1}{3-2x} \geq \frac{1}{2}, \\ x^2 \leq 25; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 4x^2 \leq 49, \\ \frac{2x+5}{1-6x} > 1; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{4x-1}{2x+5} \geq \frac{3}{2}, \\ 4x^2 \geq 81. \end{cases}$

**4.26.** а)  $\begin{cases} \frac{(x+2)(x-1)}{2x} \geq 0, \\ x^2 - 7x + 12 \geq 0; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 \leq 0, \\ \frac{(x+2)(x+4)}{5x} \leq 0; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x^2 - 10x + 9 \leq 0, \\ \frac{(x+3)(x-2)}{2x} \geq 0; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} x^2 - 12x + 20 \leq 0, \\ \frac{(x-3)(x+1)}{3x} \leq 0. \end{cases}$

•4.27. Решите систему неравенств:

а)  $\begin{cases} \frac{2x^2 + 18x - 4}{x^2 + 9x + 8} > 2, \\ x + \frac{8}{x} \leq 6; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{2x + 3} \leq 0, \\ \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x+3} > \frac{3}{x+2}; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x + \frac{3}{x} \leq -4, \\ \frac{x-4}{x-3} > \frac{x-3}{x-4}; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{x^3 + x^2 + x}{9x^2 - 25} \geq 0, \\ \frac{1}{x+1} + \frac{2}{x-1} \leq \frac{1-2x}{x^2-1}. \end{cases}$

Найдите область определения выражения:

4.28. а)  $\sqrt{(x-3)(x-5)} + \sqrt{(1-x)(7-x)};$

б)  $\sqrt{\frac{3x+2}{5-x}} + \sqrt{\frac{4-x}{7-2x}};$

в)  $\sqrt{(x-2)(x-3)} + \sqrt{(5-x)(6-x)};$

г)  $\sqrt{\frac{4x+1}{x+2}} + \sqrt{\frac{2x+1}{x-7}}.$

4.29. а)  $\sqrt{x^2 - 16} + \sqrt{7x - x^2};$

в)  $\sqrt{x^2 - 5x + 6} + \sqrt{x^2 - 1};$

б)  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{9 - x^2};$

г)  $\sqrt{x^2 + 8x + 7} + \sqrt{25 - x^2}.$

4.30. а)  $\sqrt{(2x-5)(x+4)};$

в)  $\sqrt{\frac{3x+2}{x-5}};$

б)  $\sqrt{(2x-5)} \cdot \sqrt{x+4};$

г)  $\frac{\sqrt{3x+2}}{\sqrt{x-5}}.$

4.31. Найдите середину промежутка, служащего решением системы неравенств:

а)  $\begin{cases} \frac{3x-13}{4} \leq \frac{x-1}{4} - \frac{7}{8}, \\ 2 \geq \frac{x}{4} + \frac{3-2x}{3}; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} \frac{3}{5} + \frac{3x-1}{10} \geq \frac{2-x}{5} - 0,3, \\ 1 \geq \frac{x-1}{3} + 0,5(x+3). \end{cases}$

**4.32.** а) Найдите наименьшее целое число, удовлетворяющее системе неравенств

$$\begin{cases} 3 - \frac{3-7x}{10} + \frac{x+1}{2} < \frac{7+8x}{2}, \\ 7(3x-5) + 4(17-x) > 18 - \frac{5(2x-6)}{2}. \end{cases}$$

б) Найдите наименьшее и наибольшее целые числа, удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{3x-1}{6} \leq \frac{2-x}{12} - \frac{x+1}{2} + 3, \\ x > \frac{5x-4}{10} - \frac{3x-1}{5} - 2,5. \end{cases}$$

**4.33.** Найдите все целые числа, являющиеся решениями системы неравенств:

а)  $\begin{cases} 0,2x > -1, \\ -\frac{x}{3} \geq 1; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} 1 - 0,5x \geq 0, \\ -\frac{x+5}{5} < -1; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} \frac{x-1}{2} < \frac{x}{3}, \\ \frac{x+1}{2} \geq \frac{x}{5}; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} \frac{x-1}{4} \leq \frac{x}{5}, \\ \frac{x}{3} > \frac{x+4}{7}. \end{cases}$

Решите систему неравенств:

**4.34.** а)  $\begin{cases} |x-1| \leq 2, \\ |x-4| \geq 5; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} |x+5| < 3, \\ |x-1| \geq 4; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} |x-5| \leq 3, \\ |x-4| \geq 2; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} |x-3| < 5, \\ |x+2| \geq 1. \end{cases}$

**4.35.** а)  $\begin{cases} |2x+4| < 6, \\ 3-2x > -1; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} |3x+1| < 10, \\ 4x+3 < 11; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x^2 < 25, \\ |2x+1| \geq 3; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x^2 \geq 1, \\ |5x-1| < 29. \end{cases}$

Решите неравенство:

4.36 а)  $(x - 1)\sqrt{x^2 - 5x + 6} < 0;$

б)  $(x + 3)\sqrt{(x + 4)(2 - x)} \geq 0;$

в)  $\sqrt{x^2 + 3x + 4} \cdot (x - 2) > 0;$

г)  $(5 - x)\sqrt{(x - 1)(x + 5)} \geq 0.$

4.37. а)  $\frac{2x + 10}{\sqrt{x^2 - 16}} \geq 0;$       в)  $\frac{\sqrt{x^2 - 6x}}{4x - 28} \leq 0;$

б)  $\frac{\sqrt{-x^2 + 4x}}{2x - 2} < 0;$       г)  $\frac{5x + 10}{\sqrt{9 - x^2}} > 0.$

- 4.38. При каких значениях параметра  $p$  система неравенств имеет решения; не имеет решений:

а)  $\begin{cases} x < 3, \\ x > p; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} x \leq 7, \\ x \geq p; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x \leq 5, \\ x > p; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x \leq p, \\ x \geq 2? \end{cases}$

- 4.39. Укажите все значения параметра  $p$ , при которых решени-

ем системы неравенств  $\begin{cases} x > 3, \\ x > p \end{cases}$  является промежуток:

а)  $(5; +\infty);$       б)  $[3; +\infty);$       в)  $(3; +\infty);$       г)  $[2; +\infty).$

- 4.40. При каких значениях параметра  $p$  неравенство  $(p - 2)x^2 - (p - 4)x + (3p - 2) > 0:$

а) не имеет решений;

б) выполняется при любых значениях  $x?$

## Домашняя контрольная работа № 1

### Вариант 1

- Множество  $M$  состоит из всех двузначных чисел, которые при делении на 11 дают остаток 7. Задайте множество  $M$ , перечислив все его элементы.
- Приведите какое-нибудь словесное описание множества  $M = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots, 81\}.$
- Для множеств  $A = [1; 5)$ ,  $B = [4; 6]$  и  $C = (-3; 2]$  найдите множество  $(A \cup B) \cap C.$

4. Решите неравенство

$$|2x + 4| \leq 7.$$

5. Найдите область определения выражения  $\sqrt{5x^2 + 2x - 3}$ .

6. Решите неравенство

$$\frac{x^2 + 2,5x - 18}{1,5x - 6} > 1.$$

7. Дано выражение  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \frac{(3x - 1)^2(2x + 3)(5 - x)}{x(x - 1)}$ .

Найдите значения переменной, при которых  $f(x) \geq 0$ .

8. Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2x^2 + 5x - 7 > 0, \\ \frac{3x - 4}{2x + 6} \leq 1. \end{cases}$$

9. Найдите длину отрезка, служащего решением двойного неравенства

$$-3 \leq \frac{5 + 3x}{4} \leq -1.$$

Укажите середину отрезка.

10. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} \frac{2x - 11}{4} + \frac{19 - 2x}{2} < 2x, \\ \frac{2x + 1,5}{9} > \frac{1}{5}(x - 1) + \frac{x}{3}. \end{cases}$$

## Вариант 2

- Множество  $M$  состоит из всех двузначных чисел, которые можно записать в виде  $n^2 + 10$ , где  $n$  — натуральное число. Задайте множество  $M$ , перечислив все его элементы.
- Приведите какое-нибудь словесное описание множества  $M = \{10, 19, 28, 37, 46, \dots, 91\}$ .
- Для множеств  $A = [1; 4)$ ,  $B = [2; 5]$  и  $C = (3; 7]$  найдите множество  $(A \cap B) \cup C$ .

**4. Решите неравенство**

$$|4 - 3x| \geq 6.$$

**5. Найдите область определения выражения  $\sqrt{8x - 15x^2 - 1}$ .**

**6. Решите неравенство**

$$\frac{x^2 - 4,5x - 3}{5 - 2,5x} \leq 1.$$

**7. Дано выражение  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \frac{(2x - 3)^2(3x + 1)(x - 3)}{x(2 - x)}$ .**

Найдите значения переменной, при которых  $f(x) \leq 0$ .

**8. Решите систему неравенств**

$$\begin{cases} 3x^2 - 7x - 10 \leq 0, \\ \frac{2x - 1}{2 - 3x} > 3. \end{cases}$$

**9. Найдите длину отрезка, служащего решением двойного неравенства**

$$2 \leq \frac{4x - 7}{5} \leq 4.$$

Укажите середину отрезка.

**10. Найдите все целые числа, удовлетворяющие системе неравенств**

$$\begin{cases} \frac{x - 1}{2} - \frac{2x + 3}{3} + \frac{x}{6} < 2 - \frac{x + 5}{2}, \\ 1 - \frac{x + 5}{8} + \frac{4 - x}{2} < 3x - \frac{x + 1}{4}. \end{cases}$$

**§ 5. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ**

**5.1.** Является ли пара чисел (3; 1) решением уравнения:

- а)  $3x + y = 10$ ;      в)  $5x^3 - y = 134$ ;  
 б)  $x^2 - 2y = 1$ ;      г)  $\frac{x}{y} + 2 = -5y$ ?

**5.2.** Какая из следующих пар чисел является решением уравнения  $2x^2 - y^2 = 1$ :

- а) (1; 1);      в)  $\left(\frac{1}{2}; 4\right)$ ;  
 б)  $(2; \sqrt{7})$ ;      г)  $(\sqrt{3}; \sqrt{5})$ ?

**○5.3.** Найдите расстояние между точками  $A$  и  $B$  координатной плоскости:

- а)  $A(1; 1)$ ,  $B(4; 5)$ ;      в)  $A(-1; -2)$ ,  $B(3; 1)$ ;  
 б)  $A(-5; 0)$ ,  $B(0; 12)$ ;      г)  $A(0; 6)$ ,  $B(-8; -9)$ .

Постройте график уравнения:

**5.4.** а)  $2x + 3y = 6$ ;      в)  $6x - y = 12$ ;  
 б)  $4x - 5y = 20$ ;      г)  $7x + 2y = 14$ .

**5.5.** а)  $2y - x^2 = 0$ ;      в)  $y + \frac{x^2}{3} = 0$ ;  
 б)  $\frac{3}{x} - y = 0$ ;      г)  $\frac{1}{x} - \frac{y}{4} = 0$ .

**5.6.** а)  $x^2 + y^2 = 25$ ;      в)  $x^2 + y^2 = 4$ ;  
 б)  $x^2 + y^2 = 9$ ;      г)  $x^2 + y^2 = 1$ .

**5.7.** Найдите координаты центра и радиус окружности:

- а)  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$ ;
- б)  $(x + 5)^2 + (y + 7)^2 = 1$ ;
- в)  $(x - 10)^2 + (y + 1)^2 = 16$ ;
- г)  $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 144$ .

Постройте график уравнения:

**5.8.** а)  $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 16$ ;

б)  $(x - 3)^2 + (y + 5)^2 = 25$ ;

в)  $(x - 4)^2 + (y - 1)^2 = 9$ ;

г)  $(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 4$ .

**5.9.** а)  $x^2 + (y - 3)^2 = 36$ ;      в)  $x^2 + (y + 6)^2 = 4$ ;

б)  $(x + 2)^2 + y^2 = 9$ ;      г)  $(x - 4)^2 + y^2 = 25$ .

**5.10.** Напишите уравнение окружности с центром в точке  $O(0; 0)$  и радиусом:

- а) 5;      б)  $\sqrt{3}$ ;      в)  $\frac{1}{2}$ ;      г) 1.

**5.11.** Напишите уравнение окружности:

а) с центром в точке  $A(1; 2)$  и радиусом 3;

б) с центром в точке  $B(-3; 8)$  и радиусом 11;

в) с центром в точке  $C(0; -10)$  и радиусом 7;

г) с центром в точке  $D(-5; -2)$  и радиусом 4.

**5.12.** Составьте уравнение окружности, изображенной:

- а) на рис. 1;      б) на рис. 2;      в) на рис. 3;      г) на рис. 4.

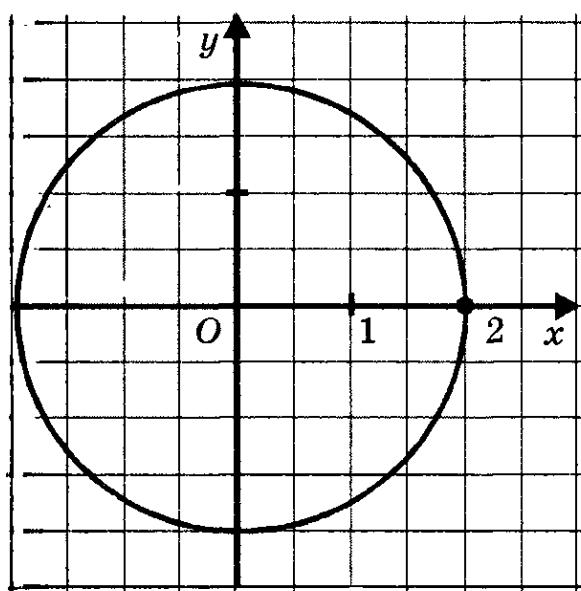


Рис. 1

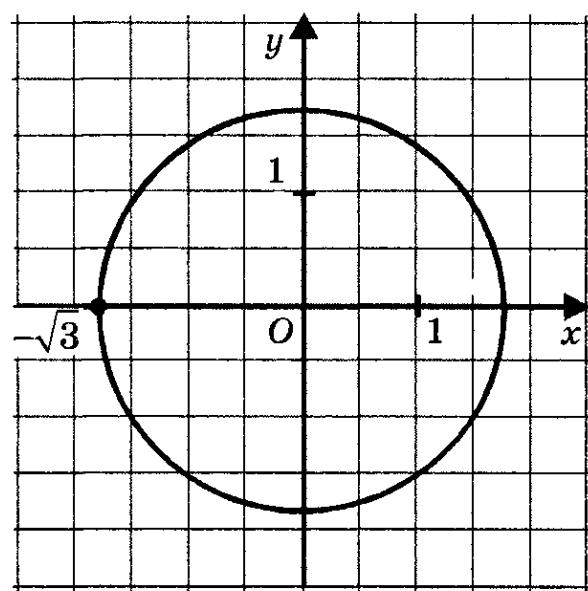


Рис. 2

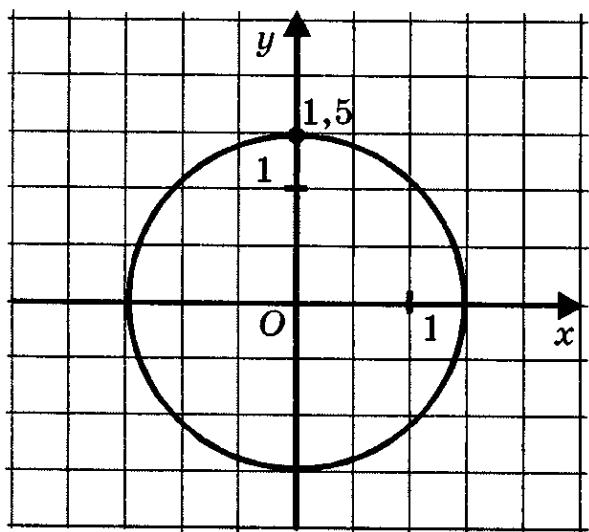


Рис. 3

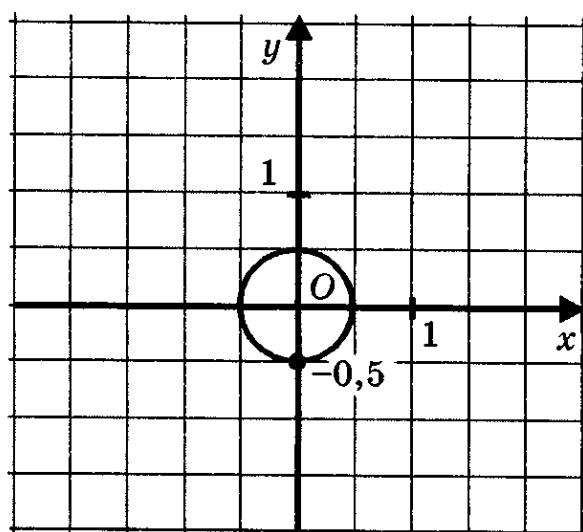


Рис. 4

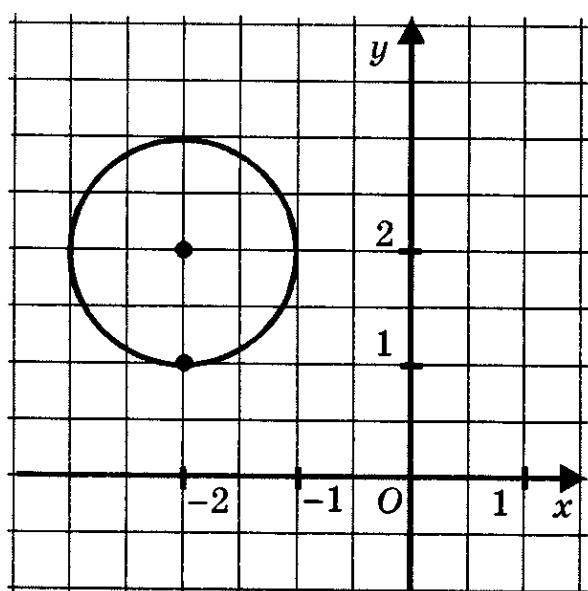


Рис. 5

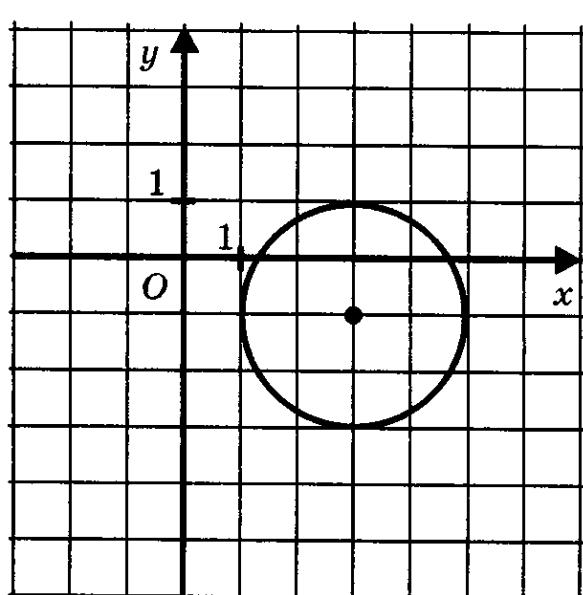


Рис. 6

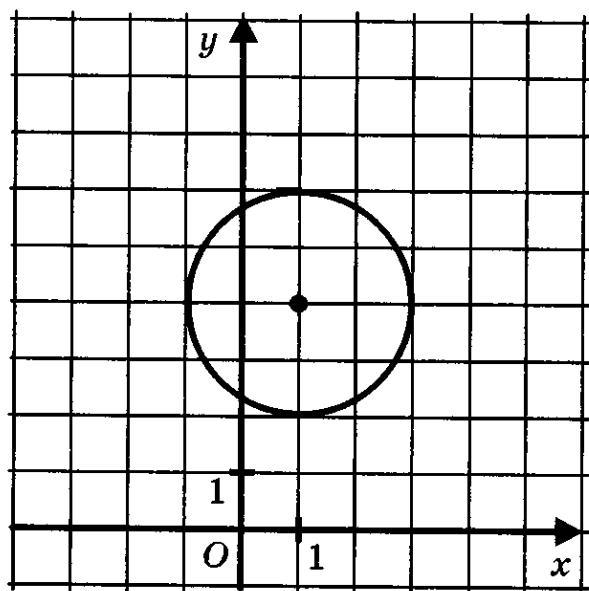


Рис. 7

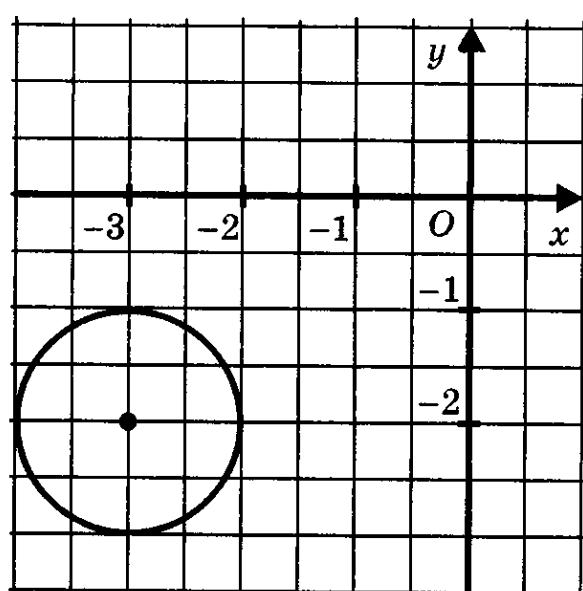


Рис. 8

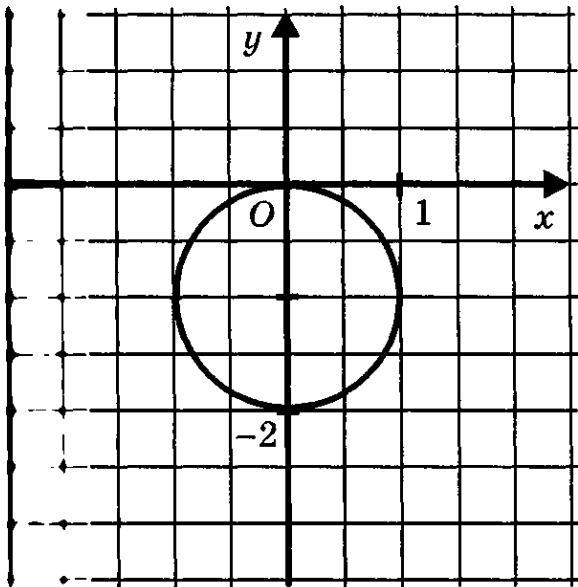


Рис. 9

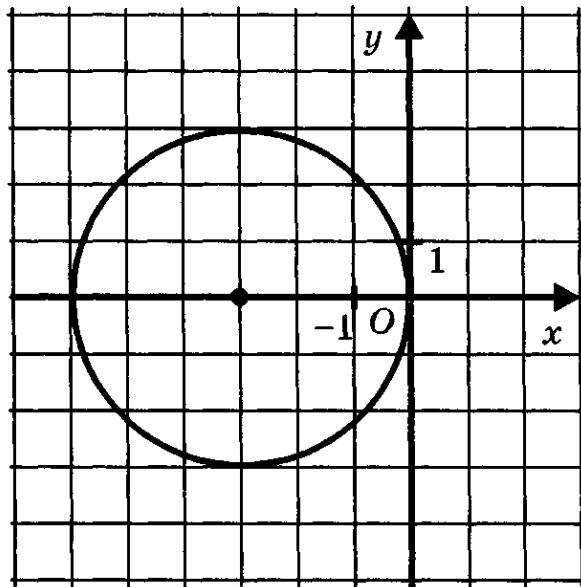


Рис. 10

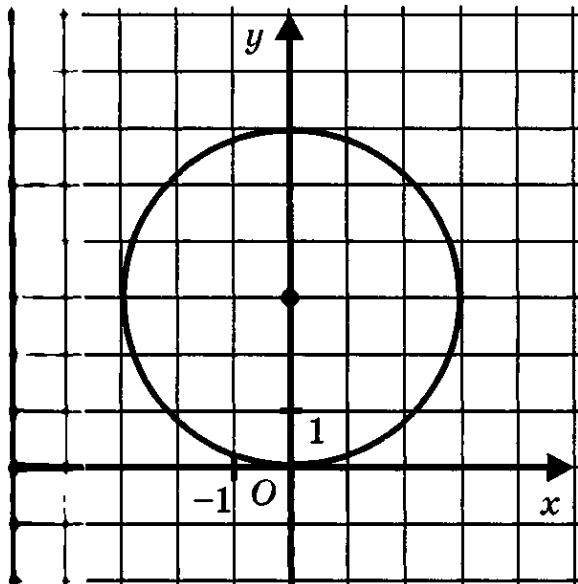


Рис. 11

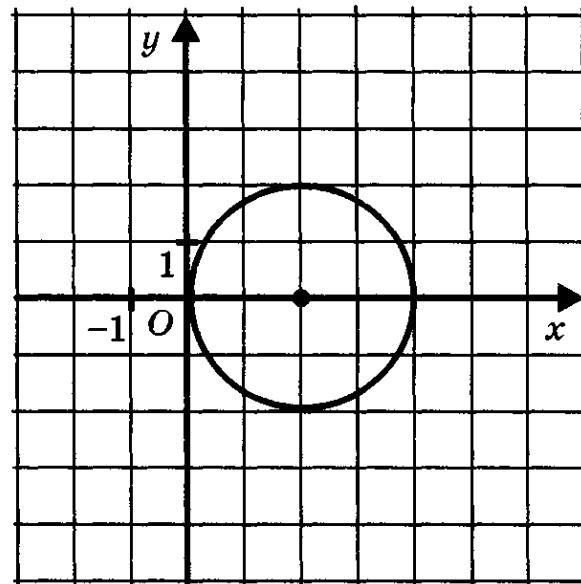


Рис. 12

Составьте уравнение окружности, изображенной:

**05.13.** а) На рис. 5; б) на рис. 6; в) на рис. 7; г) на рис. 8.

**05.14.** а) На рис. 9; в) на рис. 11;  
б) на рис. 10; г) на рис. 12.

**05.15.** Найдите решения уравнения:

а)  $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 0;$

б)  $\sqrt{2x - 1} + |2y + 3| = 0;$

в)  $(3x - 4)^2 + y^2 = 0;$

г)  $\sqrt{x} + \sqrt{y - 1} + |z - 2| = 0.$

**5.16.** Является ли пара чисел (2; 3) решением системы уравнений:

а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ 2x + y = 7; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x^2 + 3y = 13, \\ y + x = 1; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x^2 + y = 5, \\ 3x - 1 = y; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ 5x - 2y = 4? \end{cases}$

**5.17.** Какая из следующих пар чисел является решением системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y - 2x = 1: \end{cases}$$

- а) (0; 1);    б) (-1; -1);    в) (1; 0);    г) (1; 1)?

Решите графически систему уравнений:

○**5.18.** а)  $\begin{cases} x = -1, \\ x^2 + y = 4; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x^2 - y = 3, \\ y = 6; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x^2 + y = 3, \\ x - y + 1 = 0; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x^2 - y = 4, \\ 2x + y = -1. \end{cases}$

○**5.19.** а)  $\begin{cases} y = -\frac{3}{x}, \\ y + x = -2; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} y = -\frac{8}{x}, \\ x = 2 - y; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} xy = 4, \\ 2x - y = 2; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} xy = 6, \\ 3x - 2y = 0. \end{cases}$

○**5.20.** Сколько решений имеет система уравнений:

а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = x; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = x^2 - 2; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} y = 2x - 1, \\ (x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 9; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} (x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 1, \\ y = \sqrt{x + 1}; \end{cases}$

○5.21. Решите графически систему уравнений:

а)  $\begin{cases} (x+1)^2 + (y+2)^2 = 4, \\ y = 0; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} (x-3)^2 + (y+1)^2 = 9, \\ y = -1; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x = 1, \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} (x+2)^2 + (y-2)^2 = 16, \\ x = 2. \end{cases}$

Решите графически неравенство:

○5.22. а)  $2x - 3y > 6$ ;      в)  $12 - 3x - 2y \leq 0$ ;  
б)  $y \leq 2x^2$ ;      г)  $x^2 - 2y > 0$ .

○5.23. а)  $xy > 0$ ;      в)  $xy \leq 0$ ;  
б)  $xy \leq 1$ ;      г)  $xy > 2$ .

○5.24. а)  $(x-2)^2 + (y+3)^2 < 4$ ;      в)  $(x+3)^2 + (y+1)^2 \leq 25$ ;  
б)  $(x+4)^2 + (y-2)^2 \geq 9$ ;      г)  $(x-3)^2 + (y-4)^2 > 16$ .

○5.25. Составьте уравнение окружности:

- а) с центром в точке  $(-5; 2)$ , касающейся оси  $y$ ;  
б) с центром в точке  $(12; -5)$ , проходящей через начало координат;  
в) с центром в точке  $(-4; -6)$ , касающейся оси  $x$ ;  
г) с центром в точке  $(2; 1)$ , проходящей через точку  $(-4; -7)$ .

○5.26. Составьте уравнение окружности, диаметром которой является отрезок  $AB$ , если:

а)  $A(-4; 7), B(6; -3)$ ;      б)  $A(-1; -6), B(7; 0)$ .

○5.27. Составьте уравнение окружности:

- а) с центром на оси  $x$ , проходящей через точки  $(-4; 4)$  и  $(-2; 0)$ ;  
б) с центром на оси  $y$ , проходящей через точки  $(8; 0)$  и  $(-6; 2)$ .

Постройте график уравнения:

5.28. а)  $(3x + y + 9)(5x + y - 5) = 0$ ;  
б)  $(xy - 4)(x + 2y) = 0$ ;  
в)  $(4x + 3y - 12)(2x - 9y + 18) = 0$ ;  
г)  $(x - 5y)(2y - x^2) = 0$ .

●5.29. а)  $x^2 + y^2 + 8x = 0$ ;      в)  $x^2 + y^2 - 10y = 0$ ;  
б)  $x^2 + y^2 - 6x + 2y = 6$ ;      г)  $x^2 + y^2 = 6y - 4x - 4$ .

Найдите целочисленные решения уравнения:

• 5.30. а)  $2x - 3y = 7$ ; в)  $5x + 3y = 13$ ;  
б)  $2x + 3y = 1$ ; г)  $4y - 5x = 19$ .

• 5.31. а)  $9x^2 - 4y^2 = 5$ ; б)  $x^2 - 9y^2 = 7$ .

• 5.32. а)  $xy = 2x + y$ ; б)  $2x^2 + xy - y^2 = 5$ .

• 5.33. Найдите двузначное число, которое в 6 раз больше суммы своих цифр.

Решите графически систему уравнений:

5.34. а)  $\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ y = \sqrt{x}; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} (x+1)^2 + (y-1)^2 = 9, \\ y+1 = x; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = 0,5x^2 + 2; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} (x-1)^2 + (y+4)^2 = 16, \\ x + y = 1. \end{cases}$

5.35. а)  $\begin{cases} y = |x|, \\ x^2 + y = 2; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2 - y = 3 - 2x, \\ y = |x+1| - 4; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y = |x| - 1; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ y = |x| - 3. \end{cases}$

5.36. При каком значении параметра  $p$  пара чисел  $(1; -2)$  является решением системы уравнений:

а)  $\begin{cases} p^2x + y = 2, \\ x^2 + y^2 = p + 3; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} p^2x + 2py = 5, \\ (x+1)^2 + (y-1)^2 = 2p + 3? \end{cases}$

• 5.37. При каком значении параметра  $p$  система уравнений имеет одно решение:

а)  $\begin{cases} y - x^2 = 4, \\ y + px = 4; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} y - px + 3 = 0, \\ y = (x - 1)^2 - 3? \end{cases}$

•5.38. При каком значении параметра  $p$  система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y - x^2 = p \end{cases} \quad \text{имеет:}$$

- а) три решения;      б) одно решение?

•5.39. Решите графически систему неравенств:

а)  $\begin{cases} x^2 + y < 0, \\ y - 2x > 0; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} y - \sqrt{x} \geq 0, \\ x - 2y \geq 0. \end{cases}$

## § 6. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

Решите систему уравнений методом подстановки:

•6.1. а)  $\begin{cases} y = x - 1, \\ x^2 - 2y = 26; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x = y + 3, \\ y^2 - 2x = 9; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x = y^2, \\ x + y = 6; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} y = x^2, \\ x - y = -6. \end{cases}$

•6.2. а)  $\begin{cases} xy = -2, \\ x + y = 1; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x + 3y = 11, \\ 2x + y^2 = 14; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 5x^2 + 2y = -3, \\ x - y = 5; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x + y = 8, \\ xy = 12. \end{cases}$

•6.3. а)  $\begin{cases} y^2 - xy = 12, \\ 3y - x = 10; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} 2x^2 - xy = 33, \\ 4x - y = 17; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 32, \\ 2x - y = 8; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 24, \\ 2y - x = -7. \end{cases}$

•6.4. а)  $\begin{cases} x^2 + xy - y^2 = 11, \\ x - 2y = 1; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} x^2 + xy - x - y = 2, \\ x - y = 2; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} xy + y^2 + x - 3y = 15, \\ x + y = 5; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} x^2 + y^2 + 3xy = -1, \\ x + 2y = 0. \end{cases}$

**○6.5.** Решите систему уравнений методом подстановки:

$$\text{а)} \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6}, \\ 2y - x = 1; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = \frac{1}{3}, \\ x - 2y = 2; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} \frac{5}{x} - \frac{12}{xy} + \frac{4}{y} = 2, \\ x - y - 3 = 0; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{12}{xy} + \frac{3}{y} = 1, \\ x - y = 1. \end{cases}$$

Решите систему уравнений методом алгебраического сложения:

$$\text{○6.6. а)} \begin{cases} a + b = 3, \\ a - b = 1; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 2a + 3b = 3, \\ 2a - 3b = 9; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} a + 2b = 5, \\ -a + 7b = 13; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 3a + 5b = 8, \\ -3a + b = -2. \end{cases}$$

$$\text{○6.7. а)} \begin{cases} 40m + 3n = -10, \\ 20m - 7n = -5; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 5m + 2n = 1, \\ 15m + 3n = 3; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 3m + 2n = 0,5, \\ 2m + 5n = 4; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4m + 7n = 11, \\ 5m - 2n = 3. \end{cases}$$

$$\text{○6.8. а)} \begin{cases} x^2 + y^2 = 61, \\ x^2 - y^2 = 11; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} x^2 - 3y^2 = 22, \\ x^2 + 3y^2 = 28; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 2x^2 - y^2 = 41, \\ 2x^2 + y^2 = 59; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} x^2 - 2y^2 = 14, \\ x^2 + 2y^2 = 18. \end{cases}$$

**○6.9.** Решите систему уравнений методом замены переменных:

$$\text{а)} \begin{cases} x^2y^2 + xy = 2, \\ 2x + y = 3; \end{cases}$$

$$\text{в)} \begin{cases} 5 \cdot \frac{x}{y} + \left(\frac{x}{y}\right)^2 = 14, \\ 5x + 3y = 13; \end{cases}$$

$$\text{г)} \begin{cases} 3(x - y) - 2(x - y)^2 = -2, \\ 2x + 7y = -5; \end{cases}$$

$$\text{д)} \begin{cases} 4(x + y)^2 - 7(x + y) = 15, \\ 5x - 2y = 1. \end{cases}$$

**6.10.** Решите систему уравнений методом замены переменных:

a)  $\begin{cases} xy(x+y) = 6, \\ xy + (x+y) = 5; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 3(x-y)^2 + 2(x+2y)^2 = 5, \\ 2(x+2y) - x + y = 1; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} 5(x+y) + 4xy = 32, \\ xy(x+y) = 12; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} 2(x+y)^2 + 3(x+2y) = 5, \\ 3(x+2y) - 2x - 2y = 5. \end{cases}$

Решите систему уравнений, используя разные методы:

**6.11.** а)  $\begin{cases} x+y = 6, \\ x^2 - y^2 = 12; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x-y = 2, \\ x^2 - y^2 = 8; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x-y = 1, \\ x^2 + y^2 = 5; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} x+y = 5, \\ x^2 + y^2 = 17. \end{cases}$

**6.12.** а)  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 3, \\ x^4 - y^4 = 15; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 15, \\ x^4 - y^4 = 80; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 1, \\ x^4 + 3y^4 = 129; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ x^4 + y^4 = 82. \end{cases}$

---

Решите систему уравнений:

**6.13.** а)  $\begin{cases} x^2 - y^2 = 9, \\ xy = 20; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 20, \\ xy = 8; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} xy = 2, \\ 9x^2 + y^2 = 13; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 34, \\ xy = 20. \end{cases}$

**6.14.** а)  $\begin{cases} x^2 - 2y = 3, \\ x^2y = 27; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x + y^2 = 2, \\ 2y^2 + x^2 = 3; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x^2 + y = 10, \\ x^4 + x^2y = 90; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} x^2 + y^4 = 5, \\ xy^2 = 2. \end{cases}$

Решите систему уравнений:

- 6.15.** а)  $\begin{cases} x^2 + y^2 + x + y = 2, \\ 2x^2 - y^2 + 2x - y = 4; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 5x + y = 2, \\ 5y^2 + 5x^2 + x + 5y = 36; \end{cases}$
- б)  $\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x + 3y = 31, \\ x^2 + y^2 - 2x - y = 15; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} 3x^2 + y^2 + 3x + y = 18, \\ x^2 - y^2 + x - y = 6. \end{cases}$
- 6.16.** а)  $\begin{cases} (x+y)^2 - (x-y) - 8 = 0, \\ (x+y)^2 + (x-y) - 10 = 0; \end{cases}$
- б)  $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{10}{3}, \\ x - y = 6; \end{cases}$
- в)  $\begin{cases} 2x + y + (x-2y)^2 = 3, \\ x^2 - 4xy + 4y^2 = 9 - 3(2x+y); \end{cases}$
- г)  $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{17}{4}, \\ x + y = 10. \end{cases}$
- 6.17.** а)  $\begin{cases} x^2 - 3x - 2y = 4, \\ x^2 + x - 3y = 18; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2 + 2x + 3y = 3, \\ x^2 + x + 2y = 4; \end{cases}$
- б)  $\begin{cases} xy + x = 56, \\ xy + y = 54; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} 3x - xy = 10, \\ y + xy = 6. \end{cases}$
- 6.18.** а)  $\begin{cases} x + y = -2, \\ x^2 + 2xy + y^2 = 1 - xy; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2 - 6xy + 9y^2 = x - y, \\ x - 3y = -1; \end{cases}$
- б)  $\begin{cases} 2x - y = 3, \\ 4x^2 - 4xy + y^2 = 2x + 3y; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} x + 2y = 2, \\ x^2 + 4y + 4y^2 = 2y + 4x. \end{cases}$
- 6.19.** а)  $\begin{cases} xy - 2x + 3y = 6, \\ 2xy - 3x + 5y = 11; \end{cases}$  в)  $\begin{cases} x^2 + 3x - 4y = 20, \\ x^2 - 2x + y = -5; \end{cases}$
- б)  $\begin{cases} y^2 + 3x - y = 1, \\ y^2 + 6x - 2y = 1; \end{cases}$  г)  $\begin{cases} x + xy + y = 5, \\ xy - 2x - 2y + 4 = 0. \end{cases}$

Решите систему уравнений:

**6.20.** а)  $\begin{cases} (x-2)(y-3) = 1, \\ \frac{x-2}{y-3} = 1; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} \frac{x+1}{y-3} = 1, \\ (x+1)(y-3) = 4; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} (x-3)(y-2) = 3, \\ \frac{y-2}{x-3} = 3; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} (x+3)(y-1) = 8, \\ \frac{x+3}{y-1} = 2. \end{cases}$

**6.21.** а)  $\begin{cases} (x+2y)^2 + (y-2x)^2 = 90, \\ (x+2y) + (y-2x) = 12; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} x+y+\frac{x}{y} = 9, \\ \frac{(x+y)x}{y} = 20; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} x+y+\frac{x}{y} = 15, \\ \frac{(x+y)x}{y} = 56; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 2, \\ \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} = 16. \end{cases}$

**•6.22.** а)  $\begin{cases} (x+y)^2 + 2x = 35 - 2y, \\ (x-y)^2 - 2y = 3 - 2x; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} 12(x+y)^2 + x = 2,5 - y, \\ 6(x-y)^2 + x = 0,125 + y. \end{cases}$

**6.23.** а)  $\begin{cases} \frac{5}{x^2 - xy} + \frac{4}{y^2 - xy} = -\frac{1}{6}, \\ \frac{7}{x^2 - xy} - \frac{3}{y^2 - xy} = \frac{6}{5}; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} + \frac{5}{2} = 0, \\ \frac{3}{x+y-1} + \frac{1}{2x-y+3} + \frac{7}{5} = 0. \end{cases}$

**•6.24.** Составьте уравнение окружности, проходящей через точки:

а)  $A(3; 13), B(-7; -11), C(10; 6);$

б)  $A(7; -7), B(-2; -4), C(6; 0).$

## § 7. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ СИТУАЦИЙ

- 7.1. Из двух городов, расстояние между которыми 700 км, одновременно навстречу друг другу отправляются два поезда и встречаются через 5 ч. Если второй поезд отправится на 7 ч раньше первого, то они встретятся через 2 ч после отправления первого поезда. Найдите скорость каждого поезда.
- 7.2. Расстояние между двумя пунктами по реке равно 14 км. Лодка проходит этот путь по течению за 2 ч, а против течения за 2 ч 48 мин. Найдите собственную скорость лодки и скорость течения реки.
- 7.3. Моторная лодка против течения реки проплыла 10 км, а по течению 9 км, при этом по течению она шла 45 мин, а против течения — 1 ч 15 мин. Найдите собственную скорость лодки и скорость течения реки.
- 7.4. Сумма двух чисел равна 12, а их произведение равно 35. Найдите эти числа.
- 7.5. Сумма двух чисел равна 46, а сумма их квадратов равна 1130. Найдите эти числа.
- 7.6. Разность двух натуральных чисел равна 24, а их произведение равно 481. Найдите эти числа.
- 7.7. Разность двух натуральных чисел равна 16, а произведение на 553 меньше суммы их квадратов. Найдите эти числа.
- 7.8. Сумма двух натуральных чисел равна 50, а произведение на 11 меньше, чем разность их квадратов. Найдите эти числа.
- 7.9. Какое двузначное число в 4 раза больше суммы своих цифр и в 3 раза больше произведения цифр?
- 7.10. Сумма цифр двузначного числа равна 12. Если к заданному числу прибавить 36, то получим число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите исходное число.

- 07.11. Если к числителю и знаменателю обыкновенной дроби прибавить по 1, то дробь станет равна  $\frac{1}{2}$ , а если сложить квадраты числителя и знаменателя исходной дроби, то получится 146. Найдите исходную дробь.
- 07.12. Диагональ прямоугольника равна 10 см, а его периметр равен 28 см. Найдите стороны прямоугольника.
- 07.13. Сумма катетов прямоугольного треугольника равна 49 м, а его гипотенуза равна 41 м. Найдите площадь треугольника.
- 07.14. Разность катетов прямоугольного треугольника равна 23 дм, а его гипотенуза равна 37 дм. Найдите периметр треугольника.
- 07.15. Площадь прямоугольного треугольника равна  $210 \text{ см}^2$ , гипотенуза равна 37 см. Найдите периметр этого треугольника.
- 07.16. Турист проплыл на лодке из города  $A$  в город  $B$  и обратно за 7 ч. Найдите скорость течения реки, если известно, что турист проплывал 2 км против течения за то же время, что и 5 км по течению, а расстояние между городами равно 20 км.
- 07.17. Расстояние между двумя поселками, равное 24 км, первый пешеход преодолел на 2 ч быстрее второго. Если скорость движения первого увеличить на 2 км/ч, а второго на 1 км/ч, то и в этом случае весь путь первый преодолеет на 2 ч быстрее второго. Найдите первоначальные скорости пешеходов.
- 07.18. В первом зрительном зале 350 мест, а во втором — 480. Во втором зале на 5 рядов меньше, чем в первом, но в каждом ряду на 10 мест больше, чем в каждом ряду первого зала. Сколько мест в ряду в каждом зале?
- 07.19. В красном зале кинотеатра 320 мест, а в синем — 360. В красном зале на 2 ряда больше, чем в синем, но в каждом ряду на 4 места меньше, чем в каждом ряду синего зала. Сколько рядов в каждом зале кинотеатра?

- 7.20. В колледже для проведения письменного экзамена по математике было заготовлено 400 листов бумаги. Но на экзаменах по предыдущим предметам отсеялось 20 человек, поэтому каждому абитуриенту смогли дать на 1 лист бумаги больше, чем предполагалось. Сколько человек сдавало экзамен по математике?
- 7.21. Два комбайна, работая совместно, могут выполнить задание за 6 ч. Первый комбайн, работая один, может выполнить это задание на 5 ч скорее, чем второй комбайн. За сколько времени может выполнить задание первый комбайн, работая один?
- 7.22. Две бригады, работая вместе, могут выполнить задание за 8 ч. Первая бригада, работая одна, могла бы выполнить задание на 12 ч быстрее, чем вторая бригада. За сколько часов могла бы выполнить задание первая бригада, если бы она работала одна?
- 7.23. Два экскаватора, работая одновременно, выполнят некоторый объем земляных работ за 3 ч 45 мин. Один экскаватор, работая отдельно, может выполнить этот объем работ на 4 ч быстрее, чем другой. Сколько времени требуется каждому экскаватору в отдельности для выполнения того же объема земляных работ?
- 7.24. Чан наполняется двумя кранами при совместной работе за 1 ч. Наполнение чана только через первый кран длится вдвое дольше, чем через второй кран. За какой промежуток времени каждый кран отдельно может наполнить чан?
- 7.25. Аквариум объемом 54 м<sup>3</sup> заполняется при помощи двух кранов. При этом первый кран работает 3 ч, а второй — 2 ч. Какова пропускная способность первого крана, если 1 м<sup>3</sup> он заполняет на 1 мин медленнее, чем второй?
- 7.26. Два тракториста, работая совместно, вспахали поле за 48 ч. Если бы половину поля вспахал один из них, а затем оставшуюся половину другой, то работа была бы выполнена за 100 ч. За сколько часов мог бы вспахать поле каждый тракторист, работая отдельно?

7.27. Двое рабочих вместе могут справиться с заданием за 2 ч. Если один из них сделает 40% задания, а затем второй — оставшуюся часть работы, то на выполнение задания понадобится 4 ч. За какое время сможет выполнить все задание каждый рабочий, действуя в одиночку, если известно, что производительность труда у них различная?

---

- 7.28. Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 13. Если от этого числа отнять 9, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найдите исходное число.
- 7.29. Если задуманное двузначное число умножить на цифру его единиц, то получится 376, а если из задуманного числа вычесть двузначное число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке, то получится 45. Какое число задумано?
- 7.30. Задуманы два натуральных числа, произведение которых равно 720. Если первое число разделить на второе, то в частном получится 3 и в остатке 3. Какие числа задуманы?
- 7.31. При перемножении двух натуральных чисел, разность которых равна 7, была допущена ошибка: цифра сотен в произведении увеличена на 4. При делении полученного (неверного) произведения на меньший множитель получилось в частном 52 и в остатке 26. Найдите исходные числа.
- 7.32. Если двузначное число разделить на сумму его цифр, то в частном получится 7 и в остатке 6. Если это же двузначное число разделить на произведение его цифр, то в частном получится 3, а в остатке число, равное сумме цифр исходного числа. Найдите исходное число.
- 7.33. На участке одноколейной железной дороги длиной 10 км надо уложить рельсы (две полосы). Для укладки имеются рельсы длиной 25 м и 12,5 м. Если уложить все рельсы длиной 25 м, то надо будет израсходовать половину имеющегося количества рельсов длиной 12,5 м. Если же уложить все имеющиеся рельсы длиной 12,5 м, то рельсов длиной 25 м надо уложить  $\frac{2}{3}$  их количества. Определите общее количество имеющихся рельсов.

- 7.34.** Велосипедист за каждую минуту проезжает на 600 м меньше, чем мотоциклист, поэтому на путь длиной 120 км он затрачивает времени на 3 ч больше, чем мотоциклист. Найдите скорости велосипедиста и мотоциклиста.
- 7.35.** Две модели автомобиля выехали из пунктов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу, причем первая модель вышла из  $A$  на 15 с раньше. Пройдя расстояние  $AB$ , равное 60 м, каждая модель сразу повернула обратно и вернулась к месту старта. Найдите скорость каждой модели, если первая встреча между ними произошла через 21 с, а вторая — через 45 с после выхода первой модели.
- 7.36.** Из пункта  $A$  в одном и том же направлении вышли два лыжника, причем второй стартовал на 6 мин позже первого и догнал первого в 3 км от старта. Дойдя до отметки 5 км, второй лыжник повернул обратно и встретил первого в 4,6 км от старта. Найдите скорости лыжников.
- 7.37.** Из пункта  $A$  в пункт  $B$ , находящийся на расстоянии 70 км от пункта  $A$ , выехал велосипедист, а через некоторое время — мотоциклист со скоростью движения 50 км/ч. Мотоциклист догнал велосипедиста в 20 км от пункта  $A$ . Прибыв в  $B$ , мотоциклист через 36 мин выехал обратно и встретился с велосипедистом спустя 3 ч 20 мин после выезда велосипедиста из  $A$ . Найдите скорость велосипедиста.
- 7.38.** Два пешехода вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов  $A$  и  $B$ . Каждый идет с постоянной скоростью без остановок и, придя в конечный пункт, тут же поворачивает обратно. Когда они встретились во второй раз, оказалось, что первый прошел на 4 км больше, чем второй. После второй встречи первый прибыл в  $A$  через час, а второй в  $B$  — через 2,5 ч. Найдите скорости пешеходов.
- 7.39.** Два поезда отправляются из пунктов  $A$  и  $B$  навстречу друг другу. Если поезд из  $A$  выйдет на 2 ч раньше, чем поезд из  $B$ , то встреча произойдет на середине пути. Если поезда выйдут одновременно, то они встретятся через 3 ч 45 мин. Найдите скорости поездов и расстояние между  $A$  и  $B$ , если известно, что скорость одного поезда на 40 км/ч больше скорости другого.

- 7.40. По окружности длиной 60 м равномерно в одном направлении движутся две точки. Одна из них совершает полный оборот на 5 с быстрее другой. При этом совпадение точек происходит каждый раз через 1 мин. Определите скорости движения точек.
- 7.41. Турист проплыл по реке на лодке 90 км и прошел пешком 10 км. При этом на пеший путь было затрачено на 4 ч меньше, чем на путь по реке. Если бы турист шел пешком столько времени, сколько на самом деле он плыл по реке, а плыл по реке столько времени, сколько на самом деле шел пешком, то соответствующие расстояния были бы равны. Сколько времени он шел пешком и сколько времени он плыл по реке?
- 7.42. От пристани  $A$  одновременно отправились вниз по течению катер и плот. Катер прошел 96 км, затем повернулся обратно и вернулся в  $A$  через 14 ч. Известно, что скорость катера по течению в  $1\frac{1}{3}$  раза больше скорости катера против течения. На каком расстоянии от  $A$  катер встретил плот на обратном пути?
- 7.43. Две наборщицы напечатали текст рукописи за 6 ч. Если сначала первая наборщица напечатает половину рукописи, а затем вторая — оставшуюся часть, то на всю работу будет затрачено 12,5 ч. За какое время может выполнить всю работу каждая наборщица?
- 7.44. Бригада слесарей может выполнить некоторое задание по обработке деталей на 15 ч скорее, чем бригада учеников. Если бригада учеников отработает 18 ч, выполняя это задание, а потом бригада слесарей продолжит выполнение задания в течение 6 ч, то будет выполнено только 60% всего задания. Сколько времени требуется бригаде учеников для самостоятельного выполнения задания?
- 7.45. Мастер, работая с учеником, обрабатывает деталь за 2 ч 24 мин. Если мастер будет работать 2 ч, а ученик — 1 ч, то будет выполнено  $\frac{2}{3}$  всей работы. Сколько времени потребуется мастеру и ученику в отдельности на обработку детали?

- 7.46.** Две бригады, работая вместе, должны отремонтировать участок шоссейной дороги за 18 дней. В действительности же получилось так, что сначала работала первая бригада, а заканчивала ремонт участка дороги вторая бригада, работающая не более чем в два раза быстрее первой. В результате ремонт участка дороги продолжался 40 дней, причем первая бригада в свое рабочее время выполнила  $\frac{2}{3}$  всей работы. За сколько дней был бы отремонтирован участок дороги каждой бригадой отдельно?
- **7.47.** В бассейн проведены две трубы разного сечения. Одна равномерно подает, а вторая равномерно отводит воду, причем через первую бассейн наполняется на 2 ч дольше, чем через вторую опорожняется. При заполненном на  $\frac{1}{3}$  бассейне были открыты обе трубы, и бассейн оказался пустым спустя 8 ч. За сколько часов, действуя отдельно, первая труба наполняет, а вторая опорожняет бассейн?
- **7.48.** По двум сторонам прямого угла по направлению к его вершине движутся два тела. В начальный момент тело *A* отстояло от вершины на 60 м, а тело *B* — на 80 м. Через 3 с расстояние между *A* и *B* стало равным 70 м, а еще через 2 с — 50 м. Найдите скорости движения каждого тела.
- **7.49.** В январе 2006 г. на счет в банке была положена некоторая сумма денег. В конце 2006 г. проценты по вкладу составили 2000 р. Добавив в январе 2007 г. на свой счет еще 18 000 р., вкладчик пришел в банк закрыть счет в декабре 2007 г. и получил 44 000 р. Какая сумма была положена на счет первоначально и сколько процентов в год начисляет банк?
- **7.50.** У старшего брата было вдвое больше денег, чем у младшего. Они положили свои деньги на год на счета в разные банки, причем младший брат нашел банк, который дает на 5 % годовых больше, чем банк, в который обратился старший брат. Сняв свои деньги со счетов через год, старший брат получил 4600 р., а младший — 2400 р. Сколько денег было бы у братьев в сумме, если бы они с самого начала поменяли свои банки?
- **7.51.** Суммарный доход двух предприятий возрастет втрое, если доход первого предприятия останется неизменным, а доход

второго увеличится в 4 раза. Во сколько раз надо увеличить доход первого предприятия, оставляя неизменным доход второго, чтобы их суммарный доход вырос в 4 раза?

- 7.52. Торговая фирма получила две партии некоторого товара. Если продавать весь товар по цене 80 р. за 1 кг, то выручка от продаж будет на 15 % ниже выручки, которую фирма получила бы, продав первую партию по названной цене, а вторую — по цене, превышающей ее на 25 %. Какую часть (по массе) составляет первая партия товара в общем количестве товара этих двух партий?
- 7.53. При смешивании 40 %-го раствора соли с 10 %-м раствором получили 800 г раствора с концентрацией соли 21,25 %. Сколько граммов каждого раствора было для этого взято?
- 7.54. Имеются два раствора соли в воде, первый — 40 %-й, второй — 60 %-й. Их смешали, добавили 5 л воды и получили 20 %-й раствор. Если бы вместо 5 л воды добавили 5 л 80 %-го раствора соли, то получился бы 70 %-й раствор. Сколько было 40 %-го и сколько 60 %-го раствора?
- 7.55. Имеется три слитка. Масса первого равна 5 кг, масса второго 3 кг и каждый из них содержит 30 % меди. Если первый слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 56 % меди. Если второй слиток сплавить с третьим, то получится слиток, содержащий 60 % меди. Каким будет процентное содержание меди в сплаве из всех трех слитков?

## Домашняя контрольная работа № 2

### Вариант 1

1. Является ли пара чисел (3; 4) решением уравнения

$$x^2 + (y - 8)^2 = 25?$$

2. Постройте график уравнения

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 9.$$

3. Решите графически:

а) систему уравнений  $\begin{cases} x^2 - y = 3, \\ x + y = 3; \end{cases}$

б) систему неравенств  $\begin{cases} x^2 - y \leq 3, \\ x + y \leq 3. \end{cases}$

4. Решите методом подстановки систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 4, \\ x + y = 6. \end{cases}$$

5. Решите методом алгебраического сложения систему уравнений

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = -4, \\ x^2 + 2y^2 = 12. \end{cases}$$

6. Решите методом замены переменных систему уравнений

$$\begin{cases} (xy)^2 + 3y = 45, \\ 5y - 2xy = 3. \end{cases}$$

7. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x + 2y)^2 - 2(x - 2y) = 11, \\ 5(x + 2y) + x - 2y = -18. \end{cases}$$

8. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9, \\ |x + 1| - y = 1. \end{cases}$$

9. Два каменщика выполнили вместе некоторую работу за 12 ч. Если бы сначала первый каменщик сделал половину этой работы, а затем другой — остальную часть, то вся работа была бы выполнена за 25 ч. За какое время мог бы выполнить эту работу каждый каменщик в отдельности?

10. Придумайте условие задачи, математической моделью которой является система уравнений

$$\begin{cases} 5x + 3y = 380, \\ \frac{380}{x} - \frac{380}{y} = 3\frac{1}{6}. \end{cases}$$

## Вариант 2

1. Является ли пара чисел  $(-2; 3)$  решением уравнения

$$(x - 1)^2 + y^2 = 18?$$

2. Постройте график уравнения

$$(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 16.$$

3. Решите графически:

а) систему уравнений  $\begin{cases} x^2 + y = 3, \\ y - x + 3 = 0; \end{cases}$

б) систему неравенств  $\begin{cases} x^2 + y \leq 3, \\ y - x + 3 \geq 0. \end{cases}$

4. Решите методом подстановки систему уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 - y^2 = 14, \\ 3x + 2y = 5. \end{cases}$$

5. Решите методом алгебраического сложения систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + y^2 = 7, \\ x^2 + 2y^2 = 9. \end{cases}$$

6. Решите методом замены переменных систему уравнений

$$\begin{cases} (xy)^2 - 3xy = 18, \\ 4x + y = 1. \end{cases}$$

7. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x + y)^2 - 3(x - 3y) = 22, \\ 4(x + y) + x - 3y = 21. \end{cases}$$

8. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25, \\ |x - 2| - y = 6. \end{cases}$$

9. Два слесаря выполняют некоторую работу. После 45 мин совместного труда первый слесарь был переведен на другую работу, и второй закончил оставшуюся часть работы за 2 ч 15 мин. За какое время мог бы выполнить всю работу каждый слесарь в отдельности, если известно, что второму на это понадобится на 1 ч больше, чем первому?
10. Придумайте условие задачи, математической моделью которой является система уравнений

$$\begin{cases} 6x + 5y = 780, \\ \frac{600}{x} - \frac{600}{y} = 2\frac{1}{2}. \end{cases}$$

**§ 8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЧИСЛОВОЙ ФУНКЦИИ.  
ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ,  
ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ**

Найдите область определения функции\*:

8.1. а)  $y = x^2$ ;    б)  $y = \sqrt{x}$ ;    в)  $y = \frac{1}{x}$ ;    г)  $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

8.2. а)  $y = x^2 + 8$ ;    в)  $y = x^3 - 1$ ;  
б)  $y = \frac{4x - 1}{5}$ ;    г)  $y = \frac{8x + 3}{7}$ .

8.3. а)  $y = \frac{2x}{x^2 + 1}$ ;    в)  $y = \frac{3x - 4}{x^2 + 4}$ ;  
б)  $y = \frac{6x + 3}{2x^2 + 0,5}$ ;    г)  $y = \frac{4x}{3x^2 + 2,3}$ .

8.4. а)  $y = \frac{1}{x - 7}$ ;    в)  $y = \frac{10}{3 + x}$ ;  
б)  $y = \frac{4}{4x + 1}$ ;    г)  $y = \frac{6}{8 + 5x}$ .

8.5. а)  $y = \frac{2}{(x - 2)^2}$ ;    в)  $y = \frac{1 - 5x}{(3 - x)^2}$ ;  
б)  $y = \frac{3x}{(2x + 1)^2}$ ;    г)  $y = \frac{1}{(2 + 3x)^2}$ .

8.6. а)  $y = \frac{2x + 1}{x(x + 1)}$ ;    в)  $y = \frac{10x^2}{x(7 - x)}$ ;  
б)  $y = \frac{3 + x^2}{x^2(x - 5)}$ ;    г)  $y = \frac{8 - 3x}{x^2(6 + x)}$ .

\* В таких заданиях речь идет об отыскании *естественной* области определения функции.

Найдите область определения функции:

**8.7.** а)  $y = \frac{10x}{(x-1)(x+2)};$       в)  $y = \frac{x}{(x+12)(6x-3)};$

б)  $y = \frac{12-5x}{(x+50)(2x+7)};$       г)  $y = \frac{19x-12}{(5x-4)(x-13)}.$

**8.8.** а)  $y = \frac{x^2 - 4x - 3}{x^2 - 5x + 4};$       в)  $y = \frac{x-1}{x^2 + 2x + 3};$

б)  $y = \frac{x+3}{2x^2 - 9x + 7};$       г)  $y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{3x^2 - x + 10}.$

**8.9.** а)  $y = \sqrt{x-3};$       в)  $y = \sqrt{x+4};$

б)  $y = \sqrt{11-x};$       г)  $y = \sqrt{2-x}.$

**8.10.** а)  $y = \sqrt{x^2 + 13};$       в)  $y = \sqrt{x^2 + 24};$

б)  $y = \sqrt{x^2 + x^4};$       г)  $y = \sqrt{2x^6 + x^2}.$

**8.11.** а)  $y = \sqrt{x^2 - 9};$       в)  $y = \sqrt{x^2 - 144};$

б)  $y = \sqrt{7 - x^2};$       г)  $y = \sqrt{20 - x^2}.$

**8.12.** а)  $y = \sqrt{2x - x^2};$       в)  $y = \sqrt{x^2 - 5x};$

б)  $y = \sqrt{\frac{1}{3}x^2 - 3};$       г)  $y = \sqrt{5 - \frac{1}{5}x^2}.$

**8.13.** а)  $y = \sqrt{x^2 - 6x + 5};$       в)  $y = \sqrt{x^2 - 5x + 6};$

б)  $y = \sqrt{-x^2 + 3x + 4};$       г)  $y = \sqrt{-2 + x + x^2}.$

**8.14.** а)  $y = \frac{1}{\sqrt{x-2}};$       в)  $y = \frac{5}{\sqrt{x+3}};$

б)  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}};$       г)  $y = \frac{x^2}{\sqrt{x^2 - 8x + 15}}.$

Найдите область определения функции:

○8.15. а)  $y = 3x\sqrt{(3x - 5)^{-1}}$ ;

б)  $y = -2x\sqrt{(x^2 - 11x - 12)^{-1}}$ ;

в)  $y = -\sqrt{(20 - 5x)^{-1}}$ ;

г)  $y = \frac{x^2}{4}\sqrt{(-x^2 + 7x - 12)^{-1}}$ .

○8.16. а)  $y = \frac{\sqrt{2-x}}{\sqrt{x+2}}$ ;      в)  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+3}}$ ;

б)  $y = \frac{\sqrt{4x+6}}{\sqrt{3x+4}}$ ;      г)  $y = \frac{\sqrt{5-3x}}{\sqrt{4x+8}}$ .

○8.17. а)  $y = \sqrt{\frac{2-x}{3x+2}}$ ;      в)  $y = \sqrt{\frac{2x+1}{x+3}}$ ;

б)  $y = \sqrt{\frac{3x+6}{2x+1}}$ ;      г)  $y = \sqrt{\frac{5-3x}{2x+8}}$ .

○8.18. Придумайте функцию с указанной областью определения:

- а)  $(-\infty; +\infty)$ ;    б)  $(0; +\infty)$ ;    в)  $(-\infty; 0)$ ;    г)  $(-10; +\infty)$ .

○8.19. а)  $(1; 3)$ ;    б)  $[-1; 6]$ ;    в)  $[0; 3]$ ;    г)  $[-5; -2]$ .

○8.20. Приведите пример функции  $y = f(x)$ , у которой:

- а)  $D(f) = E(f)$ ;      в)  $E(f) \subset D(f)$ ;  
б)  $D(f) \subset E(f)$ ;      г)  $D(f) \not\subset E(f)$  и  $E(f) \not\subset D(f)$ .

○8.21. Начертите график какой-либо функции  $y = f(x)$ , для которой:

а)  $D(f) = [-2; 4]$ ,       $E(f) = [-3; 3]$ ;

б)  $D(f) = (-5; 3)$ ,       $E(f) = [2; 6]$ ;

в)  $D(f) = (0; 7)$ ,       $E(f) = [-1; 6]$ ;

г)  $D(f) = [-4; 0]$ ,       $E(f) = [1; 4]$ .

○8.22. Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} -\frac{2}{x}, & \text{если } x \leq -1; \\ x - 1, & \text{если } -1 < x \leq 3. \end{cases}$

а) Укажите  $D(f)$ ;

б) вычислите:  $f(-2)$ ,  $f(-1)$ ,  $f(0)$ ,  $f(3)$ ,  $f(7)$ ;

в) постройте график функции;

г) найдите  $E(f)$ .

○8.23. Данна функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{x}, & \text{если } x < 0; \\ -3x^2 + 6x - 4, & \text{если } 0 < x < 2. \end{cases}$$

- а) Укажите  $D(f)$ ;
- б) вычислите:  $f(-3), f(-1), f(0), f(2), f(5)$ ;
- в) постройте график функции;
- г) найдите  $E(f)$ .

○8.24. Является ли корректным задание: построить график функции  $y = f(x)$ , где

а)  $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 1; \\ x + 1, & \text{если } 0 < x < 3; \end{cases}$

б)  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{если } 0 \leq x < 4; \\ x^2, & \text{если } x \geq 4; \end{cases}$

в)  $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ x + 1, & \text{если } 1 \leq x \leq 3; \end{cases}$

г)  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & \text{если } 0 \leq x \leq 4; \\ \frac{x^2}{8}, & \text{если } x \geq 4? \end{cases}$

---

Найдите область определения функции:

8.25. а)  $y = \frac{1}{(x+1)(x^2-7x-8)}$ ;      б)  $y = \frac{x}{(x^2-1)(x^2-2x-15)}$ ;

б)  $y = \frac{x+1}{(x^2-9)(x^2+x-2)}$ ;      г)  $y = \frac{3}{(x+5)(x^2-5x-6)}$ .

8.26. а)  $y = \frac{\sqrt{3x-2}}{x^2-x+2}$ ;      б)  $y = \frac{\sqrt{x+2}}{3-2x+x^2}$ ;

б)  $y = \frac{\sqrt{x^2-3x-4}}{16-x^2}$ ;      г)  $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{1-4x^2}$ .

Найдите область определения функции:

8.27. а)  $y = \frac{3 - 2x}{\sqrt{5x + 2}}$ ; в)  $y = \frac{4 - 3x}{\sqrt{x + 3}}$ ;

б)  $y = \frac{4x + 5}{\sqrt{2 - 4x}}$ ; г)  $y = \frac{1 + x}{\sqrt{4 - x}}$ .

8.28. а)  $y = \sqrt{x^{-1}(x + 4)}$ ; в)  $y = \sqrt{x(x + 4)^{-1}}$ ;  
б)  $y = \sqrt{(3x + 2)x^{-2}}$ ; г)  $y = \sqrt{-x(2x - 3)^{-2}}$ .

8.29. а)  $y = \frac{\sqrt{3x - 4}}{\sqrt{x^2 - 1}}$ ; в)  $y = \frac{\sqrt{2x + 6}}{\sqrt{16 - x^2}}$ ;

б)  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{x + 3}}$ ; г)  $y = \frac{\sqrt{2x^2 - 50}}{\sqrt{2x - 3}}$ .

8.30. а)  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 36}}{\sqrt{x^2 - x - 2}}$ ; в)  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{6 - x - x^2}}$ ;

б)  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 5}}{\sqrt{25 - x^2}}$ ; г)  $y = \frac{\sqrt{x^2 + 7x - 8}}{\sqrt{9 - x^2}}$ .

8.31. а)  $y = \frac{\sqrt{7x + 1}}{x^2 - x - 2}$ ; в)  $y = \frac{\sqrt{x - 2}}{x^2 - 5x + 4}$ ;

б)  $y = \sqrt{\frac{3x + 7}{x + 2}}$ ; г)  $y = \sqrt{\frac{x - 2}{5 - 2x}}$ .

8.32. а)  $y = \frac{\sqrt{2x + 1}}{\sqrt{x - 3}}$ ; в)  $y = \sqrt{\frac{2x + 1}{x - 3}}$ ;

б)  $y = \sqrt{\frac{3x + 1}{7x - 4}}$ ; г)  $y = \frac{\sqrt{3x + 1}}{\sqrt{7x - 4}}$ .

- 8.33. Задайте аналитически (формулой) функцию с указанной областью определения (придумайте возможный вариант):  
 а)  $[1; 5] \cup [7; 9]$ ; в)  $(-2; -1) \cup (1; 2)$ ;  
 б)  $[2; 3] \cup [6; 10]$ ; г)  $(-5; -2) \cup [1; 4]$ .

8.34. Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} x, & \text{если } x \leq 0; \\ x^2, & \text{если } 0 < x < 2; \\ 4, & \text{если } 2 \leq x \leq 4. \end{cases}$

- а) Укажите  $D(f)$ ;
- б) вычислите:  $f(-2), f(0), f(2), f(4), f(8)$ ;
- в) постройте график функции;
- г) найдите  $E(f)$ .

8.35. Данна функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 4x + 1, & \text{если } x \leq 2; \\ -3(x - 2)^2 + 1, & \text{если } 2 < x \leq 3. \end{cases}$$

- а) Укажите  $D(f)$ ;
- б) вычислите:  $f(0), f(2), f(3), f(4), f(5)$ ;
- в) постройте график функции;
- г) найдите  $E(f)$ .

•8.36. Данна функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} x + 1, & \text{если } -3 \leq x \leq 0; \\ x^2 - 4x + 1, & \text{если } 0 < x \leq 2; \\ \frac{2}{x}, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$

- а) Укажите  $D(f)$ ;
- б) вычислите:  $f(-5), f(-2), f(0), f(2), f(4)$ ;
- в) постройте график функции;
- г) найдите  $E(f)$ .

•8.37. Постройте график функции  $y = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x} + x$ .

•8.38. Постройте график функции  $y = (-1)^x \cdot x$ ,  $x \in N$ .

## § 9. СПОСОБЫ ЗАДАНИЯ ФУНКЦИЙ

Является ли графическим заданием какой-либо функции фигура, изображенная:

- 9.1. а) На рис. 13; в) на рис. 15;  
б) на рис. 14; г) на рис. 16?

9.2. а) На рис. 17;  
б) на рис. 18;

в) на рис. 19;  
г) на рис. 20?

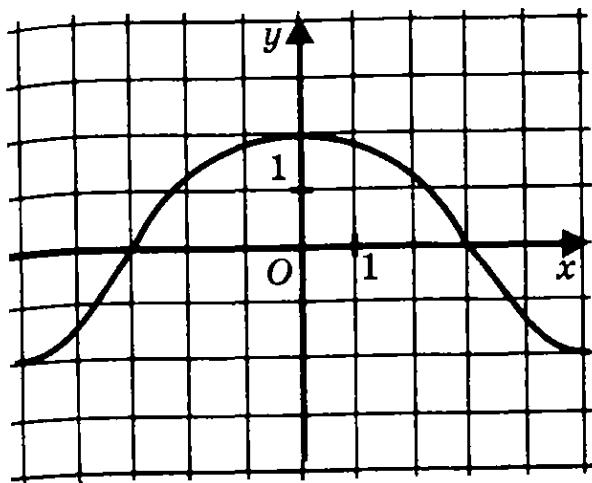


Рис. 13

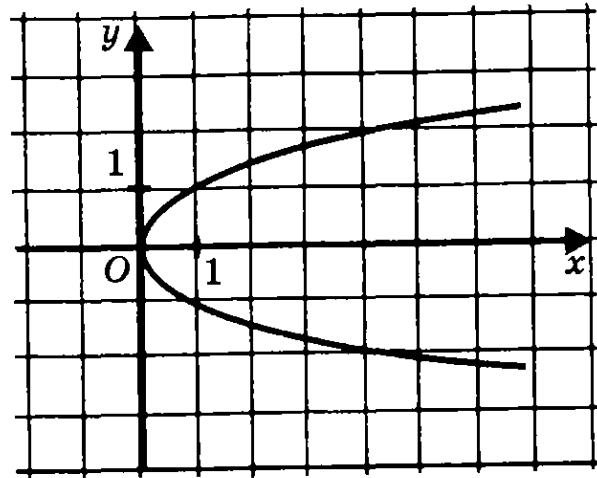


Рис. 14

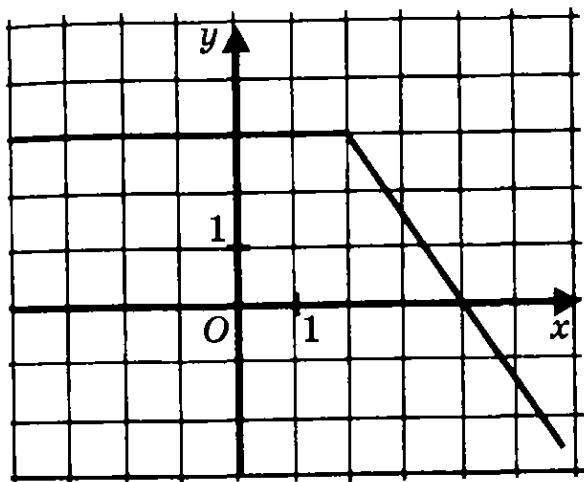


Рис. 15

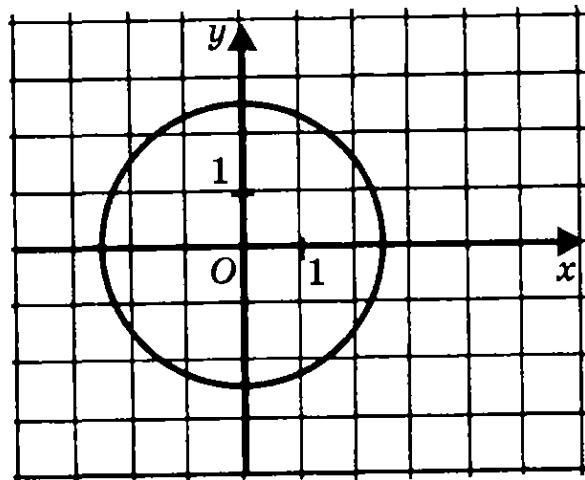


Рис. 16

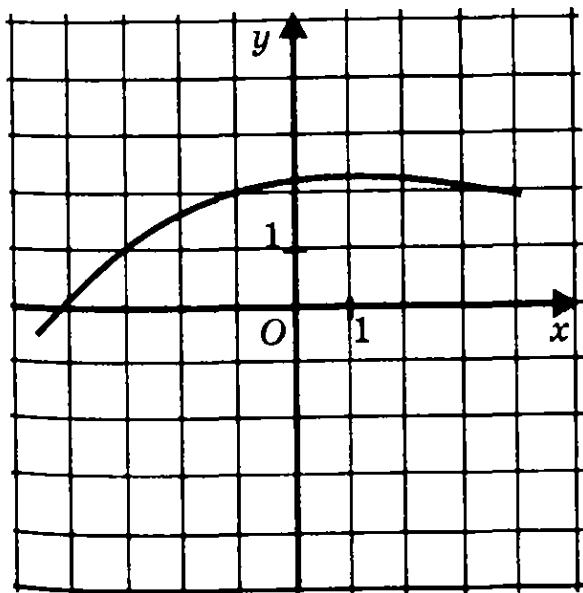


Рис. 17

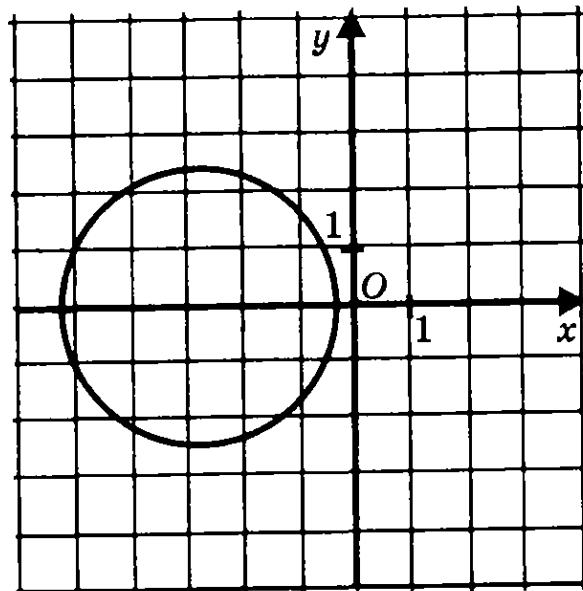


Рис. 18

Является ли графиком какой-либо функции линия, изображенная на заданном рисунке? Если да, то задайте эту функцию аналитически (придумайте возможный вариант), учитывая, что на рисунках 19—32 изображены прямые, параболы (или ветви парабол) и гиперболы.

○9.3. а) Рис. 21; б) рис. 22; в) рис. 23; г) рис. 24.

○9.4. а) Рис. 25; в) рис. 27;  
б) рис. 26; г) рис. 28.

○9.5. а) Рис. 29; в) рис. 31;  
б) рис. 30; г) рис. 32.

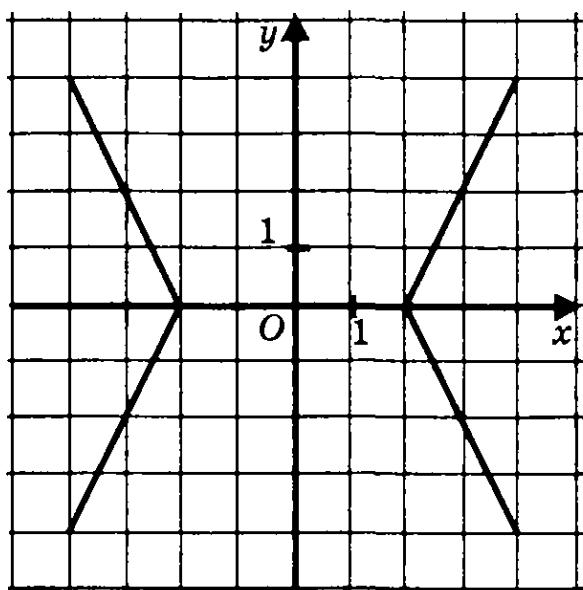


Рис. 19

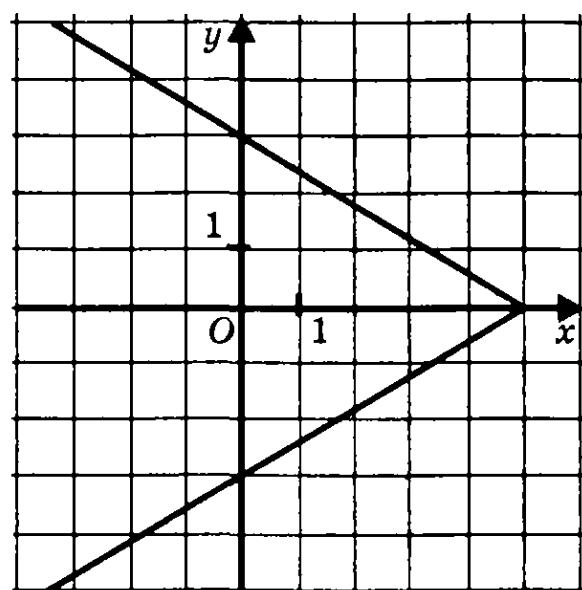


Рис. 20

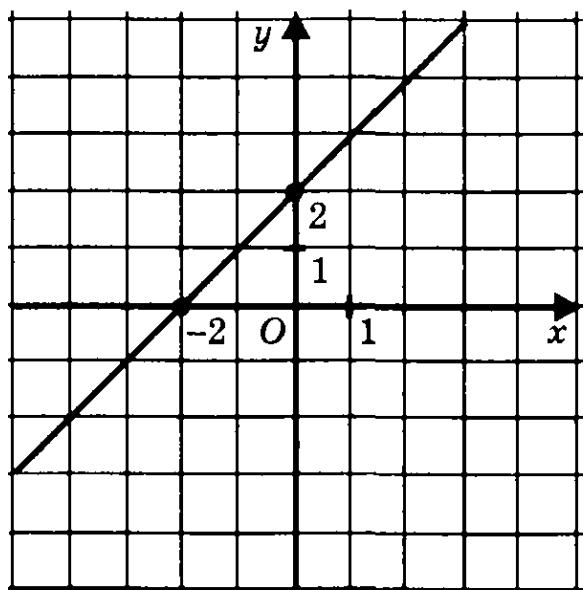


Рис. 21

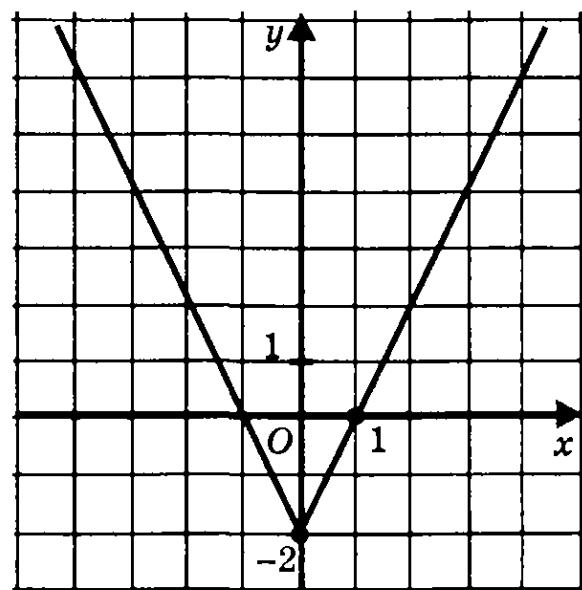


Рис. 22

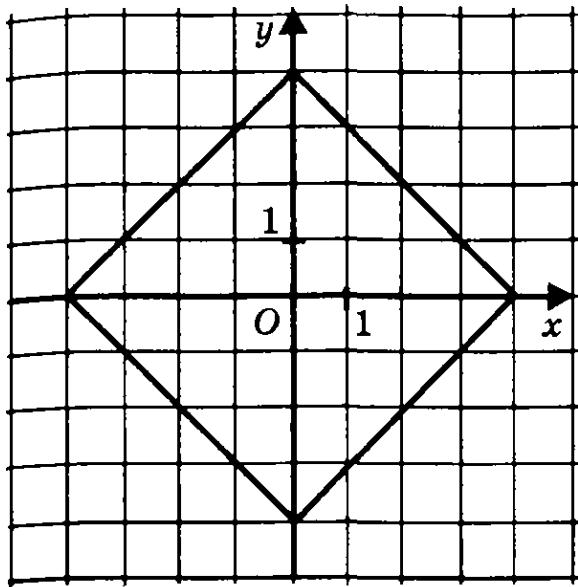


Рис. 23

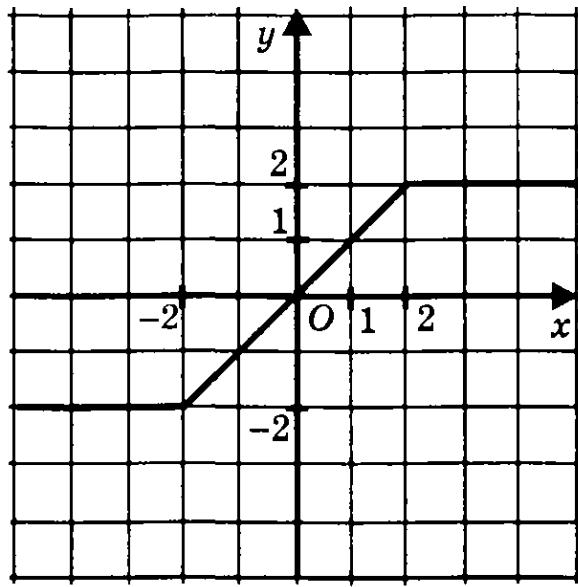


Рис. 24

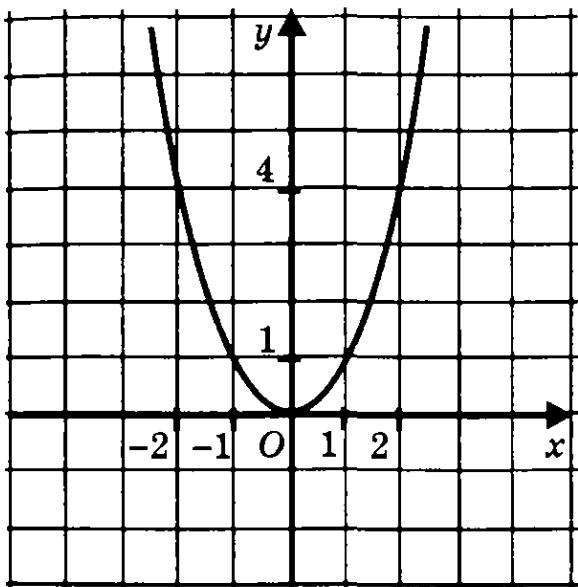


Рис. 25

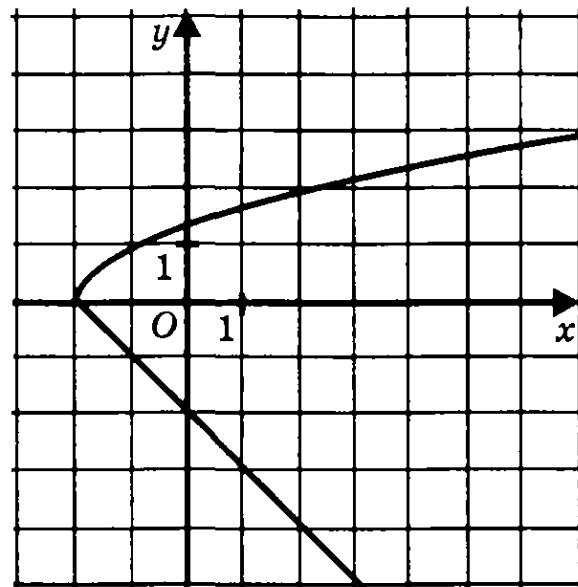


Рис. 26

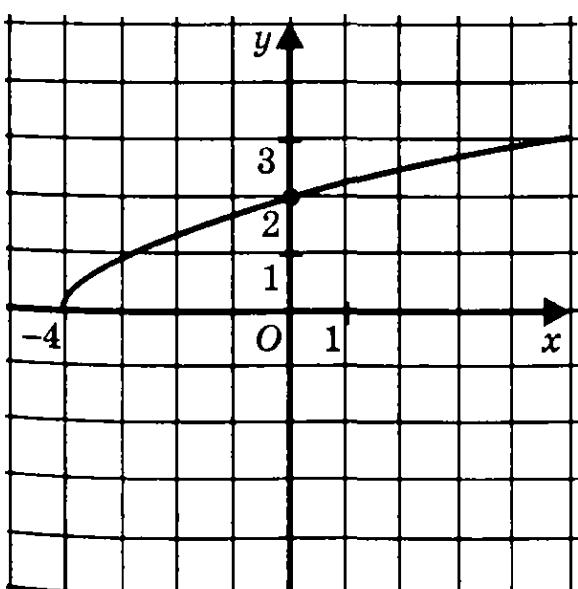


Рис. 27

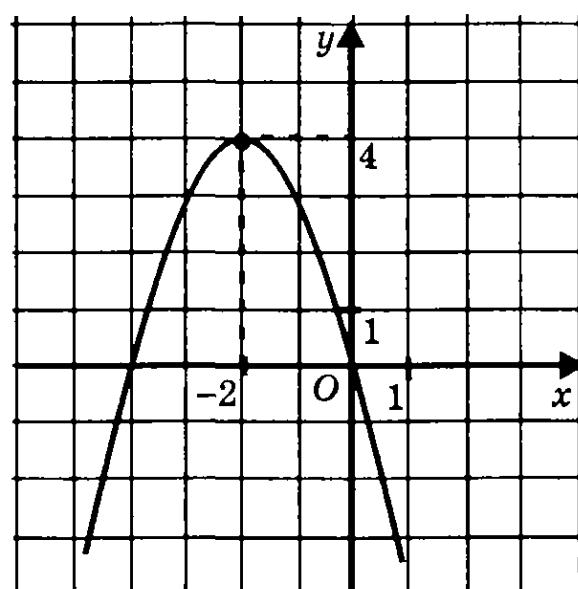


Рис. 28

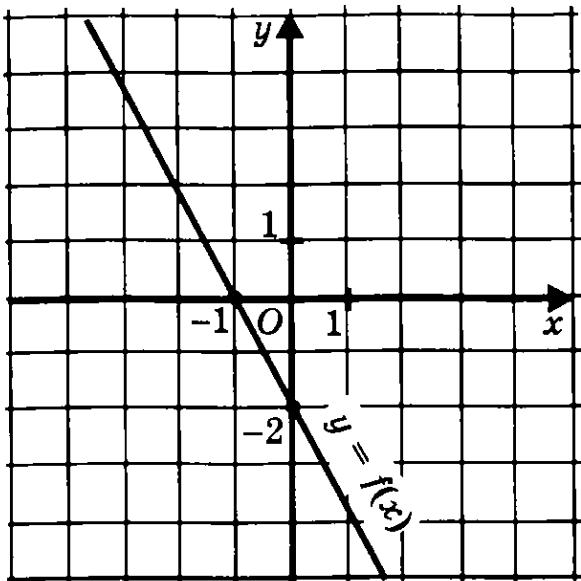


Рис. 29

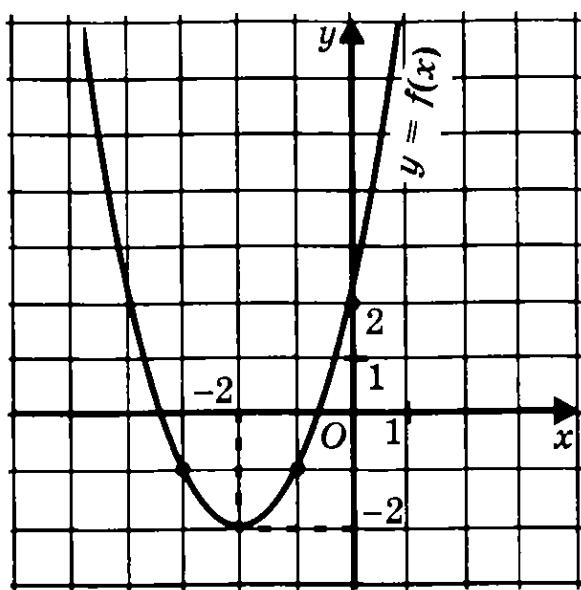


Рис. 30

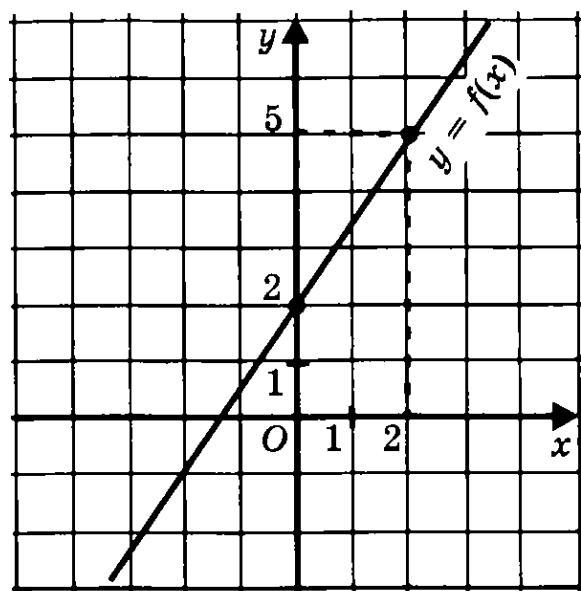


Рис. 31

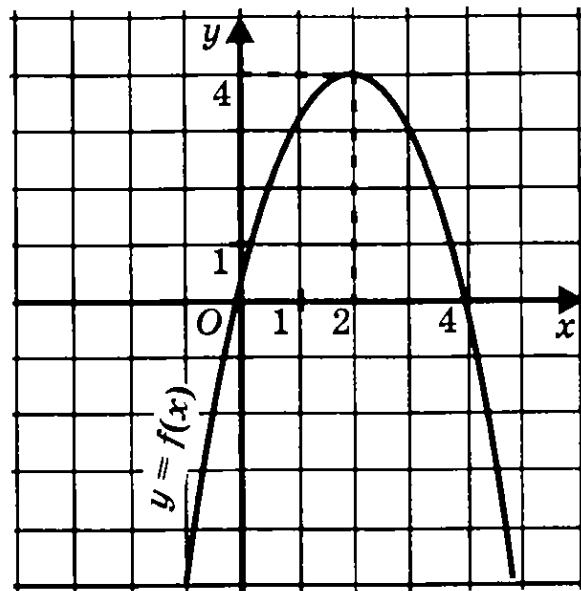


Рис. 32

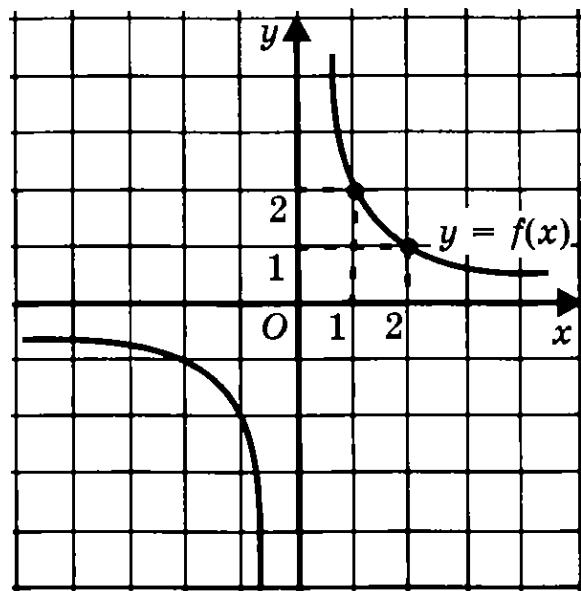


Рис. 33

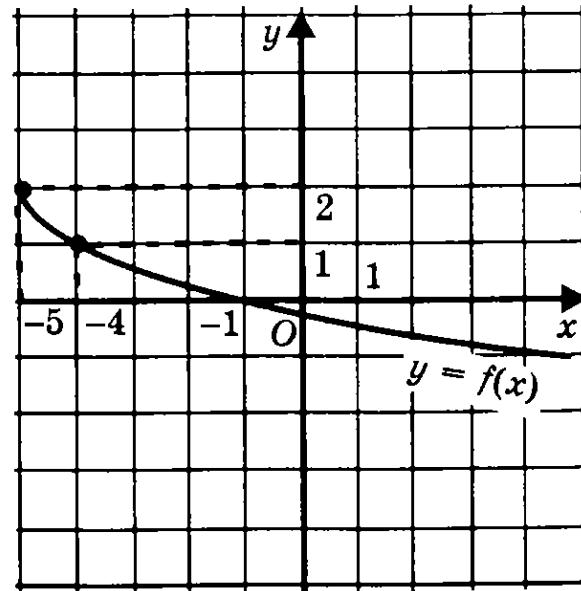


Рис. 34

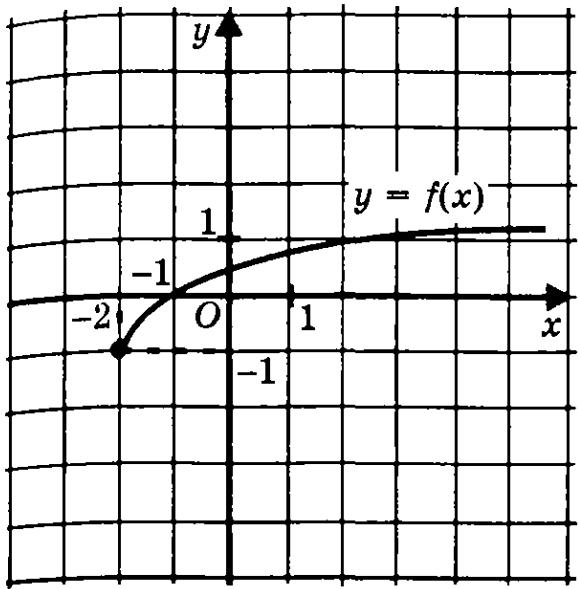


Рис. 35

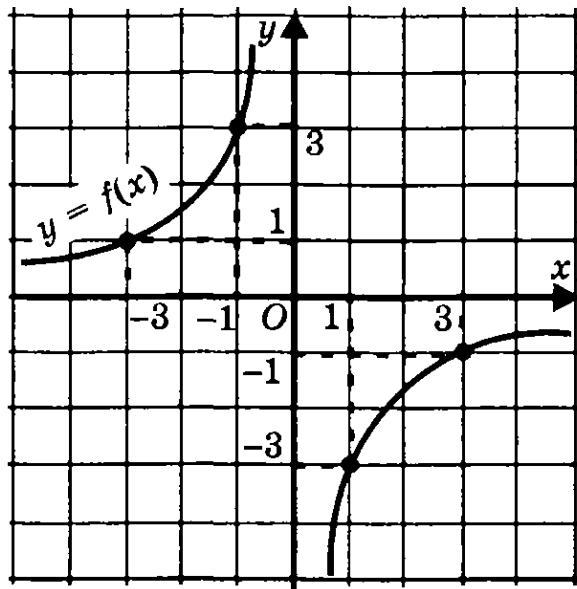


Рис. 36

- 9.6. Задайте аналитически (придумайте возможный вариант) функцию, график которой изображен:
- на рис. 33;
  - на рис. 35;
  - на рис. 34;
  - на рис. 36.
- 9.7. Функция задана формулой  $s = 90t$ , где  $s$  — путь (в км) и  $t$  — время (в ч).
- Найдите  $s(1)$ ,  $s(2,5)$ ,  $s(4)$ ;
  - найдите  $t$ , если  $s = 1800$  км;
  - найдите  $s$ , если  $t = 15$  мин;
  - найдите  $t$  (в мин), если  $s = 450$  м.
- 9.8. Функция задана формулой  $t = \frac{s}{12}$ , где  $s$  — путь (в км) и  $t$  — время (в ч).
- Найдите  $t(36)$ ,  $t(2,7)$ ,  $t(144)$ ;
  - найдите  $s$ , если  $t = 4,5$  ч;
  - найдите  $t$ , если  $s = 150$  м;
  - найдите  $s$  (в м), если  $t = 45$  с.
- 9.9. Решите графически уравнение:
- $-x^2 + 4 = (x - 2)^2$ ;
  - $x + 1 = (x - 1)^2$ ;
  - $x^2 - 4 = -(x + 2)^2$ ;
  - $x^2 - 3 = \sqrt{x - 1}$ .

**9.10.** Решите графически уравнение:

- а)  $|x| = (x - 1)^2 - 1$ ;      в)  $|x| = -(x + 2)^2 + 2$ ;  
 б)  $\sqrt{x + 3} = -1 - x$ ;      г)  $\sqrt{x - 1} = 3 - x$ .

**9.11.** Функция задана формулой  $s = 2t^2 + 4t$ , где  $s$  — путь (в км) и  $t$  — время (в ч).

- а) Найдите  $s(1)$ ,  $s(2,5)$ ,  $s(4)$ ;  
 б) найдите  $t$ , если  $s = 240$  км;  
 в) найдите  $s$ , если  $t = 45$  мин;  
 г) найдите  $t$  (в мин), если  $s = 645$  м.

**9.12.** Функция задана формулой  $V = \frac{1}{3}Sh$ , где  $V$  — объем пирамиды (в  $\text{м}^3$ ),  $S$  — площадь ее основания (в  $\text{м}^2$ ),  $h$  — высота пирамиды (в м).

- а) Выразите каждую переменную через две другие;  
 б) найдите значение  $V$ , если  $S = 2 \text{ м}^2$ ,  $h = 140 \text{ см}$ ;  
 в) найдите значение  $S$ , если  $V = 45 \text{ дм}^3$ ,  $h = 0,4 \text{ м}$ ;  
 г) найдите значение  $h$ , если  $V = 5 \text{ м}^3$ ,  $S = 2500 \text{ см}^2$ .

**9.13.** Задайте формулой  $y = ax^2 + bx + c$  функцию, график которой изображен:

- а) на рис. 37;      в) на рис. 39;  
 б) на рис. 38;      г) на рис. 40.

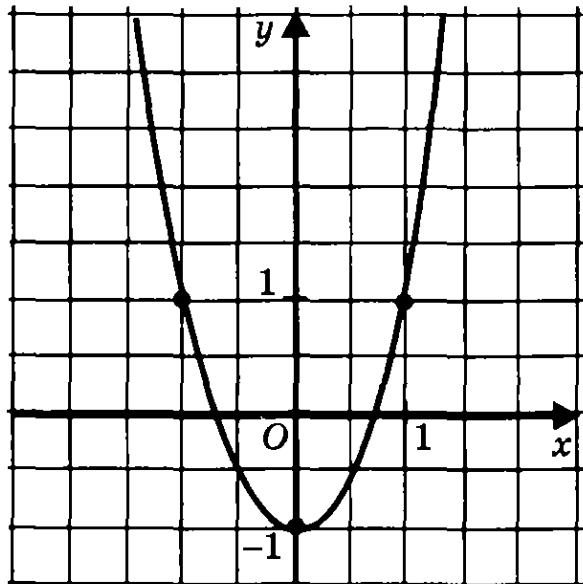


Рис. 37

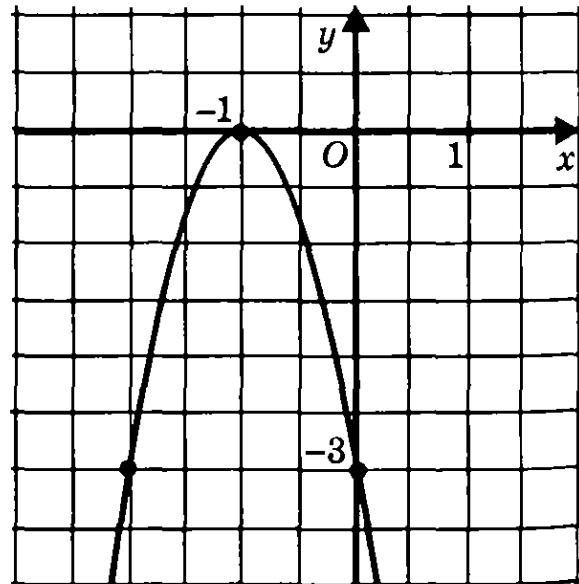


Рис. 38

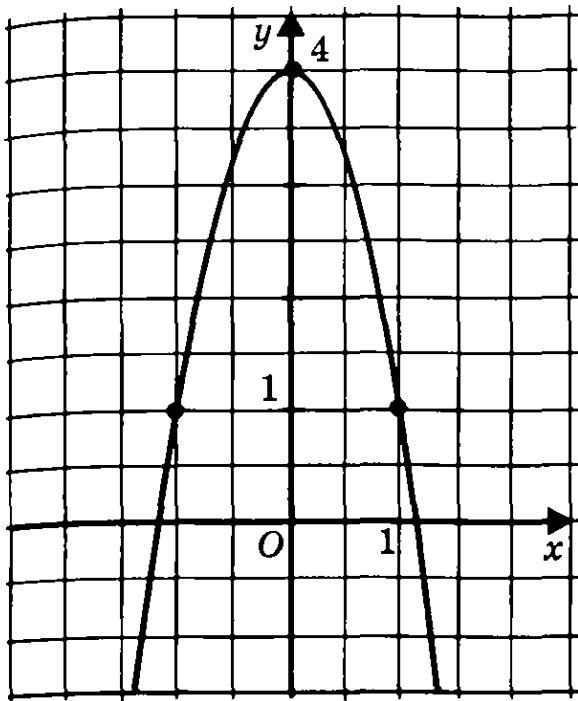


Рис. 39

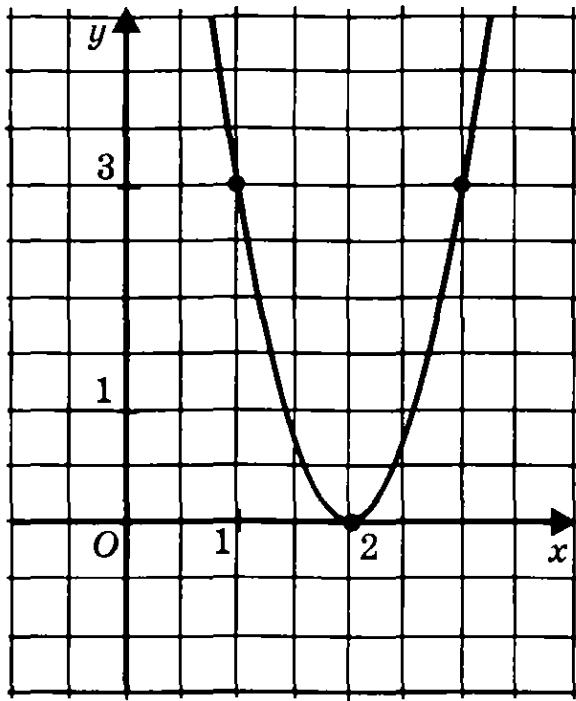


Рис. 40

- 9.14.** Функция  $y = f(x)$  задана на множестве всех натуральных чисел с помощью следующего правила: каждому числу  $x$  ставится в соответствие целая часть квадратного корня из числа  $x$ . Найдите:
- $f(1)$ ;
  - $f(8)$ ;
  - $f(15)$ ;
  - $f(22)$ .
- 9.15.** Функция  $y = f(x)$  задана на множестве всех целых чисел с помощью следующего правила: каждому числу  $x$  ставится в соответствие цифра единиц квадрата числа  $x$ . Найдите:
- $f(73)$ ;
  - $f(-6)$ ;
  - $f(-3)$ ;
  - $f(12)$ .
- 9.16.** Функция  $y = f(x)$  задана на множестве всех целых чисел с помощью следующего правила: каждому числу  $x$  ставится в соответствие цифра единиц квадрата числа  $x$ . Найдите область значений этой функции.
- 9.17.** Задайте аналитически (придумайте возможный вариант) функцию, график которой изображен:
- на рис. 41;
  - на рис. 42.
- 9.18.** Постройте график функции:
- $y = [x]$ ,  $x \in [0; 6]$ ;
  - $y = [x]$ ,  $x \in (-6; 0)$ .
- 9.19.** Постройте график функции:
- $y = \sqrt{[x]}$ ;
  - $y = [\sqrt{x}]$ .

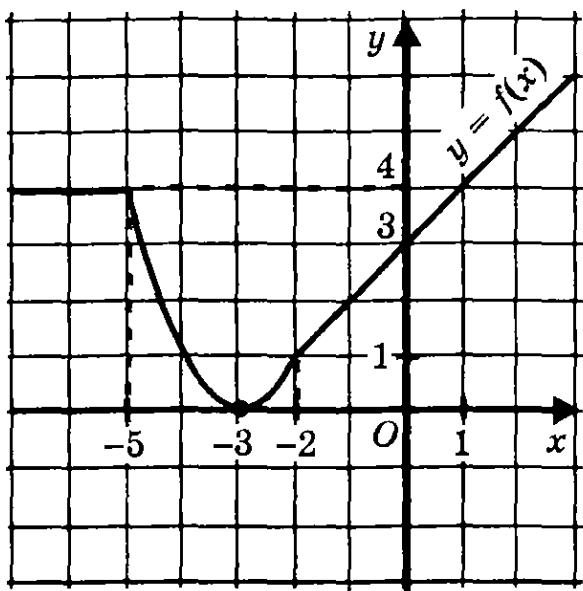


Рис. 41

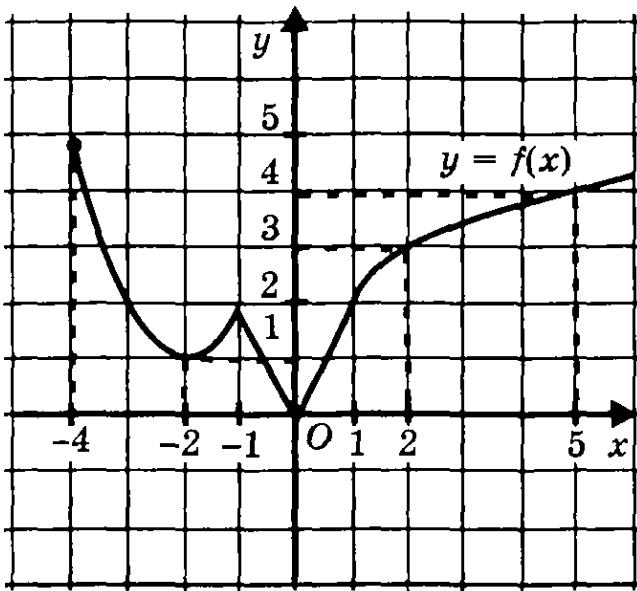


Рис. 42

## § 10. СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

Используя свойства числовых неравенств, докажите, что заданная функция возрастает:

- 10.1.** a)  $y = 5x$ ; b)  $y = 2x - 3$ ;  
c)  $y = 2x + 3$ ; d)  $y = \frac{x}{2} + 4$ .



- 10.3. a)  $y = x^2$ ,  $x \geq 0$ ; b)  $y = -\frac{1}{x}$ ,  $x > 0$ ;  
 б)  $y = -\frac{1}{x}$ ,  $x < 0$ ; г)  $y = -3x^2$ ,  $x \leq 0$ .

Используя свойства числовых неравенств, докажите, что заданная функция убывает:

- 10.4.** a)  $y = -5x$ ;      b)  $y = -7x + 1$ ;  
 б)  $y = 5 - 2x$ ;      г)  $y = 4 - \frac{x}{3}$ .

- 10.5.** a)  $y = -x^3$ ;     b)  $y = -3x^3$ ;     c)  $y = -\frac{x^3}{5}$ ;     d)  $y = -x^3 + 7$ .

○ 10.6. а)  $y = x^2$ ,  $x \leq 0$ ; в)  $y = \frac{3}{x}$ ,  $x > 0$ ;

б)  $y = -2x^2$ ,  $x \geq 0$ ; г)  $y = \frac{3}{x}$ ,  $x < 0$ .

Для данной функции ответьте на вопрос, является ли она ограниченной снизу, ограниченной сверху, ограниченной:

10.7. а)  $y = 7x + 2$ ; в)  $y = 4x + 1$ ,  $x > 0$ ;

б)  $y = -3x + 1$ ,  $x < 0$ ; г)  $y = -2x + 5$ ,  $0 \leq x \leq 5$ .

10.8. а)  $y = x^2$ ; в)  $y = \sqrt{x}$ ;

б)  $y = \frac{1}{x}$ ,  $x > 0$ ; г)  $y = |x|$ ,  $-4 \leq x \leq 8$ .

○ 10.9. а)  $y = -x^2 + 4x - 5$ ,  $x \geq 0$ ; в)  $y = 2x^2 - 6x + 3$ ,  $x \geq 0$ ;  
б)  $y = x^2 - 4x + 1$ ,  $x \leq 0$ ; г)  $y = -3x^2 + 6x + 2$ ,  $x \leq 0$ .

○ 10.10. Докажите ограниченность функции:

а)  $y = \sqrt{15 - x^2}$ ; б)  $y = -\sqrt{16 - x^4}$ .

Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:

10.11. а)  $y = 2x + 3$ ,  $x \in [0; 1]$ ; в)  $y = -4x + 1$ ,  $x \in (-\infty; 0]$ ;

б)  $y = -2x^2$ ,  $x \in [-1; 1]$ ; г)  $y = \frac{1}{2}x^2$ ,  $x \in (0; 2]$ .

10.12.  $y = \sqrt{x}$ , если:

а)  $x \in [0; +\infty)$ ; б)  $x \in [0; 3]$ ; в)  $x \in [1; 4]$ ; г)  $x \in (0; 2]$ .

10.13. а)  $y = \sqrt{x-4}$ ; в)  $y = \sqrt{x} + 2$ ;

б)  $y = 3 - \sqrt{x}$ ; г)  $y = 4 - \sqrt{x}$ .

Постройте и прочитайте график функции:

○ 10.14.  $y = \begin{cases} \frac{2}{x}, & \text{если } x < 0; \\ \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

○ 10.15.  $y = \begin{cases} 4 - 2x^2, & \text{если } -1 \leq x \leq 1; \\ x + 1, & \text{если } 1 < x \leq 3. \end{cases}$

○10.16. Данна функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 4x + 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ x + 1, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

- а) Найдите:  $f(-3); f(0); f(5);$
- б) постройте график функции  $y = f(x);$
- в) перечислите свойства функции.

○10.17. Данна функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} x - 1, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ 2x^2 + 4x - 1, & \text{если } x > 0. \end{cases}$$

- а) Найдите:  $f(-2); f(0); f(5);$
  - б) постройте график функции  $y = f(x);$
  - в) перечислите свойства функции.
- 

Докажите, что функция возрастает:

10.18. а)  $y = x^3 + 3x;$       в)  $y = 2x^3 + x;$   
 б)  $y = x^4 + 3x, x \geq 0;$       г)  $y = 2x^4 + x, x \geq 0.$

•10.19. а)  $y = \frac{x-5}{x+3}, x > -3;$       в)  $y = \frac{x+3}{1-x}, x > 1;$   
 б)  $y = \frac{3-2x}{1-x}, x < 1;$       г)  $y = \frac{6-4x}{2-x}, x < 2.$

Докажите, что функция убывает:

10.20. а)  $y = -x^3 - 2x;$       в)  $y = x^4 - 5x, x \leq 0;$   
 б)  $y = x^6 - 0,5x, x \leq 0;$       г)  $y = -3x^5 - x.$

Найдите наименьшее и наибольшее значения функции:

10.21. а)  $y = x^2 + 4x - 3;$       в)  $y = 9x^2 + 6x - 5;$   
 б)  $y = -4x^2 - 12x + 1;$       г)  $y = -x^2 + 8x - 12.$

10.22. а)  $y = |x| + 3, x \in [-5; 1];$       в)  $y = -|2x| - 1, x \in [-1; 1];$   
 б)  $y = -|4x| + 1, x \in (-6; 2];$       г)  $y = |x| + 3, x \in [-5; 1).$

10.23. Представьте данную функцию в виде  $y = f(x + l) + m$ , опишите ее свойства и постройте график:

а)  $y = \frac{x+4}{x+2};$       в)  $y = -\frac{x+3}{x-1};$   
 б)  $y = \frac{2x-3}{x-2};$       г)  $y = \frac{5-x}{x-3}.$

• 10.24. Представьте данную функцию в виде  $y = f(x + l) + m$ , опишите ее свойства и постройте график:

а)  $y = \frac{x-5}{4-x}$ ,  $x > 4$ ;

в)  $y = \frac{x+1}{x-1}$ ,  $x > 1$ ;

б)  $y = \frac{2-3x}{2+x}$ ,  $x < -2$ ;

г)  $y = \frac{6-3x}{3+x}$ ,  $x < -3$ .

• 10.25. Исследуйте функцию на ограниченность:

а)  $y = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$ ;

в)  $y = \sqrt{3 - x^2 - 2x}$ ;

б)  $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$ ;

г)  $y = \frac{-1}{\sqrt{3 - x^2 - 2x}}$ .

Постройте и прочитайте график функции:

10.26.  $y = \begin{cases} 2, & \text{если } -3 \leq x \leq 1; \\ \sqrt{x}, & \text{если } 1 < x \leq 4; \\ (x-5)^2 + 1, & \text{если } 4 < x \leq 6. \end{cases}$

10.27.  $y = \begin{cases} \frac{3}{x}, & \text{если } x < 0; \\ -x^2 + 2x + 2, & \text{если } 0 \leq x \leq 2; \\ x, & \text{если } 2 < x \leq 4. \end{cases}$

• 10.28. Найдя промежутки монотонности функции  $y = f(x)$ , сравните  $f(a)$  и  $f(b)$ , если:

а)  $f(x) = 3,7x^2 - 7,4x - 9$ ,  $a = 2,9$ ,  $b = 3,1$ ;

б)  $f(x) = -4,1x^2 - 16,4x + 3$ ,  $a = -1,8$ ,  $b = -1,3$ ;

в)  $f(x) = 1,9x^2 + 5,7x + 4$ ,  $a = -5,2$ ,  $b = -2,2$ ;

г)  $f(x) = -3,3x^2 + 3,3x$ ,  $a = 0,55$ ,  $b = 0,53$ .

## § 11. ЧЕТНЫЕ И НЕЧЕТНЫЕ ФУНКЦИИ

Является ли симметричным заданное множество:

11.1. а)  $[-3; 3]$ ; б)  $(-\infty; +\infty)$ ; в)  $[-4; 1]$ ; г)  $[0; +\infty)$ ?

11.2. а)  $[-6; 2]$ ; б)  $(-\infty; 4)$ ; в)  $(-12; 12]$ ; г)  $(-\infty; 0)$ ?

○ 11.3. Докажите, что функция является четной:

а)  $y = 3x^2 + x^4$ ;

в)  $y = 2x^8 - x^6$ ;

б)  $y = 4x^6 - x^2$ ;

г)  $y = 5x^2 + x^{10}$ .

○11.4. Докажите, что функция является нечетной:

а)  $y = x^2(2x - x^3)$ ;      в)  $y = x(5 - x^2)$ ;

б)  $y = \frac{x^4 + 1}{2x^3}$ ;      г)  $y = \frac{3x}{x^6 + 2}$ .

○11.5. Докажите, что функция  $y = x^2 + x$  не является ни четной, ни нечетной.

Исследуйте на четность функцию:

11.6. а)  $y = x^2$ ;      б)  $y = x^7$ ;      в)  $y = x^6$ ;      г)  $y = x^3$ .

○11.7. а)  $y = |x|$ ,  $x \in [-1; 1]$ ;

б)  $y = x^5$ ,  $x \in [-3; 3]$ ;

в)  $y = |x|$ ,  $x \in [-2; 2]$ ;

г)  $y = x^5$ ,  $x \in [-4; 4]$ .

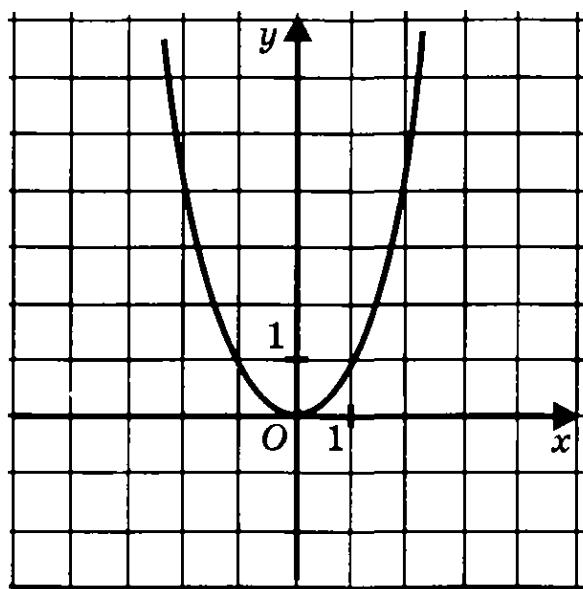


Рис. 43

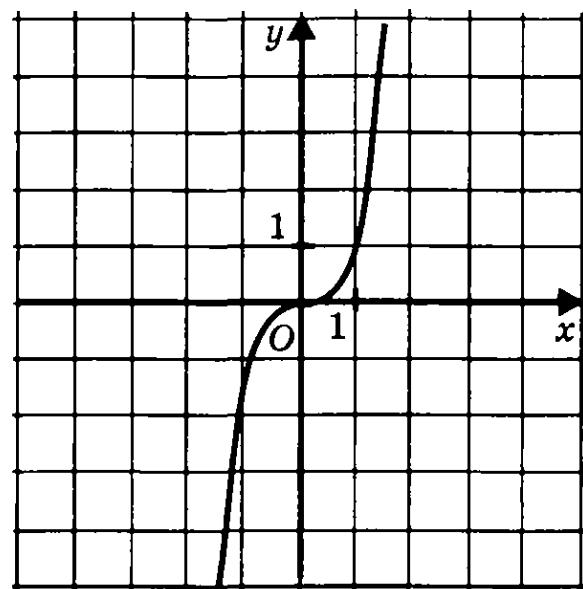


Рис. 44

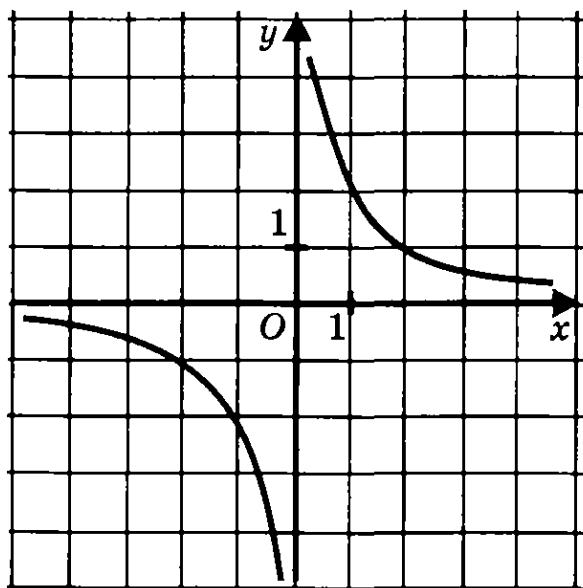


Рис. 45

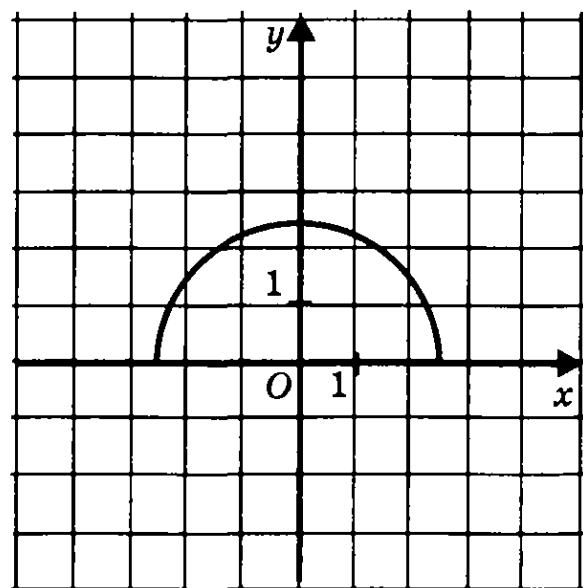


Рис. 46

○11.8. Исследуйте на четность функцию:

- а)  $y = 2x^3$ ,  $x \in [-2; 2]$ ;      в)  $y = -x^2$ ,  $x \in (-\infty; +\infty)$ ;  
б)  $y = -x^2$ ,  $x \in [-1; 0]$ ;      г)  $y = 2x^3$ ,  $x \in [-3; 3]$ .

Исследуйте на четность функцию, график которой изображен:

- 11.9. а) На рис. 43;      в) на рис. 45;  
б) на рис. 44;      г) на рис. 46.

- 11.10. а) На рис. 47;      в) на рис. 49;  
б) на рис. 48;      г) на рис. 50.

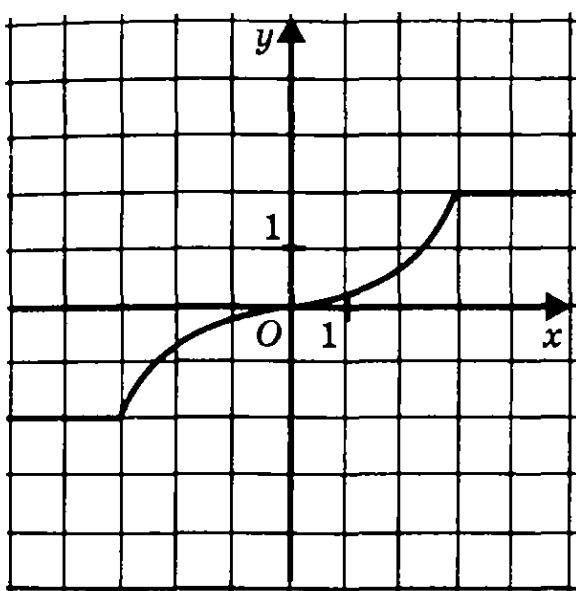


Рис. 47

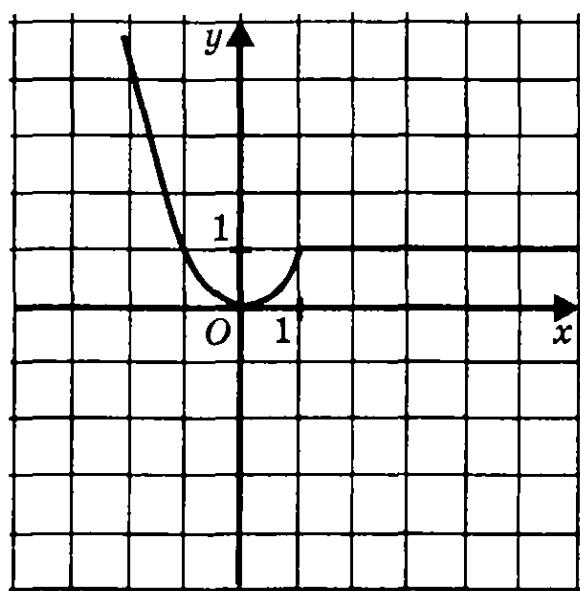


Рис. 48

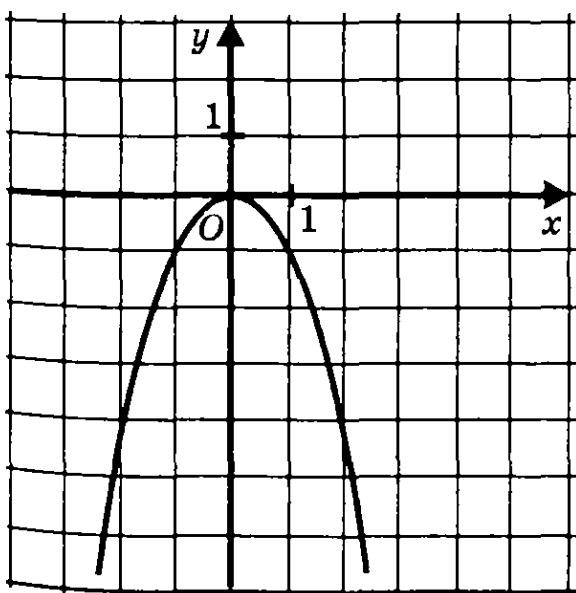


Рис. 49

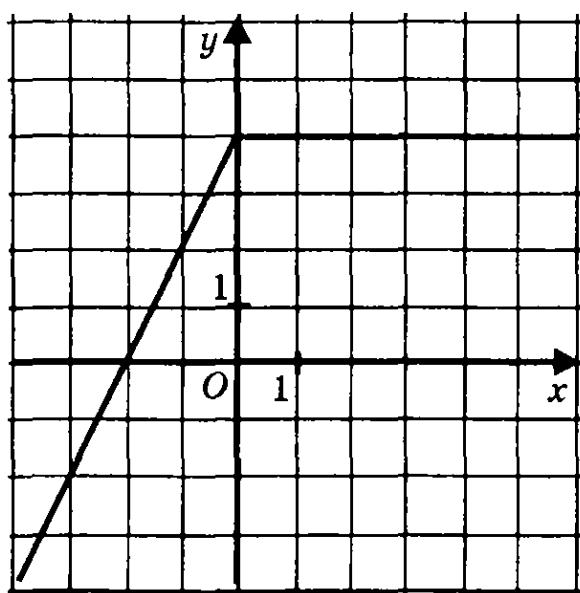


Рис. 50

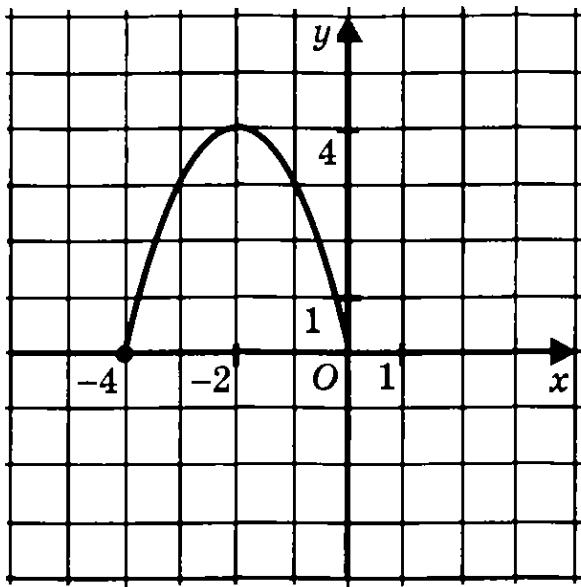


Рис. 51

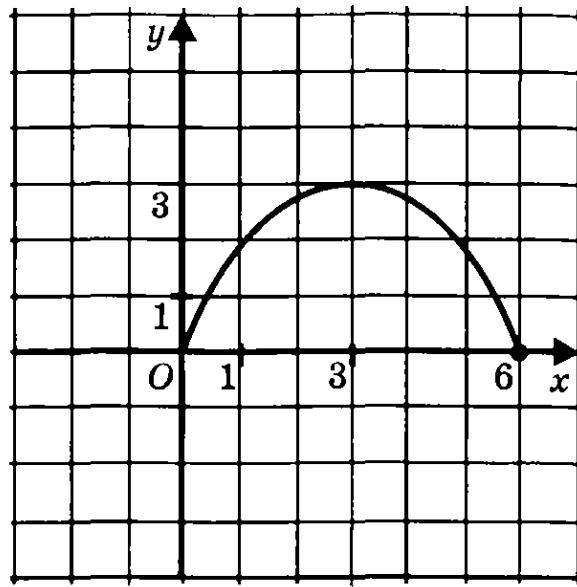


Рис. 52

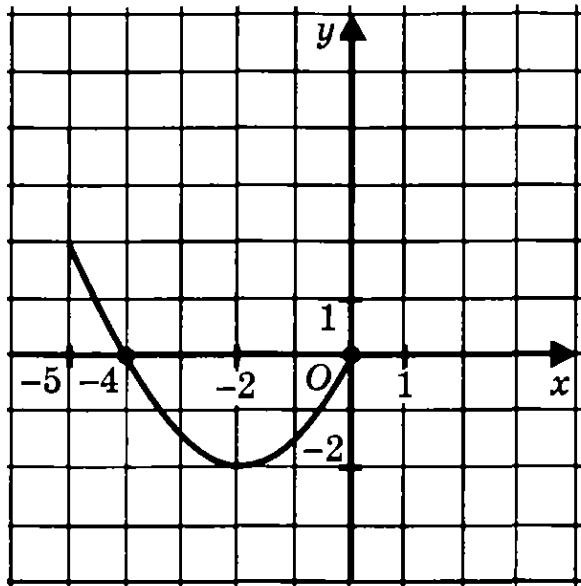


Рис. 53

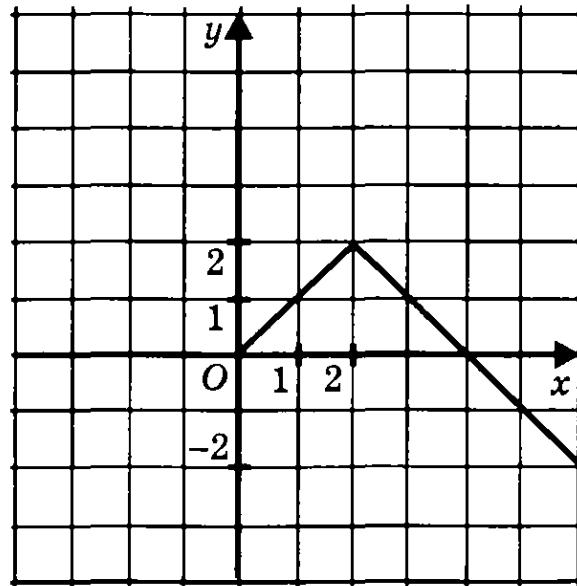


Рис. 54

- 11.11.** На рисунке построена ветвь графика функции  $y = f(x)$ . Постройте весь график этой функции, если известно, что:
- $y = f(x)$  — четная функция (рис. 51);
  - $y = f(x)$  — нечетная функция (рис. 52);
  - $y = f(x)$  — нечетная функция (рис. 53);
  - $y = f(x)$  — четная функция (рис. 54).

- 11.12.** а) Известно, что функция  $y = f(x)$  — четная и возрастает при  $x > 0$ . Определите характер монотонности функции при  $x < 0$ .
- б) Известно, что функция  $y = f(x)$  — четная и убывает при  $x > 0$ . Определите характер монотонности функции при  $x < 0$ .

в) Известно, что функция  $y = f(x)$  — нечетная и возрастает при  $x > 0$ . Определите характер монотонности функции при  $x < 0$ .

г) Известно, что функция  $y = f(x)$  — нечетная и убывает при  $x > 0$ . Определите характер монотонности функции при  $x < 0$ .

○11.13. Известно, что функция  $y = f(x)$  — четная и ограничена сверху при  $x > 0$ . Можно ли утверждать, что она при  $x < 0$ :

а) ограничена сверху;      б) ограничена снизу?

○11.14. Известно, что функция  $y = f(x)$  — нечетная и ограничена снизу при  $x > 0$ . Можно ли утверждать, что она при  $x < 0$ :

а) ограничена сверху;      б) ограничена снизу?

○11.15. Известно, что функция  $y = f(x)$  — нечетная и ограничена сверху при  $x > 0$ . Можно ли утверждать, что она при  $x < 0$ :

а) ограничена сверху;      б) ограничена снизу?

○11.16. Известно, что функция  $y = f(x)$  — четная и ограничена снизу при  $x > 0$ . Можно ли утверждать, что она при  $x < 0$ :

а) ограничена сверху;      б) ограничена снизу?

Постройте график функции  $y = f(x)$  и исследуйте ее на четность:

○11.17.  $f(x) = \begin{cases} 3 + x, & \text{если } x < 0; \\ 3 - x, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

○11.18.  $f(x) = \begin{cases} 2 + x, & \text{если } x < 0; \\ -2 - x, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

○11.19.  $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x < 0; \\ -x^2, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

---

11.20. Исследуйте на четность функцию:

а)  $y = \sqrt{x+1};$       в)  $y = \sqrt{x-5};$

б)  $y = \frac{x-2}{x^2-1};$       г)  $y = \frac{x+2}{x^2-16}.$

**11.21.** Исследуйте на четность функцию:

а)  $y = 4x - 2x^3 + 6x^5$ ;      в)  $y = \sqrt{x}$ ;

б)  $y = \frac{x-2}{x^2+4}$ ;      г)  $y = \frac{x^2+8}{x^2-9}$ .

**11.22.** Представьте функцию  $y = f(x)$ , где  $f(x) = 4x^4 - x^3 + 2x^2 - x + 5$  в виде суммы четной и нечетной функций.

Постройте и прочитайте график функции:

**11.23.**  $y = \begin{cases} 2x + 4, & \text{если } -2 \leq x \leq -1; \\ 2x^2, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ -2x + 4, & \text{если } 1 < x \leq 2. \end{cases}$

**11.24.**  $y = \begin{cases} 1, & \text{если } -2 \leq x \leq -1; \\ 2x^2 - 1, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ 1, & \text{если } 1 < x \leq 2. \end{cases}$

**11.25.**  $y = \begin{cases} 2, & \text{если } x \leq -1; \\ -2x^3 - 1, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ -2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

**11.26.** Функции  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$  определены на множестве всех действительных чисел. Является ли функция  $y = h(x)$  четной или нечетной, если:

а)  $h(x) = f(x) \cdot g^2(x)$ ,  $y = f(x)$  — четная функция,  $y = g(x)$  — нечетная функция;

б)  $h(x) = f(x) - g(x)$ ,  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$  — четные функции;

в)  $h(x) = f(x) + g(x)$ ,  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$  — нечетные функции;

г)  $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ ,  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$  — нечетные функции?

**11.27.** Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} 3 + x^2, & \text{если } x \geq 0; \\ h(x), & \text{если } x < 0. \end{cases}$

Задайте  $h(x)$  так, чтобы функция  $y = f(x)$  являлась четной.

**11.28.** Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} 4 + 3x^2, & \text{если } x > 0; \\ h(x), & \text{если } x < 0. \end{cases}$

Задайте  $h(x)$  так, чтобы функция  $y = f(x)$  являлась нечетной.

**11.29.** Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} 3 - 2x^2, & \text{если } x > 0; \\ h(x), & \text{если } x < 0. \end{cases}$

Задайте  $h(x)$  так, чтобы функция  $y = f(x)$ :

- а) являлась четной;    б) являлась нечетной.

**11.30.** Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} 1 + x^2, & \text{если } x \leq 0; \\ h(x), & \text{если } x > 0. \end{cases}$

Задайте, если это возможно,  $h(x)$  так, чтобы функция  $y = f(x)$ :

- а) являлась четной;    б) являлась нечетной.

Исследуйте функцию на четность и постройте ее график:

• **11.31.** а)  $y = x^2 + 2|x| - 1$ ;                  в)  $y = -x^2 - 3|x| + 4$ ;

б)  $y = \frac{3}{|x|}$ ;                  г)  $y = -\frac{4}{|x|}$ .

• **11.32.** а)  $y = -x|x|$ ;                  в)  $y = 2x|x|$ ;

б)  $y = \frac{2x^3}{|x|}$ ;                  г)  $y = -\frac{0,5x^5}{|x^3|}$ .

• **11.33.** а)  $y = \sqrt{|x|}$ ;                  в)  $y = -\sqrt{|x|}$ ;

б)  $y = -\sqrt{|x|} + 2$ ;                  г)  $y = \sqrt{|x| - 3}$ .

• **11.34.** а)  $y = \sqrt{(|x| - 3)^2} - 4$ ;                  в)  $y = 2 - \sqrt{(|x| - 1)^2}$ ;

б)  $y = \sqrt{4 - x^2} + 1$ ;                  г)  $y = \sqrt{1 - x^2} - 2$ .

## § 12. ФУНКЦИИ $y = x^n$ ( $n \in N$ ), ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

**12.1.** Постройте график функции:

а)  $y = x^3$ ;                  в)  $y = (x - 1)^3$ ;

б)  $y = -x^3$ ;                  г)  $y = -x^3 + 1$ .

○12.2. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где  $f(x) = (x + 2)^3 - 1$ .

С помощью графика найдите:

- а)  $f(-1), f(-3), f(0)$ ;
- б) корень уравнения  $f(x) = -9$ ;
- в) решение неравенства  $f(x) < 0$ ;
- г) наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке  $[-3; 0]$ .

○12.3. Постройте график функции  $y = f(x)$ , где  $f(x) = -(x - 1)^3 + 2$ .

С помощью графика найдите:

- а)  $f(0), f(-1), f(3)$ ;
- б) корень уравнения  $f(x) = -6$ ;
- в) решение неравенства  $f(x) < 1$ ;
- г) значения аргумента, при которых функция выпукла вверх, выпукла вниз.

○12.4. Принадлежит ли графику функции  $y = f(x)$  точка  $A$ , если:

- а)  $f(x) = x^3 - 4$ ,  $A(6; 212)$ ;
- б)  $f(x) = -(x + 6)^3$ ,  $A(-8; -8)$ ;
- в)  $f(x) = (x - 2)^3 + 200$ ,  $A(-8; 800)$ ;
- г)  $f(x) = -(x + 7)^3 + 25$ ,  $A(-2; -100)$ ?

○12.5. Не выполняя построения графика, найдите наименьшее и наибольшее значения функции:

- а)  $y = x^3 - 3$ ,  $x [-1; 2]$ ;
- б)  $y = -(x + 4)^3$ ,  $x [-4; 10]$ ;
- в)  $y = (x - 2)^3 + 5$ ,  $x [-1; 2]$ ;
- г)  $y = -(x - 3)^3 - 1$ ,  $x [-4; 8]$ .

○12.6. Исследуйте функцию на монотонность:

- а)  $y = (x + 2)^3$ ;
- в)  $y = x^3 - 10$ ;
- б)  $y = -(x - 4)^3 + 1$ ;
- г)  $y = -(x + 1)^3 - 3$ .

Постройте и прочитайте график функции:

12.7. а)  $y = x^6$ ;      б)  $y = -x^{10}$ ;      в)  $y = x^8$ ;      г)  $y = x^{12}$ .

12.8. а)  $y = -x^3$ ;      б)  $y = x^7$ ;      в)  $y = x^5$ ;      г)  $y = -x^9$ .

Постройте график функции:

○12.9. а)  $y = (x + 2)^4$ ;      в)  $y = x^6 + 1$ ;  
б)  $y = -(x - 1)^5$ ;

г)  $y = -x^7 - 1$ .

○12.10. а)  $y = -(x + 2)^3 - 1$ ;

в)  $y = (x - 3)^5 - 2$ ;

б)  $y = (x - 1)^6 + 0,5$ ;

г)  $y = -(x + 4)^4 + 1$ .

○12.11. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = x^6$ :

- а) на отрезке  $[-1; 1]$ ;      в) на полуинтервале  $(-2; 2]$ ;
- б) на луче  $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$ ;      г) на луче  $(-\infty; 3]$ .

○12.12. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = x^5$ :

- а) на отрезке  $[-1; 1]$ ;      в) на полуинтервале  $(1; 3]$ ;
- б) на луче  $(-\infty; 0]$ ;      г) на луче  $[-1; +\infty)$ .

○12.13. Найдите точки пересечения графиков функций:

- а)  $y = x^4$  и  $y = \frac{1}{x}$ ;      в)  $y = x^6$  и  $y = -2x^2$ ;
- б)  $y = x^5$  и  $y = -1$ ;      г)  $y = x^7$  и  $y = \sqrt{x}$ .

Решите графически уравнение:

- 12.14. а)  $x^6 = -\frac{1}{x}$ ;      в)  $x^4 = 1$ ;
- б)  $x^5 = \frac{1}{x}$ ;      г)  $x^7 = x$ .

- 12.15. а)  $x^3 = 4x$ ;      в)  $x^3 = \frac{1}{x}$ ;
- б)  $(x + 1)^3 = 1 - 2x$ ;      г)  $-x^3 + 2 = x + 4$ .

○12.16. Решите графически неравенство:

- а)  $x^3 < 1$ ;      б)  $x^3 > x$ ;      в)  $x^3 > -8$ ;      г)  $x^3 \leq x$ .

Определите число решений системы уравнений:

- 12.17. а)  $\begin{cases} y = x^8, \\ y = x + 1; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} y = x^6, \\ y = -3 + 2x; \end{cases}$
- б)  $\begin{cases} y = x^5, \\ y = 5 - 3x; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} y = x^7, \\ y = -x + 4. \end{cases}$

- 12.18. а)  $\begin{cases} y = x^4, \\ y = 4 - x^2; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} y = x^6, \\ y = 2 - 3x^2; \end{cases}$
- б)  $\begin{cases} y = x^5, \\ y = -2 + 0,5x^2; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} y = x^3, \\ y = x^2 - 6. \end{cases}$

○12.19. Постройте и прочитайте график функции:

а)  $y = \begin{cases} x^4, & \text{если } x < 0; \\ \sqrt{x}, & \text{если } x \geq 0; \end{cases}$

б)  $y = \begin{cases} \sqrt{-x}, & \text{если } x < 0; \\ x^5, & \text{если } x \geq 0; \end{cases}$

в)  $y = \begin{cases} x^6, & \text{если } x \leq 1; \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x > 1; \end{cases}$

г)  $y = \begin{cases} x^7, & \text{если } x < -1; \\ -2 - x, & \text{если } -1 \leq x \leq 2. \end{cases}$

○12.20. Чему равно  $n$ , если известно, что график степенной функции  $y = x^n$  проходит через заданную точку:

- а) (2; 256);      в) (3; 243);  
 б) (-2; -128);    г) (-4; 256)?

○12.21. Исследуйте степенную функцию  $y = x^n$  на четность и ограниченность, если известно, что ее график проходит через заданную точку:

- а) (-1; 1);      б) (-1; -1);      в) (1; 1);      г) (1; -1).
- 

12.22. Пусть  $P$  — наибольшее значение функции  $y = (x + 2)^5$  на отрезке  $[-3; -1]$ , а  $Q$  — наименьшее значение функции  $y = \sqrt{x}$  на луче  $[0; +\infty)$ . Что больше:  $P$  или  $Q$ ? Сделайте графическую иллюстрацию.

12.23. Пусть  $K$  — наибольшее значение функции  $y = x^{361}$  на луче  $(-\infty; 0]$ , а  $L$  — наименьшее значение функции  $y = x^{1002}$  на отрезке  $[-5; 5]$ . Не выполняя построения, ответьте на вопрос, что больше:  $K$  или  $L$ .

12.24. Определите число решений системы уравнений:

а)  $\begin{cases} y = x^5, \\ y = |x| - 2; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} y = x^4, \\ y = 4 + |x|; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} y = x^6, \\ y = 1 - |x|; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} y = x^7, \\ y = -|x| + 4. \end{cases}$

**12.25.** Решите графически неравенство:

$$\begin{array}{ll} \text{а)} x^4 \leq \sqrt{x}; & \text{в)} x^3 \geq |x| - 2; \\ \text{б)} x^5 < 5 - 4x; & \text{г)} -x^4 < \sqrt{x} + 1. \end{array}$$

Постройте и прочтайте график функции:

**12.26.** а)  $y = -(x + 1)^3$ ;      в)  $x^3 - 1$ ;  
б)  $y = (x - 1)^3 + 20$ ;      г)  $y = -(x + 3)^3 + 2$ .

**12.27.**  $y = \begin{cases} |x|, & \text{если } x \leq 0; \\ x^7, & \text{если } 0 < x \leq 1; \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

**12.28.**  $y = \begin{cases} 1, & \text{если } -3 \leq x \leq -1; \\ x^6, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ x, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

**12.29.**  $y = \begin{cases} \frac{1}{x}, & \text{если } x < -1; \\ x^{11}, & \text{если } -1 \leq x \leq 1; \\ (x - 1)^4 + 1, & \text{если } 1 < x \leq 3. \end{cases}$

**12.30.**  $y = \begin{cases} -\frac{2}{x}, & \text{если } x < 0; \\ x^{12}, & \text{если } 0 \leq x \leq 1; \\ 1, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

Исследуйте функцию на четность и постройте ее график:

**12.31.** а)  $y = \frac{x^4}{x}$ ;      в)  $y = \frac{x^5}{x^2}$ ;

б)  $y = \frac{x^4}{|x|}$ ;      г)  $y = x^2|x|$ .

**12.32.** а)  $y = (|x| - 2)^3$ ;      б)  $y = -(|x| + 1)^3$ .

•12.33. Докажите, что уравнение не имеет корней:

- а)  $x^4 + x^2 + 1 = 0$ ;      в)  $x^4 + x^2 - 2x + 3 = 0$ ;  
 б)  $x^6 - x + 3 = 0$ ;      г)  $x^6 - \sqrt{x-1} = 0$ .

•12.34. Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^7$ . Докажите, что

$$f(2x) \cdot f\left(\frac{x}{2}\right) = (f(x))^2.$$

•12.35. Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = -x^4$ . Докажите, что

$$f(4x) \cdot f\left(-\frac{x}{4}\right) = (f(x))^2.$$

•12.36. Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = x^{10}$ . Докажите, что

$$f(x^2) \cdot f(x^{-1}) = f(x).$$

•12.37. Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = -x^3$ . Докажите, что

$$(f(x))^9 : f\left(-\frac{1}{2}x^4\right) = f(2x^5).$$

### § 13. ФУНКЦИИ $y = x^{-n}$ ( $n \in N$ ), ИХ СВОЙСТВА И ГРАФИКИ

○13.1. Какая из точек  $A$ ,  $B$  принадлежит графику функции  $y = f(x)$ , если:

- а)  $f(x) = x^{-4}$ ,  $A\left(\frac{1}{2}; 16\right)$ ,  $B\left(-2; \frac{1}{8}\right)$ ;  
 б)  $f(x) = x^{-5}$ ,  $A(0; 0)$ ,  $B(-1; -1)$ ;  
 в)  $f(x) = x^{-6}$ ,  $A\left(\sqrt{2}; \frac{1}{8}\right)$ ,  $B\left(\frac{1}{2}; 64\right)$ ;  
 г)  $f(x) = x^{-7}$ ,  $A(-1; 1)$ ,  $B(1; -1)$ ?

13.2. Постройте и прочитайте график функции:

- а)  $y = \frac{1}{x^4}$ ;      б)  $y = x^{-3}$ ;      в)  $y = x^{-8}$ ;      г)  $y = \frac{1}{x^5}$ .

Постройте и прочитайте график функции:

○13.3. а)  $y = (x + 3)^{-4}$ ;      в)  $y = \frac{1}{(x - 2)^7}$ ;

б)  $y = \frac{1}{x^5} - 1$ ;      г)  $y = x^{-2} + 4$ .

○13.4. а)  $y = \frac{1}{(x + 1)^4} + 1$ ;      в)  $y = \frac{1}{(x - 3)^7} - 2$ ;

б)  $y = (x - 2)^{-5} + 3$ ;      г)  $y = (x + 4)^{-2} - 1$ .

○13.5. Постройте график функции  $y = (x - 2)^{-2}$ . Найдите промежутки убывания и возрастания функции. Составьте уравнения горизонтальной и вертикальной асимптот.

○13.6. Постройте график функции  $y = x^{-2} - 1$ . Найдите область значений функции. Составьте уравнения горизонтальной и вертикальной асимптот.

○13.7. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = x^{-4}$ :

а) на отрезке  $\left[\frac{1}{2}; 1\right]$ ;      в) на полуинтервале  $(-3; -1]$ ;

б) на луче  $(-\infty; -2]$ ;      г) на луче  $[3; +\infty)$ .

○13.8. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = x^{-5}$ :

а) на отрезке  $[-2; -1]$ ;      в) на полуинтервале  $\left(\frac{1}{2}; 4\right]$ ;

б) на луче  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]$ ;      г) на луче  $[2; +\infty)$ .

○13.9. Найдите точки пересечения графиков функций:

а)  $y = x$  и  $y = \frac{1}{x^3}$ ;      в)  $y = x^{-7}$  и  $y = -x$ ;

б)  $y = x^{-4}$  и  $y = -2$ ;      г)  $y = \frac{1}{x^2}$  и  $y = |x|$ .

○13.10. Решите графически уравнение:

а)  $x^{-5} = x$ ;      б)  $\frac{1}{x^4} = x^2$ ;      в)  $\frac{1}{x^7} = x$ ;      г)  $x^{-4} = \sqrt{x}$ .

○13.11. Определите число решений системы уравнений:

а)  $\begin{cases} y = \frac{1}{x^5}, \\ y = 2; \end{cases}$

в)  $\begin{cases} y = \frac{1}{x^8}, \\ y = x^4 - 1; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} y = x^{-6}, \\ y = 3 - 2x^2; \end{cases}$

г)  $\begin{cases} y = x^{-7}, \\ y = \sqrt{x}. \end{cases}$

Постройте и прочитайте график функции:

○13.12.  $y = \begin{cases} x^{-2}, & \text{если } x < 0; \\ 2x^2, & \text{если } x \geq 0. \end{cases}$

○13.13.  $y = \begin{cases} |x|, & \text{если } x \leq 1; \\ x^{-3}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

○13.14.  $y = \begin{cases} -2(x+1)^2 + 2, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ x^{-12}, & \text{если } x > 0. \end{cases}$

○13.15. Чему равно  $n$ , если известно, что график степенной функции  $y = x^{-n}$  проходит через заданную точку:

а)  $\left(2; \frac{1}{256}\right);$

в)  $\left(7; \frac{1}{343}\right);$

б)  $\left(-2; -\frac{1}{32}\right);$

г)  $\left(\frac{1}{5}; 625\right)?$

○13.16. Исследуйте степенную функцию  $y = x^{-n}$  на четность и ограниченность, если известно, что ее график проходит через заданную точку:

а)  $(-1; 1);$

в)  $(1; 1);$

б)  $(-1; -1);$

г)  $(1; -1).$

13.17. Пусть  $P$  — наибольшее значение функции  $y = \frac{1}{(x+2)^5} - 1$

на отрезке  $[-1; 1]$ , а  $Q$  — наименьшее значение функции  $y = x^8$  на отрезке  $[-1; 1]$ . Что больше:  $P$  или  $Q$ ? Сделайте графическую иллюстрацию.

Определите число решений системы уравнений:

13.18. а)  $\begin{cases} y = x^{-3}, \\ y = x^2 - 4; \end{cases}$       в)  $\begin{cases} y = x^{-4}, \\ y = 4 - x^4; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} y = \frac{1}{x^2}, \\ y = 2 - x^2; \end{cases}$       г)  $\begin{cases} y = \frac{1}{x^3}, \\ y = x^3 + 3. \end{cases}$

○13.19. Не выполняя построения графика функции  $y = (x + 2)^{-3} - 1$ , укажите:

- а) область определения и область значений функции;
- б) промежутки монотонности и промежутки знакопостоянства функции;
- в) уравнения асимптот;
- г) координаты центра симметрии графика функции.

13.20. Не выполняя построения графика функции  $y = (x - 1)^{-2} - 2$ , укажите:

- а) область определения и область значений функции;
- б) промежутки монотонности и промежутки знакопостоянства функции;
- в) уравнения асимптот;
- г) уравнение оси симметрии графика функции.

13.21. Постройте и прочитайте график функции:

$$\text{а) } y = \begin{cases} -1, & \text{если } x \leq -1; \\ x^3, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ \frac{1}{x^{28}}, & \text{если } x > 1; \end{cases} \quad \text{б) } y = \begin{cases} x^{-3}, & \text{если } x \leq -1; \\ -x^2, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ x^4, & \text{если } x > 1. \end{cases}$$

13.22. Решите графически неравенство:

- а)  $x^{-2} > 2x - 1$ ;
- в)  $x^{-2} \leq 2x - 1$ ;
- б)  $x^{-8} \leq \sqrt{x}$ ;
- г)  $x^{-3} > \sqrt{x}$ .

●13.23. Даны функции  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$ , где  $f(x) = x^5$ ,  $g(x) = x^{-10}$ .

Докажите, что  $\frac{(f(2x))^2}{32} = 32(g(x))^{-1}$ .

- 13.24. Даны функции  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$ , где  $f(x) = x^{-3}$ ,  $g(x) = x^4$ . Докажите, что  $(f(x^2))^2 = (g(x))^{-3}$ .
- 13.25. Даны функции  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$ , где  $f(x) = x^2$ ,  $g(x) = x^{-4}$ . Докажите, что  $\frac{16}{f(x^2)} = \left(g\left(\frac{2}{x}\right)\right)^{-1}$ .

## § 14. ФУНКЦИЯ $y = \sqrt[3]{x}$ , ЕЕ СВОЙСТВА И ГРАФИК

14.1. Вычислите:

а)  $\sqrt[3]{64}$ ;      б)  $\sqrt[3]{-125}$ ;      в)  $\sqrt[3]{216}$ ;      г)  $\sqrt[3]{-343}$ .

Вынесите множитель за знак радикала:

○ 14.2. а)  $\sqrt[3]{8 \cdot 3}$ ;      б)  $\sqrt[3]{-125 \cdot 2}$ ;      в)  $\sqrt[3]{27 \cdot 5}$ ;      г)  $\sqrt[3]{-64 \cdot 7}$ .

○ 14.3. а)  $\sqrt[3]{54}$ ;      б)  $\sqrt[3]{-432}$ ;      в)  $\sqrt[3]{56}$ ;      г)  $\sqrt[3]{-375}$ .

○ 14.4. а)  $\sqrt[3]{27x}$ ;      б)  $\sqrt[3]{-16a}$ ;      в)  $\sqrt[3]{250y}$ ;      г)  $\sqrt[3]{-343b}$ .

○ 14.5. а)  $\sqrt[3]{125x^4}$ ;      б)  $\sqrt[3]{-128x^7}$ ;      в)  $\sqrt[3]{81a^5}$ ;      г)  $\sqrt[3]{-512a^8}$ .

Внесите множитель под знак радикала:

○ 14.6. а)  $2\sqrt[3]{3}$ ;      б)  $-3\sqrt[3]{2}$ ;      в)  $5\sqrt[3]{2}$ ;      г)  $-4\sqrt[3]{3}$ .

○ 14.7. а)  $a\sqrt[3]{x}$ ;      б)  $a^2\sqrt[3]{a}$ ;      в)  $2x\sqrt[3]{a^2}$ ;      г)  $x^3\sqrt[3]{x^2}$ .

○ 14.8. Упростите выражение:

а)  $\sqrt[3]{a^6}$ ;      б)  $\sqrt[3]{-27b^3}$ ;      в)  $\sqrt[3]{8a^9b^{12}}$ ;      г)  $\sqrt[3]{-64a^6b^3c^9}$ .

Освободитесь от иррациональности в знаменателе дроби:

○ 14.9. а)  $\frac{1}{\sqrt[3]{7}}$ ;      б)  $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$ ;      в)  $\frac{5}{\sqrt[3]{5}}$ ;      г)  $\frac{6}{\sqrt[3]{9}}$ .

○ 14.10. а)  $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$ ;      б)  $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}}$ ;      в)  $-\frac{x}{\sqrt[3]{x}}$ ;      г)  $\frac{x^2}{\sqrt[3]{x^2}}$ .

Выполните указанные действия:

○ 14.11. а)  $2\sqrt[3]{a} - 3\sqrt[3]{a}$ ;      в)  $8\sqrt[3]{b} + 5\sqrt[3]{b}$ ;

б)  $\sqrt[3]{81x} + \sqrt[3]{24x}$ ;      г)  $\sqrt[3]{250y^2} - \sqrt[3]{54y^2}$ .

○ 14.12. а)  $\sqrt[3]{54 \cdot 5} \cdot \sqrt[3]{100}$ ;      в)  $\sqrt[3]{\frac{192}{49}} \cdot \sqrt[3]{\frac{9}{7}}$ ;

б)  $(\sqrt[3]{36} - \sqrt[3]{4}) \cdot \sqrt[3]{6}$ ;      г)  $(\sqrt[3]{5} + \sqrt[3]{15}) \cdot \sqrt[3]{25}$ .

○14.13. Решите уравнение:

а)  $\sqrt[3]{x} = 5$ ;

в)  $\sqrt[3]{x} = -10$ ;

б)  $\sqrt[3]{2x - 1} = 1$ ;

г)  $\sqrt[3]{4 - 2x} = 4$ .

14.14. Приналежит ли графику функции  $y = \sqrt[3]{x}$  точка:

а)  $A(8; 2)$ ;

в)  $C\left(-\frac{8}{27}; -\frac{2}{3}\right)$ ;

б)  $B(-27; 3)$ ;

г)  $D\left(\frac{1}{125}; \frac{1}{5}\right)$ ?

○14.15. Постройте график функции и найдите промежутки знакопостоянства:

а)  $y = \sqrt[3]{x} - 1$ ;

в)  $y = \sqrt[3]{x} + 2$ ;

б)  $y = \sqrt[3]{x + 2}$ ;

г)  $y = \sqrt[3]{x - 1}$ .

○14.16. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = \sqrt[3]{x}$  на заданном промежутке:

а)  $[1; 8]$ ;    б)  $(-8; 0]$ ;    в)  $[-27; 64]$ ;    г)  $[0,125; +\infty)$ .

○14.17. Решите графически уравнение:

а)  $\sqrt[3]{x} = 10 - x$ ;

б)  $\sqrt[3]{x} = |x|$ .

○14.18. Исследуйте функцию на четность:

а)  $y = x^2 \cdot \sqrt[3]{x}$ ;

б)  $y = x \cdot \sqrt[3]{x} + x^{-4} + 2$ .

○14.19. Постройте и прочитайте график функции:

а)  $y = \begin{cases} -2x, & \text{если } x \leq 0; \\ \sqrt[3]{x}, & \text{если } x > 0; \end{cases}$

б)  $y = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & \text{если } x \leq 1; \\ \frac{1}{x}, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

---

14.20. Определите число решений системы уравнений:

а)  $\begin{cases} x^2 + y = 4, \\ y = \sqrt[3]{x - 1}; \end{cases}$

б)  $\begin{cases} xy = 2, \\ y = \sqrt[3]{x} + 2. \end{cases}$

14.21. Постройте и прочитайте график функции:

а)  $y = \sqrt[3]{x - 3} + 2$ ;

в)  $y = \sqrt[3]{x} + 2$ ;

б)  $y = -\sqrt[3]{x}$ ;

г)  $y = -\sqrt[3]{x - 4}$ .

**14.22.** Решите уравнение  $f(x) = p$ , если:

а)  $f(x) = \sqrt[3]{x - 1}$ ,  $p = 2$ ;      б)  $f(x) = -\sqrt[3]{x + 2}$ ,  $p = 3$ .

**14.23.** Решите уравнение:

а)  $\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[3]{x} = 6$ ;      б)  $2\sqrt[3]{x^2} - 5\sqrt[3]{x} + 2 = 0$ .

**14.24.** Решите неравенство:

а)  $\sqrt[3]{x} > 1$ ;      в)  $\sqrt[3]{x} \leq -2$ ;  
б)  $\sqrt[3]{x} > 2 - x$ ;      г)  $\sqrt[3]{x} \leq -x - 2$ .

•**14.25.** Постройте и прочитайте график функции

$$y = \begin{cases} \sqrt[3]{x}, & \text{если } x \leq -1; \\ x^5, & \text{если } -1 < x < 1; \\ \sqrt[3]{x}, & \text{если } x \geq 1. \end{cases}$$

•**14.26.** Постройте график функции  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} 2(x + 4)^2, & \text{если } -6 \leq x \leq -2; \\ x^3, & \text{если } -2 < x < 0; \\ \sqrt[3]{x}, & \text{если } 0 \leq x \leq 8. \end{cases}$$

При каком значении параметра  $p$  уравнение  $f(x) = p$  имеет:

- а) два корня;      в) четыре корня;  
б) три корня;      г) не имеет корней?

•**14.27.** Постройте график уравнения:

а)  $(\sqrt[3]{x} + y)(x^3 - y) = 0$ ;  
б)  $(2\sqrt[3]{x} - y)(x^2 + y^2 - 4) = 0$ ;  
в)  $(\sqrt[3]{x + 1} - y)(xy - 4) = 0$ ;  
г)  $(x^{-2} + y)(2y + \sqrt[3]{x}) = 0$ .

•**14.28.** Решите графически систему неравенств:

а)  $\begin{cases} x + y > 2, \\ y - \sqrt[3]{x} > 0; \end{cases}$       б)  $\begin{cases} xy + 1 \geq 0, \\ y - \sqrt[3]{x} \leq 0. \end{cases}$

# Домашняя контрольная работа № 3

## Вариант 1

1. Найдите область определения функции  $y = \frac{3}{\sqrt{x^2 + 4x - 12}}$ .
2. Придумайте аналитически заданную функцию  $y = f(x)$ , для которой  $D(f) = (5; 7)$ .
3. Функция  $y = f(x)$  задана на множестве  $X$  всех двузначных натуральных чисел с помощью следующего правила: каждому числу  $x$  из  $X$  ставится в соответствие целая часть квадратного корня из числа  $x$ . Найдите область значений данной функции.
4. Используя свойства числовых неравенств, исследуйте на монотонность функцию  $y = 3x^3 + 4x + 5$ ,  $x \in [0; +\infty)$ .
5. Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} 2x - 1, & \text{если } x \leq 0; \\ h(x), & \text{если } x > 0. \end{cases}$

Задайте  $h(x)$ , если известно, что  $y = f(x)$  является четной функцией.

6. Определите число корней уравнения  $x^{-2} = 4x + 3$ .
7. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = (x + 2)^4 - 2$  на отрезке  $[-1, 4]$ .
8. Решите графически:
  - а) уравнение  $x^{-5} = \sqrt[3]{x}$ ;
  - б) неравенство  $\sqrt[3]{x - 2} > 1$ .
9. Даны функции  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$ , где  $f(x) = x^{-2}$ ,  $g(x) = x^4$ .

Докажите, что  $\frac{f(4x)}{f(x^2)} = \frac{1}{4} \sqrt{g\left(\frac{x}{2}\right)}$ .

10. Данна функция  $y = f(x)$ , где

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{если } x < 2; \\ -(x - 3)^2 + 3, & \text{если } x \geq 2. \end{cases}$$

- а) Постройте график функции  $y = f(x)$ ;
- б) укажите число корней уравнения  $f(x) = p$ , где  $p$  — любое действительное число.

## Вариант 2

1. Найдите область определения функции  $y = \frac{6}{\sqrt{-x^2 + 5x + 24}}$ .
2. Придумайте аналитически заданную функцию  $y = f(x)$ , для которой  $D(f) = [1; 3]$ .
3. Функция  $y = f(x)$  задана на множестве всех натуральных чисел с помощью следующего правила: каждому числу  $x$  ставится в соответствие число единиц в записи куба числа  $x$ . Найдите область значений данной функции.
4. Используя свойства числовых неравенств, исследуйте на монотонность функцию  $y = -x^4 - x^2 + 8$ ,  $x \in [0; +\infty)$ .
5. Данна функция  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \begin{cases} h(x), & \text{если } x < 0; \\ (x-1)^2 - 1, & \text{если } x > 0. \end{cases}$   
Задайте  $h(x)$ , если известно, что  $y = f(x)$  является нечетной функцией.
6. Определите число корней уравнения  $x^{-8} = 2 - 3x$ .
7. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $y = (1-x)^3 + 3$  на отрезке  $[2; 3]$ .
8. Решите графически:
  - а) уравнение  $x^5 = \sqrt[3]{x}$ ;
  - б) неравенство  $\sqrt[3]{x+2} \leq 1$ .
9. Даны функции  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$ , где  $f(x) = x^4$ ,  $g(x) = x^{-1}$ .  
Докажите, что при  $x < 0$  выполняется равенство
$$\sqrt{4\sqrt{f(x)}} + 2(g(x))^{-1} = 0.$$
10. Данна функция  $y = f(x)$ , где
$$f(x) = \begin{cases} (x+4)^2 + 2, & \text{если } x < -3; \\ |x|, & \text{если } x \geq -3. \end{cases}$$
  - а) Постройте график функции  $y = f(x)$ ;
  - б) укажите число корней уравнения  $f(x) = p$ , где  $p$  — любое действительное число.

## § 15. ЧИСЛОВЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

Определите, является ли заданная функция числовой последовательностью:

**15.1.** а)  $y = 2x - 1$ ,  $x \in (0; +\infty)$ ;      в)  $y = 2x - 1$ ,  $x \in \mathbf{Z}$ ;  
 б)  $y = 2x - 1$ ,  $x \in Q$ ;      г)  $y = 2x - 1$ ,  $x \in N$ .

**15.2.** а)  $y = \frac{2x+1}{x}$ ,  $x \in (0; +\infty)$ ;      в)  $y = \frac{2x-1}{x^2+1}$ ,  $x \in \mathbf{Z}$ ;  
 б)  $y = \frac{2x-1}{x^2+1}$ ,  $x \in Q$ ;      г)  $y = \frac{2x+1}{x}$ ,  $x \in N$ .

**15.3.** Составьте математическую модель следующей задачи. Сосулька тает со скоростью 5 капель в мин. Сколько капель упадет на землю через 1 мин, 2 мин, 3 мин, 17 мин и т. д. от начала таяния сосульки? Является ли эта математическая модель числовой последовательностью?

**15.4.** Выясните, является ли указанное ниже соответствие последовательностью. Если да, то составьте формулу  $n$ -го члена последовательности и найдите ее первые пять членов:

- а) каждому натуральному числу ставится в соответствие его квадрат;
- б) каждому натуральному числу ставится в соответствие его куб;
- в) каждому натуральному числу ставится в соответствие число 7;
- г) каждому натуральному числу ставится в соответствие обратное число.

**15.5.** Приведите примеры последовательностей, заданных:

- а) с помощью формулы  $n$ -го члена;
- б) словесно;
- в) рекуррентным способом.

**15.6.** Найдите несколько начальных членов возрастающей последовательности всех натуральных чисел, кратных пяти. Укажите ее шестой, девятый, двадцать первый,  $n$ -й члены.

**15.7.** Найдите несколько начальных членов возрастающей последовательности всех натуральных чисел, кратных семи. Укажите ее восьмой, десятый, тридцать седьмой,  $n$ -й члены.

**15.8.** Известно, что  $(a_n)$  — возрастающая последовательность кубов всех натуральных чисел. Найдите  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_n$ .

**15.9.** Известно, что  $(c_n)$  — возрастающая последовательность всех натуральных степеней числа 2. Найдите  $c_1, c_2, c_3, c_4, c_n$ .

**15.10.** Назовите член последовательности  $(y_n)$ , который:

- а) следует за членом  $y_{31}, y_n, y_{n+9}, y_{2n}$ ;
- б) предшествует члену  $y_{91}, y_{639}, y_{n-1}, y_{3n}$ .

**15.11.** Назовите все члены последовательности  $(a_n)$ , которые расположены между членами:

- а)  $a_{638}$  и  $a_{645}$ ;
- в)  $a_{n+3}$  и  $a_{n+10}$ ;
- б)  $a_{1002}$  и  $a_{1008}$ ;
- г)  $a_{n-2}$  и  $a_{n+2}$ .

По заданной формуле  $n$ -го члена последовательности вычислите первые пять членов последовательности:

**15.12.** а)  $a_n = 4n + 1$ ;      в)  $b_n = 5n + 2$ ;  
б)  $c_n = -7n + 3$ ;      г)  $a_n = -3n - 7$ .

○**15.13.** а)  $a_n = \frac{1}{n+5}$ ;      в)  $c_n = \frac{3}{2n+4}$ ;  
б)  $d_n = \frac{-2}{3-4n}$ ;      г)  $a_n = \frac{-3}{4n-1}$ .

○**15.14.** а)  $x_n = n^2 + 1$ ;      в)  $z_n = -n^3 + 5$ ;  
б)  $y_n = -n^3 - 10$ ;      г)  $w_n = n^2 - 15$ .

Составьте одну из возможных формул  $n$ -го члена последовательности по первым пяти ее членам:

- 15.15. а) 1, 2, 3, 4, 5, ... ;      в) 6, 7, 8, 9, 10, ... ;  
 б) -2, -1, 0, 1, 2, ... ;      г) -1, -2, -3, -4, -5, ... .

- 15.16. а) 1, 3, 5, 7, 9, ... ;      в) 4, 6, 8, 10, 12, ... ;  
 б) 3, 6, 9, 12, 15, ... ;      г) 4, 8, 12, 16, 20, ... .

- 15.17. а) 1, 4, 9, 16, 25, ... ;      в) 2, 5, 10, 17, 26, ... ;  
 б) 4, 9, 16, 25, 36, ... ;      г) 1, 8, 27, 64, 125, ... .

- 15.18. Докажите, что число  $A$  является членом последовательности  $(y_n)$ , если:

а)  $y_n = \frac{2n+3}{n+1}$ ,  $A = \frac{11}{5}$ ;      в)  $y_n = 3(n+2)^{-2}$ ,  $A = \frac{1}{12}$ ;  
 б)  $y_n = 2^{3n-11}$ ,  $A = 128$ ;      г)  $y_n = (n-2)^3 - 1$ ,  $A = 342$ .

- 15.19. Является ли членом последовательности  $(y_n)$  данное число  $B$ ? Если является, то укажите номер соответствующего члена последовательности:

а)  $y_n = -n^5 + 3$ ,  $B = -240$ ;  
 б)  $y_n = \frac{n^2 + 4n + 45}{n^2 + 25}$ ,  $B = 1,8$ ;  
 в)  $y_n = n^2 + 15n + 16$ ,  $B = -40$ ;  
 г)  $y_n = (\sqrt[3]{3})^{7n-6}$ ,  $B = 243$ .

Выпишите первые шесть членов последовательности  $(x_n)$ , заданной рекуррентно:

- 15.20. а)  $x_1 = 1$ ,  $x_n = -x_{n-1} + 5$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ );  
 б)  $x_1 = -5$ ,  $x_n = x_{n-1} + 10$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ );  
 в)  $x_1 = 1$ ,  $x_n = 2 + x_{n-1}$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ );  
 г)  $x_1 = -3$ ,  $x_n = -x_{n-1} - 2$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ).

- 15.21. а)  $x_1 = 1$ ,  $x_n = n \cdot x_{n-1}$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ );  
 б)  $x_1 = -3$ ,  $x_n = -x_{n-1}$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ );  
 в)  $x_1 = -512$ ,  $x_n = 0,5 \cdot x_{n-1}$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ );  
 г)  $x_1 = 1$ ,  $x_n = x_{n-1} : 0,1$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ).

- 15.22. Докажите, что последовательность  $(y_n)$  является возрастающей:

а)  $y_n = 3n + 4$ ;      в)  $y_n = 7n - 2$ ;  
 б)  $y_n = 5n^2 - 3$ ;      г)  $y_n = 4n^2 - 1$ .

○15.23. Докажите, что последовательность  $(y_n)$  является убывающей:

а)  $y_n = -2n - 3$ ;      в)  $y_n = 4 - 5n$ ;  
б)  $y_n = -3n^3 + 4$ ;      г)  $y_n = -n^3 + 8$ .

---

15.24. Выпишите первые семь членов возрастающей последовательности квадратов всех простых чисел.

15.25. По заданной формуле  $n$ -го члена последовательности вычислите ее первые пять членов:

а)  $x_n = (-2)^n$ ;      в)  $b_n = 2(-3)^{n-1}$ ;  
б)  $c_n = (-1)^{n+1} - (-1)^n$ ;      г)  $d_n = (-2)^n + (-2)^{n-1}$ .

15.26. Последовательность задана формулой  $n$ -го члена. Вычислите ее первые три члена с четными номерами:

а)  $y_n = (-1)^n + (-2)^{n+1}$ ;      в)  $z_n = (-2)^n - (-2)^{n+1}$ ;  
б)  $x_n = (-2)^{n+1} - (-2)^{n-1}$ ;      г)  $w_n = (-1)^{n+1} - (-2)^n$ .

15.27. Последовательность задана формулой  $n$ -го члена. Вычислите первые три члена с нечетными номерами:

а)  $y_n = (-1)^n + 2^n$ ;      в)  $z_n = (-2)^n + 4n$ ;  
б)  $x_n = (-2)^n + 16$ ;      г)  $w_n = (-1)^n - 1$ .

Составьте одну из возможных формул  $n$ -го члена последовательности по первым пяти ее членам:

15.28. а)  $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \frac{1}{9}, \dots$ ;      в)  $1, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{16}, \frac{1}{25}, \dots$ ;  
б)  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \dots$ ;      г)  $\frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 5}, \frac{1}{5 \cdot 6}, \dots$ .

15.29. а)  $-\frac{2}{2}, \frac{4}{5}, -\frac{6}{8}, \frac{8}{11}, -\frac{10}{14}, \dots$ ;

б)  $\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2\sqrt{2}}, \frac{7}{4}, \frac{9}{4\sqrt{2}}, \dots$ ;

в)  $\frac{2}{5}, -\frac{4}{10}, \frac{8}{15}, -\frac{16}{20}, \frac{32}{25}, \dots$ ;

г)  $-\frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2}}, \frac{4}{\sqrt{2 \cdot 3}}, -\frac{9}{\sqrt{3 \cdot 4}}, \frac{16}{\sqrt{4 \cdot 5}}, -\frac{25}{\sqrt{5 \cdot 6}}, \dots$ .

**15.30.** Выпишите первые шесть членов последовательности  $(x_n)$ , у которой  $x_1 = -3$ ,  $x_2 = -2$  и каждый член, начиная с третьего, равен удвоенной сумме двух предыдущих членов. Составьте рекуррентное задание последовательности.

Задайте последовательность рекуррентным способом:

- 15.31.** а) 2, 2, 2, 2, 2, ... ;      в) 9, 7, 5, 3, 1, ... ;  
 б) 2, 4, 6, 8, 10, ... ;      г) 5, -5, 5, -5, 5, -5, ... .

- 15.32.** а) 2, 6, 18, 54, 162, ... ;      в)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \dots$  ;  
 б) 1, 8, 15, 22, 29, ... ;      г) 3, -9, 27, -81, 243, ... .

**15.33.** Выпишите первые четыре члена последовательности десятичных приближений числа  $\sqrt{3}$ :  
 а) по недостатку;      б) по избытку.

**15.34.** Найдите сумму первых семи членов последовательности, заданной словесно:  $n$ -й член последовательности равен десятичной дроби, целая часть которой равна нулю, а после запятой стоят подряд ровно  $n$  единиц.

**15.35.** Укажите номер члена последовательности  $x_n = \frac{n+1}{3n+2}$ , равного:

- а)  $\frac{5}{14}$ ;      б)  $\frac{14}{41}$ ;      в)  $\frac{6}{13}$ ;      г)  $\frac{8}{23}$ .

**15.36.** Последовательность задана формулой  $a_n = (2n - 1)(3n + 2)$ . Является ли членом последовательности число:  
 а) 0;      б) 24;      в) 153;      г) -2?

**15.37.** Последовательность задана рекуррентным способом. Перейдите к аналитическому заданию, т. е. найдите формулу ее  $n$ -го члена:

- а)  $x_1 = 3$ ,  $x_n = x_{n-1} + 5$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ );  
 б)  $x_1 = 2$ ,  $x_n = 3x_{n-1}$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ );  
 в)  $x_1 = 11$ ,  $x_n = x_{n-1} - 4$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ );  
 г)  $x_1 = 3$ ,  $x_n = \frac{x_{n-1}}{2}$  ( $n = 2, 3, 4, \dots$ ).

**15.38.** Постройте график последовательности:

а)  $y_n = \frac{3-n}{2}$ ;      в)  $y_n = n^2 - 4$ ;

б)  $y_n = \frac{1}{n+1}$ ;      г)  $y_n = \frac{3n}{2}$ .

**15.39.** Укажите наименьший номер, начиная с которого все члены последовательности  $(x_n)$  будут больше заданного числа  $A$ :

а)  $x_n = 2n - 5$ ,  $A = 10$ ;      в)  $x_n = n^2 - 27$ ,  $A = -2$ ;  
б)  $x_n = 3^{n-1}$ ,  $A = 30$ ;      г)  $x_n = 2^{n-5}$ ,  $A = 1,5$ .

**15.40.** Укажите наименьший номер, начиная с которого все члены последовательности  $(x_n)$  будут меньше заданного числа  $A$ :

а)  $x_n = 3 - 2n$ ,  $A = -9$ ;      в)  $x_n = 2 - 3n^2$ ,  $A = -25$ ;  
б)  $x_n = 3^{4-n}$ ,  $A = 0,5$ ;      г)  $x_n = 2^{5-n}$ ,  $A = 0,75$ .

**15.41.** Докажите, что последовательность возрастает:

а)  $a_n = 1 - \frac{1}{2n}$ ;      в)  $c_n = 1 - \frac{1}{2^n}$ ;

б)  $b_n = \frac{n-1}{n}$ ;      г)  $d_n = \frac{5n}{n+1}$ .

**15.42.** Докажите, что последовательность убывает:

а)  $a_n = \frac{1}{2n}$ ;      в)  $c_n = 1 + \frac{1}{3n}$ ;

б)  $b_n = \frac{n+1}{n}$ ;      г)  $d_n = \frac{1}{3^n}$ .

## § 16. АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Определите, является ли приведенная ниже последовательность арифметической прогрессией:

**16.1.** а) 2, 4, 6, 8, 10, 12, ... ;      в) 13, 10, 7, 4, 1, -2, ... ;  
б) 5, 5, 5, 5, 5, 5, ... ;      г) 3, 1, 3, 1, 3, 1, ... .

**16.2.** а) -7, -5, -3, -1, 1, ... ;      в) 1,  $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$  ;  
б) 3, 0, -3, -6, -8, ... ;      г) 2, 7, 12, 17, 27, ... .

**16.3.** Найдите первый член и разность арифметической прогрессии:

- а)  $3, -1, -5, -9, \dots$ ;      в)  $0,7, 0,9, 1,1, 1,3, \dots$ ;  
б)  $7, 4, 1, -2, \dots$ ;      г)  $-1, -0,9, -0,8, -0,7, \dots$ .

**16.4.** Выпишите первые шесть членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:

- а)  $a_1 = 3, d = 7$ ;      в)  $a_1 = -21, d = 3$ ;  
б)  $a_1 = 10, d = -2,5$ ;      г)  $a_1 = -17,5, d = -0,5$ .

Запишите конечную арифметическую прогрессию  $(a_n)$ , заданную следующими условиями:

**16.5.** а)  $a_1 = -2, d = 4, n = 5$ ;      в)  $a_1 = 2, d = 3, n = 6$ ;  
б)  $a_1 = 1, d = -0,1, n = 7$ ;      г)  $a_1 = -6, d = 1,5, n = 4$ .

○**16.6.** а)  $a_1 = \frac{3}{7}, d = \frac{1}{7}, n = 5$ ;

б)  $a_1 = 13, d = -\sqrt{5}, n = 4$ ;

в)  $a_1 = 7,5, d = 0,5, n = 4$ ;

г)  $a_1 = -1,7, d = -0,15, n = 5$ .

○**16.7.** Найдите разность и десятый член арифметической прогрессии:

а)  $1, 3, 5, 7, \dots$ ;

б)  $\sqrt{5}, 6 + \sqrt{5}, 12 + \sqrt{5}, 18 + \sqrt{5}, \dots$ ;

в)  $100, 90, 80, 70, \dots$ ;

г)  $3, 3 - \sqrt{2}, 3 - 2\sqrt{2}, 3 - 3\sqrt{2}, \dots$ .

○**16.8.** Возрастающая последовательность состоит из всех натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 3. Выясните, является ли она арифметической прогрессией. Если да, то укажите первый член и разность прогрессии.

○**16.9.** Возрастающая последовательность состоит из всех натуральных чисел, кратных 11. Докажите, что она является арифметической прогрессией; укажите первый член и разность прогрессии.

○16.10. Возрастающая последовательность состоит из всех натуральных степеней числа 3. Выясните, является ли она арифметической прогрессией. Если да, то укажите первый член и разность прогрессии.

○16.11. Выясните, является ли арифметической прогрессией последовательность  $(x_n)$ , заданная формулой  $n$ -го члена. Если да, то укажите первый член и разность прогрессии.

а)  $x_n = 3n + 1$ ;

б)  $x_n = 3 \cdot 2^n$ ;

в)  $x_n = n^2$ ;

г)  $x_n = 4n - 3$ .

○16.12. Докажите, что последовательность  $(a_n)$  является арифметической прогрессией, и найдите разность прогрессии:

а)  $a_n = 2n + 1$ ;

б)  $a_n = 0,5n - 4$ ;

в)  $a_n = -3n + 1$ ;

г)  $a_n = -\frac{1}{3}n - 1$ .

○16.13. Зная формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , найдите  $a_1$  и  $d$ :

а)  $a_n = 3n - 2$ ;

б)  $a_n = -1 - \frac{n}{3}$ ;

в)  $a_n = -0,1n + 3$ ;

г)  $a_n = 5 - 2n$ .

Составьте формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии:

○16.14. а) 2, 5, 8, 11, ... ;

в) 7, 5, 3, 1, ... ;

б) 0,5, 1,5, 2,5, 3,5, ... ;

г)  $-1, -1\frac{1}{7}, -1\frac{2}{7}, -1\frac{3}{7}, \dots$ .

○16.15. а) 4, -2, -8, -14, -20, ... ;

б) -0,7, -0,5, -0,3, -0,1, 0,1, ... ;

в) -7, -2, 3, 8, 13, ... ;

г)  $-2\sqrt{5}, -\sqrt{5}, 0, \sqrt{5}, 2\sqrt{5}, \dots$ .

○16.16. Данна арифметическая прогрессия  $(a_n)$ . Вычислите:

а)  $a_6$ , если  $a_1 = 4$ ,  $d = 3$ ;

б)  $a_{15}$ , если  $a_1 = -15$ ,  $d = -5$ ;

в)  $a_{17}$ , если  $a_1 = -12$ ,  $d = 2$ ;

г)  $a_9$ , если  $a_1 = 101$ ,  $d = \frac{1}{2}$ .

○16.17. Найдите разность арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:

а)  $a_1 = 12$ ,  $a_5 = 40$ ;

в)  $a_1 = -8$ ,  $a_{11} = -28$ ;

б)  $a_6 = -30$ ,  $a_{16} = 30$ ;

г)  $a_{11} = 4,6$ ,  $a_{36} = 54,6$ .

○16.18. Найдите первый член арифметической прогрессии ( $a_n$ ), если:

- а)  $a_7 = 9$ ,  $d = 2$ ;      в)  $a_{26} = -71$ ,  $d = -3$ ;  
б)  $a_{37} = -69$ ,  $d = -2,5$ ;    г)  $a_{14} = -6\sqrt{5}$ ,  $d = -\sqrt{5}$ .

○16.19. а) Число 29 является членом арифметической прогрессии 9, 11, 13, ... . Найдите номер этого члена.

- б) Число 43 является членом арифметической прогрессии 3, 7, 11, ... . Найдите номер этого члена.

○16.20. Проверьте:

- а) является ли число 4,5 членом арифметической прогрессии  $-1,5, -1, -0,5, \dots$  ;  
б) является ли число 43,5 членом арифметической прогрессии  $7,5, 11, 14,5, \dots$  .

○16.21. Проверьте:

- а) является ли число 41 членом арифметической прогрессии ( $a_n$ ), у которой  $a_1 = -7$ ,  $d = 4$ ;  
б) является ли число  $-33$  членом арифметической прогрессии ( $a_n$ ), у которой  $a_1 = 3$ ,  $d = -6$ .

○16.22. а) Между числами 15 и 23 вставьте число таким образом, чтобы получившиеся три числа являлись последовательными членами арифметической прогрессии.  
б) Между числами 16 и 28 вставьте число таким образом, чтобы получившиеся три числа являлись последовательными членами арифметической прогрессии.

○16.23. Данна конечная арифметическая прогрессия ( $a_n$ ). Найдите  $a_n$ , если:

- а)  $a_1 = 1$ ,  $d = 2$ ,  $n = 11$ ;  
б)  $a_1 = -1\frac{1}{2}$ ,  $d = -3,75$ ,  $n = 21$ ;  
в)  $a_1 = \frac{2}{3}$ ,  $d = \frac{3}{4}$ ,  $n = 17$ ;  
г)  $a_1 = 0,2$ ,  $d = \frac{1}{3}$ ,  $n = 13$ .

○16.24. Данна конечная арифметическая прогрессия ( $a_n$ ). Найдите  $a_1$ , если:

- а)  $d = 2$ ,  $n = 15$ ,  $a_n = -10$ ;  
б)  $d = \frac{1}{4}$ ,  $n = 7$ ,  $a_n = 10\frac{1}{2}$ ;  
в)  $d = -0,6$ ,  $n = 17$ ,  $a_n = 9,5$ ;  
г)  $d = -0,3$ ,  $n = 15$ ,  $a_n = -2,94$ .

○16.25. Данна конечная арифметическая прогрессия ( $a_n$ ). Найдите  $d$ , если:

- а)  $a_1 = 3, a_n = 39, n = 11;$
- б)  $a_1 = -0,2, a_n = -18,4, n = 15;$
- в)  $a_1 = 5 \frac{5}{8}, a_n = 1 \frac{1}{4}, n = 36;$
- г)  $a_1 = 3,6, a_n = 0, n = 37.$

○16.26. Данна конечная арифметическая прогрессия ( $a_n$ ). Найдите  $n$ , если:

- а)  $a_1 = 1, d = \frac{2}{3}, a_n = 67;$
- б)  $a_1 = 0, d = 0,5, a_n = 5;$
- в)  $a_1 = -6, d = \frac{3}{4}, a_n = 10 \frac{1}{2};$
- г)  $a_1 = -4,5, d = 5,5, a_n = 100.$

○16.27. Является ли число  $b$  членом заданной арифметической прогрессии ( $a_n$ )? Если да, то укажите номер этого члена.

- а)  $a_1 = 5, d = 0,3, b = 21,2;$
- б)  $a_1 = 3, d = -0,35, b = 0,65;$
- в)  $a_1 = -7, d = 5,1, b = 44;$
- г)  $a_1 = -0,13, d = 0,02, b = -0,01.$

○16.28. Укажите наименьший номер, начиная с которого все члены заданной арифметической прогрессии ( $a_n$ ) будут меньше заданного числа  $A$ :

- а) 2, 1,9, 1,8, 1,7, ...,  $A = 0$ ;
- б) 15,9, 15,5, 15,1, ...,  $A = 0,9$ ;
- в) 110, 100, 90, ...,  $A = 15$ ;
- г) -1, -1,75, -2,5, ...,  $A = -16,3$ .

○16.29. Укажите наименьший номер, начиная с которого все члены заданной арифметической прогрессии ( $a_n$ ) будут больше заданного числа  $A$ :

- а)  $a_1 = -12, d = 3, A = 141;$
- б)  $a_1 = 4, d = 2,2, A = 14,7;$
- в)  $a_1 = -4,5, d = 5,5, A = 0;$
- г)  $a_1 = 14,5, d = 0,7, A = 22,9.$

○16.30. Сумма первого и пятого членов возрастающей арифметической прогрессии равна 14, а произведение второго и четвертого ее членов равно 45. Найдите шестой член этой прогрессии.

- 16.31. Сумма второго и пятого членов арифметической прогрессии равна 18, а произведение второго и третьего ее членов равно 21. Запишите первые пять членов этой прогрессии, если известно, что третий ее член — положительное число.
- 16.32. Четыре числа являются последовательными членами арифметической прогрессии. Сумма первых трех равна -21, а сумма трех последних чисел равна -6. Найдите эти числа.
- 16.33. Найдите сумму  $S_n$  членов конечной арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если известны первый и последний ее члены:
- а)  $a_1 = -1$ ,  $a_{30} = 86$ ;      в)  $a_1 = -13$ ,  $a_{10} = -5$ ;  
 б)  $a_1 = 41$ ,  $a_{20} = -16$ ;      г)  $a_1 = 17$ ,  $a_{25} = 31$ .
- 16.34. Найдите сумму первых пятидесяти членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если известно, что:
- а)  $a_1 = 2$ ,  $a_{50} = 147$ ;      в)  $a_1 = -10$ ,  $a_{50} = 137$ ;  
 б)  $a_1 = 0,5$ ,  $a_{50} = -97,5$ ;      г)  $a_1 = -1,7$ ,  $a_{50} = -8,1$ .
- 16.35. Найдите сумму первых ста членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если известно, что:
- а)  $a_1 = -12$ ,  $d = 2$ ;      в)  $a_1 = 73$ ,  $d = -1$ ;  
 б)  $a_1 = 1,5$ ,  $d = 0,5$ ;      г)  $a_1 = -7,3$ ,  $d = -1,1$ .
- 16.36. Найдите сумму первых  $n$  членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если известно, что:
- а)  $a_1 = -3$ ,  $d = 1,5$ ,  $n = 16$ ;  
 б)  $a_1 = 121$ ,  $d = -3,1$ ,  $n = 25$ ;  
 в)  $a_1 = -2,5$ ,  $d = -0,5$ ,  $n = 40$ ;  
 г)  $a_1 = 4,5$ ,  $d = 0,4$ ,  $n = 100$ .
- 16.37. Найдите сумму первых тридцати членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , заданной формулой  $n$ -го члена:
- а)  $a_n = 4n + 3$ ;      в)  $a_n = -2n + 8$ ;  
 б)  $a_n = 0,5n - 3$ ;      г)  $a_n = -2,5n - 6$ .
- 16.38. Для арифметической прогрессии  $(a_n)$  заполните таблицу:

$a_1$	$d$	$a_n$	$n$	$S_n$
7	4		13	
2	2	80		
56		26	11	
2		87		801
		21	7	105

○16.39. Найдите сумму первых десяти членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_4 = 10$ ,  $a_{10} = 19$ .

В № 16.40—16.42 дана арифметическая прогрессия  $(a_n)$ .

○16.40. а) Зная, что  $a_{11} + a_{13} = 122$ , найдите  $a_{12}$ ;

б) зная, что  $a_{19} = 5$ , найдите  $a_{18} + a_{20}$ ;

в) зная, что  $a_{15} + a_{17} = -2$ , найдите  $a_{16}$ ;

г) зная, что  $a_7 = 4$ , найдите  $a_6 + a_8$ .

○16.41. а) Зная, что  $a_1 + a_{20} = 64$ , найдите  $a_2 + a_{19}$ ;

б) зная, что  $a_3 + a_{17} = -40$ , найдите  $a_1 + a_{19}$ ;

в) зная, что  $a_2 + a_{15} = 25$ , найдите  $a_1 + a_{16}$ ;

г) зная, что  $a_1 + a_{25} = -10$ , найдите  $a_{10} + a_{16}$ .

○16.42. а) Найдите  $a_{10} + a_{20}$ , если известно, что  $a_9 + a_{11} = 44$  и  $a_{19} + a_{21} = 104$ .

б) Найдите  $a_{15} + a_{30}$ , если известно, что  $a_{14} + a_{16} = -20$  и  $a_{29} + a_{31} = 40$ .

○16.43. Найдите те значения  $x$ , при которых числа  $x$ ,  $2x - 1$ ,  $5x$  являются последовательными членами арифметической прогрессии.

○16.44. Найдите те значения  $y$ , при которых числа  $2y + 5$ ,  $y$ ,  $3y - 8$  являются последовательными членами арифметической прогрессии.

○16.45. а) Найдите сумму всех двузначных чисел, кратных 7.

б) Найдите сумму всех двузначных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 2.

○16.46. а) Найдите сумму всех трехзначных чисел, кратных 8.

б) Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые при делении на 12 дают в остатке 5.

16.47. Зная формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , найдите  $a_1$  и  $d$ :

а)  $a_n = -\frac{n+1}{4}$ ;

в)  $a_n = \frac{3n-2}{5}$ ;

б)  $a_n = \frac{2\sqrt{3}-5n}{3}$ ;

г)  $a_n = \frac{\sqrt{7}n-5}{\sqrt{5}}$ .

**16.48.** Составьте формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:

- а)  $a_5 = 15$ ,  $a_{12} = 29$ ;      в)  $a_7 = 20$ ,  $a_{15} = 40$ ;  
 б)  $a_9 = -30$ ,  $a_{19} = -45$ ;      г)  $a_5 = 0,2$ ,  $a_{16} = -7,5$ .

**16.49.** Найдите восьмой член и разность арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если:

- а)  $a_9 = 8$ ,  $a_7 = -2$ ;      в)  $a_7 = -7$ ,  $a_9 = -1$ ;  
 б)  $a_7 = 4$ ,  $a_9 = -4$ ;      г)  $a_9 = -0,9$ ,  $a_7 = -0,7$ .

**16.50.** а) Между числами  $-8$  и  $-35$  вставили два числа так, чтобы получились четыре последовательных члена арифметической прогрессии. Найдите разность этой прогрессии.

б) Между числами  $-6$  и  $-15$  вставили два числа так, чтобы получились четыре последовательных члена арифметической прогрессии. Найдите разность этой прогрессии.

**16.51.** Данна конечная арифметическая прогрессия  $(a_n)$ . Найдите  $a_n$ , если:

- а)  $a_1 = -\sqrt{2}$ ,  $d = 1 + \sqrt{2}$ ,  $n = 7$ ;  
 б)  $a_1 = 3 - \sqrt{5}$ ,  $d = 2\sqrt{5}$ ,  $n = 15$ ;  
 в)  $a_1 = 9\sqrt{3} - 2$ ,  $d = 2 - \sqrt{3}$ ,  $n = 12$ ;  
 г)  $a_1 = \frac{5\sqrt{3} - 7}{3}$ ,  $d = -\frac{\sqrt{3} - 2}{3}$ ,  $n = 9$ .

**•16.52.** Данна конечная арифметическая прогрессия  $(a_n)$ . Найдите  $a_1$ , если:

- а)  $d = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$ ,  $n = 24$ ,  $a_n = 10\sqrt{3} - 4$ ;  
 б)  $d = 1 + q$ ,  $n = 28$ ,  $a_n = 28 + 27q$ ;  
 в)  $d = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $n = 21$ ,  $a_n = 2\sqrt{3} + 5$ ;  
 г)  $d = 1 - 3l$ ,  $n = 22$ ,  $a_n = l$ .

**16.53.** Данна конечная арифметическая прогрессия  $(a_n)$ . Найдите  $d$ , если:

- а)  $a_1 = \frac{2\sqrt{3} + 3}{2}$ ,  $a_n = -\frac{2\sqrt{3} - 3}{2}$ ,  $n = 18$ ;  
 б)  $a_1 = 3 - 7m$ ,  $a_n = m - 5$ ,  $n = 9$ ;  
 в)  $a_1 = \sqrt{5} - 1$ ,  $a_n = 0$ ,  $n = 6$ ;  
 г)  $a_1 = 13 - 8p$ ,  $a_n = 2p + 3$ ,  $n = 11$ .

**16.54.** Данна конечная арифметическая прогрессия  $(a_n)$ . Найдите  $n$ , если:

- а)  $a_1 = 5\sqrt{3}$ ,  $d = 1 - \sqrt{3}$ ,  $a_n = 6 - \sqrt{3}$ ;
- б)  $a_1 = 5 - \sqrt{2}$ ,  $d = 2\sqrt{2} - 1$ ,  $a_n = 13\sqrt{2} - 2$ ;
- в)  $a_1 = 5 - \sqrt{5}$ ,  $d = 2 - \sqrt{5}$ ,  $a_n = 13 - 5\sqrt{5}$ ;
- г)  $a_1 = \frac{5\sqrt{3} - 7}{3}$ ,  $d = -\frac{\sqrt{3} - 2}{3}$ ,  $a_n = 1$ .

**16.55.** Является ли число  $b$  членом заданной арифметической прогрессии  $(a_n)$ ? Если да, то укажите номер этого члена.

- а)  $a_n = 13 - 0,4n$ ,  $b = 4,6$ ;
- б)  $a_n = 3n - 5,7$ ,  $b = 69,4$ ;
- в)  $a_n = 5n - 104$ ,  $b = 21$ ;
- г)  $a_n = 21,3 - 1,7n$ ,  $b = 4,3$ .

**•16.56.** Укажите наименьший номер, начиная с которого все члены заданной арифметической прогрессии  $(a_n)$  будут меньше заданного числа  $A$ :

- а)  $a_n = 12 - 3n$ ,  $A = -41$ ;
- б)  $a_n = 3\sqrt{3} - n\sqrt{3}$ ,  $A = -7$ ;
- в)  $a_n = 117 - 5,5n$ ,  $A = 10$ ;
- г)  $a_n = 15\sqrt{2} - n(\sqrt{2} - 1)$ ,  $A = -1$ .

**•16.57.** Укажите наименьший номер, начиная с которого все члены заданной арифметической прогрессии  $(a_n)$  будут больше заданного числа  $A$ :

- а)  $a_n = 7n - 121$ ,  $A = \sqrt{3}$ ;
- б)  $a_n = n\sqrt{2} - 4\sqrt{2}$ ,  $A = 21$ ;
- в)  $a_n = 5n - 17,7$ ,  $A = 2 + 3\sqrt{5}$ ;
- г)  $a_n = n(\sqrt{5} - 1) - 3\sqrt{5}$ ,  $A = 5$ .

**16.58.** Арифметическая прогрессия задана формулой  $a_n = 6n - 306$ . Укажите наименьший номер, начиная с которого все члены прогрессии:

- а) больше  $-12$ ;
- б) являются положительными;
- в) принадлежат лучу  $[300; +\infty)$ ;
- г) принадлежат открытому лучу  $(-6; +\infty)$ .

- 16.59. а) Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые делятся на 7 и не делятся на 13.  
б) Найдите сумму всех трехзначных чисел, которые не делятся ни на 7, ни на 13.
- 16.60. При делении девятого члена арифметической прогрессии, состоящей из целых чисел, на второй член в частном получается 5, а при делении тринадцатого члена на шестой член в частном получается 2, а в остатке 5. Найдите первый член и разность прогрессии.
- 16.61. Сумма цифр четырехзначного числа равна 16. Найдите это число, если известно, что его цифры образуют арифметическую прогрессию и цифра единиц на 4 больше цифры сотен.
- 16.62. Числа  $-100$  и  $-78$  являются соответственно седьмым и девятым членами арифметической прогрессии. Найдите пятнадцатый член этой прогрессии и сумму ее первых двадцати членов.
- 16.63. В соревновании по стрельбе за каждый промах в серии из 25 выстрелов стрелок получал штрафные очки: за первый промах — одно штрафное очко, за каждый последующий — на 0,5 очка больше, чем за предыдущий. Сколько раз попал в цель стрелок, получивший 7 штрафных очков?
- 16.64. Больной принимает лекарство по следующей схеме: в первый день он принимает 5 капель, а в каждый следующий день — на 5 капель больше, чем в предыдущий. Дойдя до нормы 40 капель в день, он 3 дня пьет по 40 капель лекарства, а потом ежедневно уменьшает прием на 5 капель, доведя его до пяти капель в последний день. Сколько пузырьков лекарства нужно купить больному, если в каждом содержится 20 мл лекарства (что составляет 200 капель)?
- 16.65. Улитка ползет вверх по дереву, начиная от его основания. За первую минуту она проползла 30 см, а за каждую следующую минуту — на 5 см больше, чем за предыдущую. За какое время улитка достигнет вершины дерева высотой 5,25 м?

- 16.66.** Альпинисты в первый день восхождения поднялись на высоту 1400 м, а затем каждый следующий день поднимались на высоту на 100 м меньше, чем в предыдущий. За сколько дней они покорили высоту 5000 м?
- 16.67.** Три числа в заданном порядке образуют арифметическую прогрессию. Найдите среднее число, если известно, что утроенная сумма кратных чисел равна 234.
- 16.68.** Найдите те значения  $x$ , при которых данные числа в указанном порядке образуют конечную арифметическую прогрессию:
- а)  $x - 4, \sqrt{x-3}, x - 6$ ;      б)  $4x + 6, \sqrt{5-4x}, -x - 1$ .
- 16.69.** Докажите, что если числа  $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c}$  в заданном порядке образуют конечную арифметическую прогрессию, то верно равенство:
- а)  $ab + bc + ac = 3ac$ ;      б)  $\frac{b}{c} + \frac{b}{a} = 2$ .
- 16.70.** Докажите, что если числа  $\frac{1}{a+b}, \frac{1}{a+c}, \frac{1}{c+b}$  в заданном порядке образуют конечную арифметическую прогрессию, то числа  $a^2, b^2, c^2$  также образуют конечную арифметическую прогрессию.

## § 17. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

- 17.1.** Найдите первые шесть членов геометрической прогрессии ( $b_n$ ), если:
- а)  $b_1 = -1, q = 3$ ;      в)  $b_1 = -1, q = -3$ ;
- б)  $b_1 = -2, q = -\frac{1}{2}$ ;      г)  $b_1 = 20, q = \sqrt{5}$ .
- 17.2.** Даная возрастающая последовательность всех степеней числа 3 с натуральными показателями. Является ли эта последовательность геометрической прогрессией? Если да, то чему равен ее знаменатель?
- 17.3.** Даная убывающая последовательность всех целых отрицательных степеней числа 10. Является ли эта последовательность геометрической прогрессией? Если да, то чему равен ее знаменатель?

Какие из приведенных ниже последовательностей являются геометрическими прогрессиями?

**17.4.** а)  $3, 9, 27, 81, 243, \dots$ ;      в)  $4, -1, \frac{1}{4}, -\frac{1}{16}, \frac{1}{64}, \dots$ ;

б)  $3, 6, 9, 12, 15, \dots$ ;      г)  $\sqrt{3}, \frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{4\sqrt{3}}{9}, \dots$ .

**○17.5.** а)  $x_n = \frac{3}{2^n}$ ;      в)  $x_n = \frac{2}{5} \cdot 3^n$ ;

б)  $x_n = 4n + 3$ ;      г)  $x_n = 125 \cdot 5^{-n}$ .

Какие из приведенных геометрических прогрессий являются возрастающими, какие — убывающими?

**17.6.** а)  $3, 9, 27, \dots$ ;      в)  $4, 1, \frac{1}{4}, \dots$ ;

б)  $-2, 8, -32, \dots$ ;      г)  $\frac{\sqrt{3}}{2}, 1, \frac{2\sqrt{3}}{3}, \dots$ .

**○17.7.** а)  $b_1 = 2, q = \frac{3}{2}$ ;      в)  $b_1 = -3, q = -5$ ;

б)  $b_1 = -\sqrt{2}, q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ;      г)  $b_1 = 5\sqrt{3}, q = -\frac{3}{5}$ .

**○17.8.** Найдите знаменатель геометрической прогрессии:

а)  $2, \sqrt{2}, 1, \dots$ ;      в)  $3^{15}, 3^{14}, 3^{13}, \dots$ ;

б)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{8}$ ;      г)  $\frac{12\sqrt{5}}{7}, 6\sqrt{5}, 21\sqrt{5}, \dots$ .

**17.9.** Выразите указанные члены геометрической прогрессии ( $b_n$ ) через  $b_1$  и  $q$ :

а)  $b_5$ ;      б)  $b_{41}$ ;      в)  $b_k$ ;      г)  $b_{2n}$ .

**○17.10.** Последовательность ( $b_n$ ) — геометрическая прогрессия. Найдите:

а)  $b_4$ , если  $b_1 = 128, q = -\frac{1}{2}$ ;

б)  $b_5$ , если  $b_1 = 270, q = \frac{1}{3}$ ;

в)  $b_8$ , если  $b_1 = \frac{1}{5}, q = \sqrt{5}$ ;

г)  $b_6$ , если  $b_1 = 625, q = -\frac{1}{5}$ .

○17.11. Найдите указанный член геометрической прогрессии ( $b_n$ ) по заданным условиям:

а)  $b_1 = -2$ ,  $q = -1 \frac{1}{2}$ ;  $b_4 = ?$

б)  $b_1 = \sqrt{6}$ ,  $q = \sqrt{2}$ ;  $b_5 = ?$

в)  $b_1 = 3$ ,  $q = -0,75$ ;  $b_4 = ?$

г)  $b_1 = 5\sqrt{5}$ ,  $q = (\sqrt{5})^{-1}$ ;  $b_6 = ?$

○17.12. Найдите  $b_1$  и  $q$  для геометрической прогрессии ( $b_n$ ), заданной следующими условиями:

а)  $b_2 = 8$ ,  $b_3 = -32$ ; в)  $b_2 = \frac{3}{2}$ ,  $b_3 = \frac{3}{4}$ ;

б)  $b_4 = 1$ ,  $b_5 = -\frac{1}{2}$ ; г)  $b_5 = 6$ ,  $b_6 = 3$ .

Составьте формулу  $n$ -го члена геометрической прогрессии:

17.13. а)  $b_1 = 3$ ,  $q = 2$ ; в)  $b_1 = 2,5$ ,  $q = -0,2$ ;

б)  $b_1 = -2,5$ ,  $q = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ; г)  $b_1 = 3\sqrt{3}$ ,  $q = 3^{-1}$ .

○17.14. а) 8, 4, 2, ... ; в) 4, 1,  $\frac{1}{4}$ , ... ;

б)  $-\frac{1}{4}, \frac{1}{16}, -\frac{1}{64}, \dots$ ; г)  $\sqrt{2}, 2, 2\sqrt{2}, \dots$ .

○17.15. Зная формулу  $n$ -го члена геометрической прогрессии ( $b_n$ ), определите  $b_1$  и  $q$ :

а)  $b_n = 5^{n-1}$ ; в)  $b_n = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$ ;

б)  $b_n = \frac{3}{5} \cdot 2^n$ ; г)  $b_n = \frac{5}{2^{n+1}}$ .

○17.16. а) Между числами 18 и 2 вставьте положительное число так, чтобы получились три последовательных члена геометрической прогрессии.

б) Между числами 16 и 64 вставьте отрицательное число так, чтобы получились три последовательных члена геометрической прогрессии.

○17.17. Является ли число  $B$  членом геометрической прогрессии  $(b_n)$ ? Если да, то укажите его номер:

а)  $b_n = \frac{1}{6} \cdot 0,1^{2n+1}$ ,  $B = \frac{1}{600}$ ;

б)  $b_n = 0,002 \cdot (\sqrt{5})^{n-4}$ ,  $B = 0,25$ ;

в)  $b_n = \frac{7}{9} \cdot 3^{n-8}$ ,  $B = 63$ ;

г)  $b_n = \frac{6}{7} \cdot 0,5^{3n+5}$ ,  $B = \frac{3}{14}$ .

○17.18. Данна конечная геометрическая прогрессия  $(b_n)$ . Найдите  $b_n$ , если известно, что:

а)  $b_1 = 1$ ,  $q = 3$ ,  $n = 10$ ;      в)  $b_1 = 8$ ,  $q = \frac{1}{2}$ ,  $n = 5$ ;

б)  $b_1 = \frac{1}{2}$ ,  $q = -\frac{1}{3}$ ,  $n = 6$ ;      г)  $b_1 = 2,5$ ,  $q = 1,5$ ,  $n = 5$ .

Найдите знаменатель геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если:

○17.19. а)  $b_1 = 7$ ,  $b_4 = 448$ ;      в)  $b_1 = 35$ ,  $b_4 = \frac{5}{49}$ ;

б)  $b_1 = -\sqrt{2}$ ,  $b_8 = 16$ ;      г)  $b_1 = \frac{9}{5}$ ,  $b_6 = -\frac{1}{135}$ .

○17.20. а)  $b_1 = 5$ ,  $b_9 = 1280$ ;      в)  $b_1 = 2$ ,  $b_7 = 1458$ ;

б)  $b_1 = 100$ ,  $b_5 = \frac{4}{25}$ ;      г)  $b_1 = 72$ ,  $b_3 = 2$ .

○17.21. Данна конечная геометрическая прогрессия  $(b_n)$ . Найдите  $n$ , если:

а)  $b_1 = \frac{1}{3}$ ,  $q = \frac{1}{3}$ ,  $b_n = \frac{1}{729}$ ;

б)  $b_1 = 256$ ,  $q = \frac{1}{2}$ ,  $b_n = 2$ ;

в)  $b_1 = 2,5$ ,  $q = \frac{1}{5}$ ,  $b_n = 4 \cdot 10^{-3}$ ;

г)  $b_1 = \frac{1}{343}$ ,  $q = -7$ ,  $b_n = -2401$ .

○17.22. Найдите первый член и знаменатель  $q$  геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если:

а)  $b_7 = 192$ ,  $b_5 = 48$  ( $q > 0$ );    в)  $b_3 = 3\frac{1}{4}$ ,  $b_6 = -\frac{13}{32}$ ;

б)  $b_2 = 24$ ,  $b_5 = 81$ ;    г)  $b_3 = 12$ ,  $b_5 = 48$  ( $q < 0$ ).

○17.23. Между числами 1 и  $\frac{1}{8}$  вставьте два положительных числа так, чтобы получились четыре последовательных члена геометрической прогрессии.

○17.24. В правильный треугольник со стороной 32 см последовательно вписываются треугольники; вершины каждого последующего треугольника являются серединами сторон предыдущего треугольника. Докажите, что периметры треугольников образуют геометрическую прогрессию. Запишите формулу  $n$ -го члена полученной прогрессии.

○17.25. Найдите сумму первых четырех членов геометрической прогрессии  $(b_n)$ , заданной следующими условиями:

а)  $b_1 = 1$ ,  $q = 2$ ;    в)  $b_1 = 1$ ,  $q = \frac{1}{3}$ ;

б)  $b_1 = 3$ ,  $q = 4$ ;    г)  $b_1 = 4$ ,  $q = -\frac{1}{2}$ .

○17.26. Найдите сумму первых шести членов геометрической прогрессии  $(b_n)$ , у которой:

а)  $b_1 = 18$ ,  $q = \frac{1}{3}$ ;    в)  $b_1 = -12$ ,  $q = -\frac{1}{2}$ ;

б)  $b_1 = 15$ ,  $q = \frac{2}{3}$ ;    г)  $b_1 = -9$ ,  $q = \sqrt{3}$ .

○17.27. Для геометрической прогрессии  $(b_n)$  найдите  $S_n$ , если:

а)  $b_1 = 5$ ,  $q = 2$ ,  $n = 6$ ;

б)  $b_1 = -1$ ,  $q = -1,5$ ,  $n = 8$ ;

в)  $b_1 = -4$ ,  $q = \frac{1}{2}$ ,  $n = 13$ ;

г)  $b_1 = 4,5$ ,  $q = \frac{1}{3}$ ,  $n = 8$ .

○17.28. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии:

а) 3, 6, 12, ... ;

в)  $-3, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{4}, \dots$ ;

б)  $-1, 2, -4, \dots$ ;

г)  $\sqrt{2}, 3\sqrt{2}, 9\sqrt{2}, \dots$ .

○17.29. Найдите  $S_5$  для геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если:

а)  $b_4 = 160, b_5 = 320$ ;

в)  $b_3 = 1, b_5 = \frac{1}{9} (q > 0)$ ;

б)  $b_7 = 8, b_9 = 16 (q < 0)$ ;

г)  $b_4 = 3\sqrt{3}, b_7 = 27$ .

○17.30. Для геометрической прогрессии  $(b_n)$  заполните таблицу:

$b_1$	$q$	$n$	$b_n$	$S_n$
15		3		$21\frac{2}{3}$
		3	18	26
	$1\frac{1}{2}$	6	$2\frac{17}{32}$	
$\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$			$4(3 + \sqrt{3})$
	$\frac{1}{3}$	6	$\frac{5}{81}$	
$\frac{25}{169}$	$\frac{13}{5}$	4		
$2\sqrt{6}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$		$\frac{1}{3}$	

○17.31. а)  $b_2 = 4, b_4 = 16$ . Найдите  $q$  и  $b_3$  ( $b_3 > 0$ ).

б)  $b_5 = 12, b_7 = 3$ . Найдите  $q$  и  $b_6$  ( $b_6 < 0$ ).

в)  $b_{25} = 7, b_{27} = 21$ . Найдите  $q$  и  $b_{26}$  ( $b_{26} < 0$ ).

г)  $b_6 = 15, b_8 = 5$ . Найдите  $q$  и  $b_7$  ( $b_7 > 0$ ).

- 17.32. Найдите те значения переменной  $t$ , при которых числа  $t$ ,  $4t$ ,  $8$  являются последовательными членами геометрической прогрессии.
- 17.33. Найдите те значения переменной  $y$ , при которых числа  $-81$ ,  $3y$ ,  $-1$  являются последовательными членами геометрической прогрессии.
- 17.34. Найдите те значения переменной  $x$ , при которых числа  $x - 1$ ,  $\sqrt{3x}$ ,  $6x$  являются последовательными членами геометрической прогрессии.
- 17.35. Клиент взял в банке кредит в размере 50 000 р. на 5 лет под 20% годовых. Какую сумму он должен вернуть в банк в конце срока, если условия погашения кредита таковы:
- проценты возвращаются в банк ежегодно;
  - весь кредит с процентами возвращается в банк в конце срока?
- 

- 17.36. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии, заданной формулой  $n$ -го члена:
- $b_n = \frac{2}{5} \cdot 3^n$ ;
  - $b_n = \frac{5}{2^n}$ ;
  - $b_n = \frac{0,3}{(-5)^{n-1}}$ ;
  - $b_n = -\frac{1}{7} \cdot 2^{n+1}$ .
- 17.37. Укажите наименьший номер, начиная с которого все члены геометрической прогрессии ( $b_n$ ) будут больше числа  $A$ :
- $b_n = 4 \cdot 3^{n-1}$ ,  $A = 324$ ;
  - $b_n = 3,5 \cdot (\sqrt{2})^{n-2}$ ,  $A = 14$ ;
  - $b_n = 2 \cdot 5^{n-1}$ ,  $A = 1250$ ;
  - $b_n = \frac{2}{5}(\sqrt{3})^{n+3}$ ,  $A = 32,4$ .

**17.38.** Укажите номера всех тех членов заданной геометрической прогрессии, которые меньше заданного числа  $A$ :

а)  $1, 3, 9, 27, \dots, A = 729$ ;

б)  $3, 1,5, 0,75, \dots, A = \frac{3}{32}$ ;

в)  $243, 81, 27, \dots, A = \frac{1}{81}$ ;

г)  $16, 8\sqrt{2}, 8, \dots, A = 1$ .

**17.39.** В конечной геометрической прогрессии указаны первый член  $b_1$ , знаменатель  $q$  и сумма  $S_n$  всех ее членов. Найдите число членов прогрессии:

а)  $b_1 = 5, q = 3, S_n = 200$ ;

б)  $b_1 = -1, q = \frac{1}{2}, S_n = -1\frac{63}{64}$ ;

в)  $b_1 = 3, q = 2, S_n = 189$ ;

г)  $b_1 = 3, q = \frac{1}{3}, S_n = 4\frac{13}{27}$ .

**17.40.** а) Даная возрастающая геометрическая прогрессия  $(b_n)$ . Найдите знаменатель и первые три члена этой прогрессии, если  $b_1 = \sqrt{3}, b_9 = 81\sqrt{3}$ .

б) Даная убывающая геометрическая прогрессия  $(b_n)$ . Найдите знаменатель и первые три члена этой прогрессии, если  $b_1 = 375, b_3 = 15$ .

**17.41.** а) Даная знакочередующаяся геометрическая прогрессия  $(b_n)$ . Найдите знаменатель прогрессии и сумму ее первых пяти членов, если  $b_1 = 5, b_3 = 80$ .

б) Даная знакочередующаяся геометрическая прогрессия  $(b_n)$ . Найдите знаменатель прогрессии и сумму ее первых семи членов, если  $b_1 = 1, b_3 = 8$ .

**17.42.** Первый член возрастающей геометрической прогрессии  $(b_n)$  равен 4, а сумма третьего и пятого членов равна 80. Найдите  $q$  и  $b_{10}$ , если известно, что прогрессия возрастающая.

**17.43.** Между числами 1 и 81 вставьте три таких числа, чтобы они вместе с данными числами образовали геометрическую прогрессию.

**17.44.** Разность между вторым и третьим членами геометрической прогрессии равна 18, а их сумма 54. Определите первый член и знаменатель прогрессии.

**17.45.** Составьте конечную геометрическую прогрессию из шести членов, зная, что сумма трех первых членов равна 14, а трех последних 112.

**17.46.** Длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда образуют геометрическую прогрессию. Объем параллелепипеда равен  $216 \text{ м}^3$ , а сумма длин всех его ребер равна 104 м. Найдите измерения параллелепипеда.

**17.47.** Найдите сумму квадратов первых шести членов геометрической прогрессии ( $b_n$ ):

а)  $b_1 = 3, q = \sqrt{2}$ ;      в)  $b_1 = 9\sqrt{3}, q = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ;

б)  $b_1 = \sqrt{5}, q = \sqrt{6}$ ;      г)  $b_1 = \sqrt{12}, q = (\sqrt{2})^{-1}$ .

Найдите сумму:

**17.48.** а)  $1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^8$ ;      в)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{3^6}$ ;

б)  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} - \dots + \frac{1}{2^{10}}$ ;      г)  $1 - 3 + 3^2 - 3^3 + \dots - 3^9$ .

**17.49.** а)  $1 + x + x^2 + \dots + x^{100}$ ;      в)  $x^2 - x^4 + x^6 - \dots - x^{20}$ ;

б)  $x + x^3 + x^5 + \dots + x^{35}$ ;      г)  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \dots + \frac{1}{x^{40}}, x \neq 0$ .

● **17.50.** Докажите, что в конечной геометрической прогрессии, имеющей четное число членов, отношение суммы членов, стоящих на четных местах, к сумме членов, стоящих на нечетных местах, равно знаменателю прогрессии.

**17.51.** Бактерия, попав в живой организм, к концу 20-й минуты делится на две бактерии, каждая из них к концу следующих 20 минут делится опять на две и т. д. Найдите число бактерий, образующихся из одной бактерии к концу суток.

**17.52.** Однажды богач заключил выгодную, как ему казалось, сделку с человеком, который целый месяц ежедневно должен был приносить по 100 тыс. р., а взамен в пер-

вый день месяца богач должен был отдать 1 к., во второй — 2 к., в третий — 4 к., в четвертый — 8 к. и т. д. в течение 30 дней. Сколько денег получил богач и сколько он отдал? Кто выиграл от этой сделки?

- 17.53. Три числа составляют конечную геометрическую прогрессию. Если последнее число уменьшить на 16, то получится конечная арифметическая прогрессия. Найдите два последних числа, если первое равно 9.
- 17.54. Сумма трех чисел, составляющих конечную арифметическую прогрессию, равна 24. Если второе число увеличить на 1, а последнее на 14, то получится конечная геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.
- 17.55. Сумма первых трех членов геометрической прогрессии равна 91. Если к этим числам прибавить соответственно 25, 27 и 1, то получатся три числа, являющиеся последовательными членами некоторой арифметической прогрессии. Найдите седьмой член исходной геометрической прогрессии, если известно, что он меньше 1000.
- 17.56. Три числа, сумма которых равна 31, можно рассматривать как три последовательных члена некоторой геометрической прогрессии или как первый, второй, седьмой члены некоторой арифметической прогрессии. Найдите эти числа.
- 17.57. На биржевых торгах в понедельник вечером цена акции банка «Городской» повысилась на некоторое количество процентов, а во вторник произошло снижение стоимости акции на то же число процентов. В результате во вторник вечером цена акции составила 99% от ее первоначальной цены в понедельник утром. На сколько процентов менялась котировка акции в понедельник и во вторник?
- 17.58. В результате трехкратного повышения цены на некоторый товар на одно и то же число процентов цена товара стала превышать первоначальную цену на 72,8%. На сколько процентов повышалась цена на товар каждый раз?

## **Домашняя контрольная работа № 4**

### **Вариант 1**

1. Выпишите первые четыре члена последовательности десятичных приближений числа  $\sqrt{5}$ :
  - а) по недостатку;
  - б) по избытку.
2. Постройте график последовательности  $y_n = \frac{20}{n+2}$ .
3. Возрастающая последовательность состоит из всех натуральных чисел, которые при делении на 5 дают в остатке 1. Выясните, является ли она арифметической прогрессией. Если да, то укажите первый член и разность прогрессии.
4. Составьте формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_3 = 64$ ,  $a_{10} = 22$ .
5. Для прогрессии, приведенной в задании 4, найдите сумму всех ее положительных членов.
6. Докажите, что если последовательность  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$  образует геометрическую прогрессию, то и последовательность  $b_1^4, b_2^4, \dots, b_n^4, \dots$  также образует геометрическую прогрессию.
7. Данна геометрическая прогрессия  $(b_n)$ . Найдите  $b_1$ , если  $q = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $b_6 = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ .
8. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии  $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{\sqrt{2}}{8}, \dots$ .
9. Пятый член геометрической прогрессии больше четвертого на 168, а сумма третьего и четвертого членов прогрессии равна -28. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.
10. Найдите трехзначное число, цифры которого образуют геометрическую прогрессию. Если из этого числа вычесть 792, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Если же из цифры сотен вычесть 4, а остальные цифры искомого числа оставить без изменения, то получится число, цифры которого образуют арифметическую прогрессию.

## Вариант 2

1. Выпишите первые четыре члена последовательности десятичных приближений числа  $\sqrt{7}$ :
  - а) по недостатку;
  - б) по избытку.
2. Постройте график последовательности  $y_n = \frac{2-n}{3}$ .
3. Возрастающая последовательность состоит из всех натуральных чисел, кратных 7. Выясните, является ли она арифметической прогрессией. Если да, то укажите первый член и разность прогрессии.
4. Составьте формулу  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_{12} = -40$ ,  $a_{18} = -22$ .
5. Для прогрессии, приведенной в задании 4, найдите сумму всех ее отрицательных членов.
6. Докажите, что если последовательность  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$  образует геометрическую прогрессию, то и последовательность  $b_1^3, b_2^3, \dots, b_n^3, \dots$  также образует геометрическую прогрессию.
7. Даны конечная геометрическая прогрессия  $(b_n)$ . Найдите  $b_1$ , если  $q = -\frac{1}{3}$ ,  $b_9 = \frac{4}{81}$ .
8. Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии  $\sqrt{3}, -1, \frac{1}{\sqrt{3}}, \dots$ .
9. Четвертый член геометрической прогрессии больше второго на 24, а сумма второго и третьего членов прогрессии равна 6. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.
10. Найдите трехзначное число, цифры которого образуют арифметическую прогрессию. Если из этого числа вычесть 792, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Если же из цифры десятков вычесть 2, а остальные цифры оставить без изменения, то получится число, цифры которого образуют геометрическую прогрессию.

**ГЛАВА || ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ,  
5 СТАТИСТИКИ  
И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**

---

**§ 18. КОМБИНАТОРНЫЕ ЗАДАЧИ**

○ 18.1. Найдите количество всех:

- а) двузначных чисел;
- б) двузначных чисел, состоящих из разных цифр;
- в) двузначных чисел, сумма цифр которых больше 16;
- г) двузначных чисел, произведение цифр которых меньше 2.

○ 18.2. Из цифр 4, 6, 7 составляют различные трехзначные числа без повторяющихся цифр.

- а) Найдите наибольшее число.
- б) Найдите наименьшее число, у которого вторая цифра равна 7.
- в) Сколько чисел, оканчивающихся цифрой 7, можно составить?
- г) Сколько всего чисел можно составить?

○ 18.3. Из цифр 0, 1, 4, 8, 9 составляют двузначное число (повторения цифр допускаются).

- а) Найдите наибольшее число.
- б) Найдите наименьшее число, которое кратно 9.
- в) Сколько четных чисел можно составить?
- г) Перечислите все числа, которые кратны 8.

○ 18.4. Для завтрака на кусок белого, черного или ржаного хлеба можно положить сыр или колбасу. Бутерброд можно запить чаем, молоком или кефиром.

- а) Нарисуйте дерево возможных вариантов завтрака.
- б) В скольких случаях будет выбран молочный напиток?
- в) Что более вероятно: то, что хлеб будет ржаным, или то, что бутерброд будет с сыром?
- г) Как изменится дерево вариантов, если известно, что сыр не положат на черный хлеб, а колбасу не будут запивать кефиром?

○18.5. В урне лежат девять неразличимых на ощупь шаров: пять белых и четыре черных. Вынимают одновременно два шара. Если они разного цвета, то их откладывают в сторону, а если одного цвета, то возвращают в урну. Такую операцию повторяют два раза.

- а) Нарисуйте дерево возможных вариантов.
- б) В скольких случаях в урне останется девять шаров?
- в) В скольких случаях в урне останется не более пяти шаров?
- г) Нарисуйте дерево возможных вариантов, если указанную в условии операцию повторяют три раза.

○18.6. В коридоре три лампочки.

- а) Сколько имеется различных способов освещения коридора, включая случай, когда все лампочки не горят?
- б) Сколько имеется различных способов освещения, если известно, что лампочки № 1 и № 2 горят или не горят одновременно?
- в) Сколько имеется различных способов освещения, если известно, что при горящей лампочке № 3 лампочка № 2 не горит?
- г) Сколько имеется различных способов освещения коридора, когда горит большинство лампочек?

○18.7. Несколько стран решили использовать для своего государственного флага прямоугольник, разделенный на четыре вертикальные полосы одинаковой ширины разных цветов: белого, синего, красного, зеленого. У каждой страны — свой флаг. Сколько всего стран:

- а) могут использовать такие флаги;
- б) могут использовать флаги с первой белой полосой;
- в) могут использовать флаги с третьей не зеленой полосой;
- г) могут использовать флаги с синей и с красной полосами, расположенными подряд?

○18.8. В книжке-раскраске нарисованы непересекающиеся треугольник, квадрат и круг. Каждую фигуру надо раскрасить в один из цветов радуги, разные фигуры — в разные цвета.

- а) Сколько существует способов раскрашивания?
- б) Сколько среди них тех, в которых круг — оранжевый?
- в) Сколько среди них тех, в которых треугольник — не красный?
- г) Сколько существует способов раскрашивания в холоданые цвета?

○18.9. На координатной плоскости отмечены все точки, абсциссы и ординаты которых равны одному из следующих чисел:  $-3, -1, 1, 2, 7$  (повторения допускаются).

- Сколько всего таких точек?
- Сколько точек лежит левее оси ординат?
- Сколько точек лежит выше оси абсцисс?
- Сколько точек лежит в круге радиусом 5 с центром в начале координат?

○18.10. Известно, что  $x = 2^a 3^b 5^c$  и  $a, b, c$  — числа из множества  $\{0, 1, 2, 3\}$  (совпадения допускаются).

- Найдите наименьшее и наибольшее значения числа  $x$ .
- Сколько всего таких чисел можно составить?
- Сколько среди них будет четных чисел?
- Сколько среди них будет чисел, оканчивающихся нулем?

Вычислите:

○18.11. а)  $7!$ ;      б)  $8!$ ;      в)  $6! - 5!$ ;      г)  $\frac{5!}{5}$ .

○18.12. а)  $\frac{10!}{5!}$ ;      б)  $\frac{11!}{5! \cdot 6!}$ ;      в)  $\frac{51!}{49!}$ ;      г)  $\frac{14!}{7! \cdot 3! \cdot 4!}$ .

○18.13. Делится ли  $11!$  на:

а)  $64$ ;      б)  $25$ ;      в)  $81$ ;      г)  $49$ ?

○18.14. Сократите дробь:

а)  $\frac{n!}{(n-1)!}$ ;      в)  $\frac{n!}{2! \cdot (n-2)!}$ ;

б)  $\frac{(2k+1)!}{(2k-1)!}$ ;      г)  $\frac{(4m-1)!}{(4m-3)!}$ .

○18.15. Решите в натуральных числах уравнение:

а)  $n! = 7(n-1)!$ ;      в)  $(k-10)! = 77(k-11)!$ ;  
б)  $(m+17)! = 420(m+15)!$ ;      г)  $(3x)! = 504(3x-3)!$ .

○18.16. К хозяину дома пришли гости  $A, B, C, D$ . За круглым столом — пять разных стульев.

- Сколько существует способов рассаживания?
- Сколько существует способов рассаживания, если место хозяина дома уже известно?

- в) Сколько существует способов рассаживания, если известно, что гостя *C* следует посадить рядом с гостем *A*?  
г) Сколько существует способов рассаживания, если известно, что гостя *A* не следует сажать рядом с гостем *D*?
- 

**18.17.** Из цифр 0, 2, 8, 9 составляют различные трехзначные числа (повторения цифр допускаются).

- а) Найдите наименьшее число.  
б) Укажите все числа, которые меньше 250.  
в) Укажите все нечетные числа, которые больше 900.  
г) Укажите все числа, которые кратны 40.

**18.18.** На дне портфеля лежат неразличимые на ощупь карандаши: два простых и три цветных. Ученик вынимает их по одному. Ему нужны цветные карандаши, и вынутый простой карандаш он отправляет обратно на дно портфеля, а цветной оставляет на столе. Такая операция повторяется трижды.

- а) Нарисуйте дерево возможных вариантов.  
б) В скольких случаях все вынутые карандаши будут простыми?  
в) В скольких случаях все вынутые карандаши будут цветными?  
г) В скольких случаях среди вынутых карандашей цветных будет больше, чем простых?

**•18.19.** В таблице собрана информация о выходе новостей на четырех телеканалах.

	1-й выпуск	2-й выпуск и далее
Канал № 1 (федеральный)	6-00	9-00 и далее через каждые 3 часа
Канал № 2 (федеральный)	8-00	11-00 и далее через каждые 3 часа
Канал № 3 (региональный)	6-00	10-00 и далее через каждые 4 часа
Канал № 4 (городской)	9-30	11-30 и далее через каждые 2 часа

Вы хотите выбрать один выпуск новостей. Нарисуйте дерево возможных вариантов выбора в период:

- а) с 6-00 до 11-45;                  в) с 15-00 до 19-45;  
б) с 12-00 до 15-45;                  г) с 18-00 до 23-45.

- 18.20. Учительница подготовила к контрольной работе четыре задачи на решение линейных неравенств, пять текстовых задач (две на движение и три на работу) и шесть задач на решение квадратных уравнений (в двух задачах дискриминант отрицателен). В контрольной должно быть по одной задаче на каждую из трех указанных тем. Найдите общее число:
- всех возможных вариантов контрольной;
  - тех возможных вариантов, в которых встретится задача на движение;
  - тех возможных вариантов, в которых у квадратного уравнения будет хотя бы один корень;
  - тех возможных вариантов, в которых не встретятся одновременно задача на работу и квадратное уравнение, не имеющее корней.
- 18.21. На контрольной будет пять задач: по одной из пройденных пяти тем. По каждой теме учитель составил список из десяти задач. Известно, что на контрольной будут задачи именно из этих списков. По каждой теме ученик умеет решать восемь задач и не умеет решать две задачи. Найдите:
- общее число всех вариантов контрольной;
  - число вариантов, в которых ученик умеет решать все пять задач;
  - число вариантов, в которых ученик не решит ни одной задачи;
  - число вариантов, в которых ученик умеет решать все задачи, кроме первой.
- 18.22. Известно, что  $x = 2^a 3^b 5^c$  и  $a, b, c$  — различные числа из множества  $\{0, 1, 2, 3\}$ .
- Найдите наименьшее и наибольшее значения числа  $x$ .
  - Сколько всего таких чисел можно составить?
  - Сколько среди них будет нечетных чисел?
  - Сколько среди них будет чисел, кратных 12?
- 18.23. а) Точки  $(0; 0)$ ,  $(2; 0)$ ,  $(3; 2)$  являются вершинами треугольника. Сколькими способами можно обозначить эти вершины буквами  $A, B, C$ ?
- б) Точки  $(0; 0)$ ,  $(0; 4)$ ,  $(3; 0)$ ,  $(3; 7)$  являются вершинами трапеции. Сколькими способами можно обозначить эти вершины буквами  $K, L, M, N$ ?

- в) Точки  $(1; -3)$ ,  $(0; 0)$ ,  $(0; 4)$ ,  $(3; 0)$ ,  $(3; 7)$  являются вершинами выпуклого пятиугольника. Сколькоими способами можно обозначить эти вершины буквами  $P$ ,  $R$ ,  $S$ ,  $T$ ,  $Q$ ?
- г) В скольких случаях в задании в)  $PR$  будет одной из сторон?

**18.24.** В волейбольной команде шесть человек, а на площадке шесть позиций (номеров) для их расстановки.

- а) Сколькоими способами команда может расположиться на площадке?
- б) Сколько есть способов расположения, при которых капитан находится на подаче?
- в) Сколько есть способов расположения, при которых капитан находится не на подаче?
- г) Сколько есть способов расположения, при которых капитан находится или на подаче, или на месте разыгрывающего?

**•18.25.** Упростите выражение:

а)  $\frac{(n+2)!(n^2 - 9)}{(n+4)!};$

б)  $\frac{1}{(n-2)!} - \frac{n^3 - n}{(n+1)!};$

в)  $\frac{25m^5 - m^3}{(5m+1)!} \cdot \left( \frac{1}{5 \cdot (5m-2)!} \right)^{-1};$

г)  $\frac{(3k+3)! \cdot k!}{(3k)!} : \frac{(k+3)!(3k+1)}{3!(k^2 + 5k + 6)}.$

## § 19. СТАТИСТИКА — ДИЗАЙН ИНФОРМАЦИИ

**19.1.** Укажите общий ряд данных следующих измерений:

- а) веса (в кг) взрослого человека;
- б) длины слова (количество букв в слове) русского языка;
- в) числа страниц в ежедневной газете;
- г) текущих отметок в школьном дневнике.

**19.2.** Укажите общий ряд данных следующих измерений:

- а) результатов прыжков в высоту (с точностью до 5 см) среди мальчиков 9-го класса;
- б) площади (в  $m^2$ ) кухни в городской квартире;
- в) высоты потолков (в дм) в городской квартире;
- г) суммы отметок в выпускном школьном аттестате за знания по русскому языку, литературе и математике.

○19.3. Продавец записывал вес каждого проданного арбуза (с точностью до 0,5 кг). У него получились такие данные:

8	5	6,5	7	9,5	10	11	8,5	8	6	7	8	9	10,5	11
6	7	8,5	9	10	8	12	11	10,5	7	7	6,5	10	8	9
5	8	11	10,5	8	8,5	7	8	10	9	6	8	7	10	11
8	12	7	8	10	7	6	9	11	8	8	6	10	12	8

- а) Сколько арбузов он продал?
- б) Каков общий ряд данных измерения веса арбуза?
- в) Укажите наименьшую и наибольшую варианты этого измерения.
- г) Какова кратность варианты 5, варианты 8, варианты 12?
- д) Приведите пример числа из общего ряда данных, которое не является вариантом этого измерения.

○19.4. Результаты измерения роста (в см) девятиклассников представлены в таблице:

162	168	157	176	185	160	162	158	181	179
164	176	177	180	181	179	175	180	176	165
168	164	179	163	160	176	162	178	164	190
181	178	168	165	176	178	185	179	180	168
160	176	175	177	176	165	164	177	175	181

- а) Каков общий ряд данных измерения роста девятиклассников?
- б) Укажите наименьшую и наибольшую варианты проведенного измерения.
- в) Какова кратность варианты 168, варианты 179?
- г) Приведите пример числа из общего ряда данных, которое не является вариантом этого измерения.

○19.5. Ценники в продуктовом магазине распределили по ценовым категориям. Получилось такое распределение (границную цену относят к более высокой категории):

Цена, р.	0—20	20—50	50—100	100—150	150—200	≥ 200
Кол-во ценников	31	52	47	38	19	13

- а) Найдите объем измерения, т. е. количество распределенных ценников.
- б) Какова частота варианты «от 100 до 150 р.»?
- в) Какова процентная частота варианты «больше или равно 200 р.»?
- г) Дополните таблицу строкой частот варианта и строкой их процентных частот.

○19.6. В специализированном спортивном магазине продается 50 видов велосипедов. Они распределены по цене (границную цену относят к более высокой категории):

Цена, тыс. р.	До 3	3—6	6—9	9—12	12—15	$\geq 15$
Кол-во видов	3	8	19	?	11	2

- а) Сколько видов велосипедов стоят от 9 до 12 тыс. р.?
- б) Какова частота очень дорогих ( $\geq 15$  тыс. р.) велосипедов?
- в) Какова процентная частота относительно дешевых (< 6 тыс. р.) велосипедов?
- г) Какова процентная частота моды проведенного измерения?

○19.7. В сводной таблице распределения данных некоторого измерения оказались пустые места. Заполните их.

	Варианта				Сумма
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	
Кратность		5			
Частота	0,45		0,1		
Частота, %		25		20	

○19.8. По приведенному многоугольнику кратностей данных (рис. 55) определите:

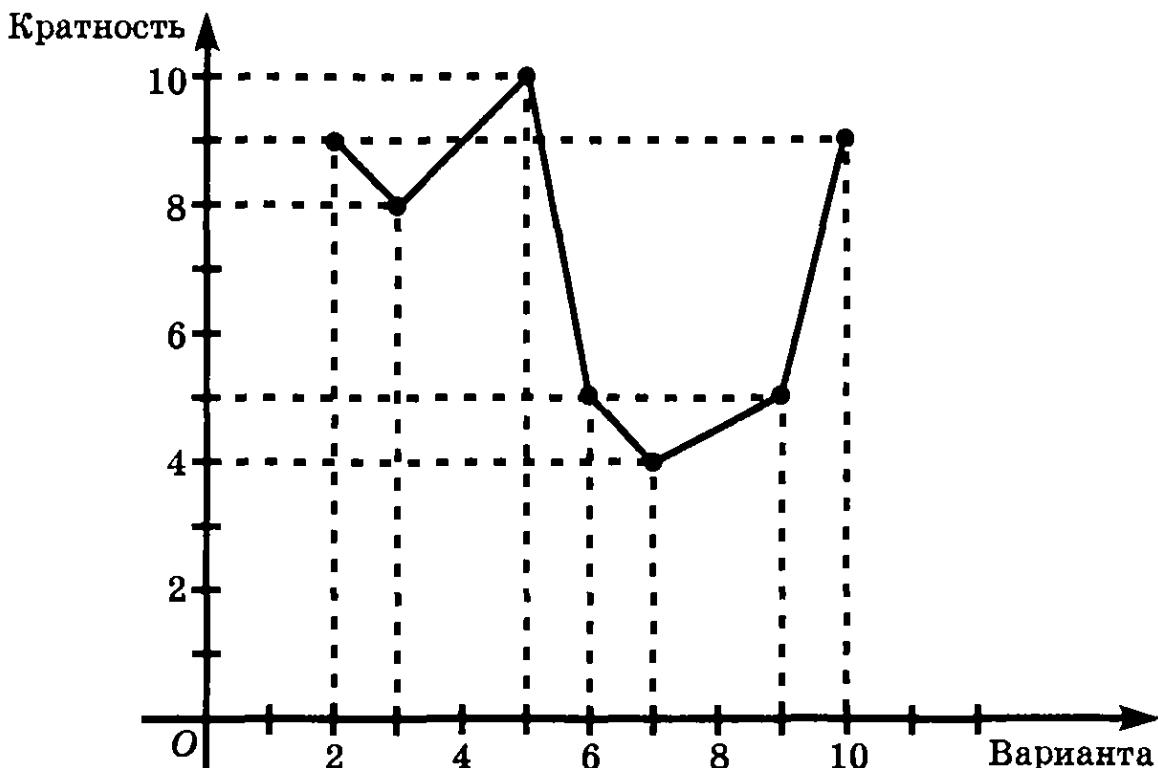


Рис. 55

- а) количество вариант измерения;
- б) объем измерения;
- в) моду измерения;
- г) наименьшую из процентных частот вариант измерения.

○19.9. У 25 девятиклассников спросили, сколько в среднем часов в день они смотрят телевизор. Вот что получилось:

ТВ, ч в день	0	1	2	3	4
Число школьников	1	9	10	4	1

Определите: а) размах; б) моду; в) среднее значение. Постройте многоугольник процентных частот; укажите на нем данные, полученные в заданиях а) — в).

19.10. Результатом измерения является последняя цифра натуральной степени двойки (числа  $2^n$ ).

- а) Выпишите общий ряд данных этого измерения.
- б) Выпишите ряд данных этого измерения для  $n = 2, 3, 5, 7, 8, 10, 11$ .
- в) Выпишите ряд данных этого измерения для  $n = 12, 13, 15, 17, 18, 20, 21$ .
- г) Какова кратность варианты 8 среди всех результатов, полученных в заданиях б) и в)?

19.11. 30 абитуриентов на четырех вступительных экзаменах набрали в сумме такие количества баллов (оценки на экзаменах «2», «3», «4» или «5»): 20; 19; 12; 13; 16; 17; 17; 14; 16; 20; 14; 19; 20; 20; 16; 13; 19; 14; 18; 17; 12; 14; 12; 17; 18; 17; 20; 17; 16; 17.

- а) Составьте общий ряд данных.
- б) Выпишите ряд данных этого измерения, стоящих на нечетных местах.
- в) Какова кратность варианты 13 в измерении из пункта б), варианты 14, варианты 15?
- г) Выпишите сгруппированный ряд измерения из пункта б).

●19.12. Отдел технического контроля проверял массу килограммовых упаковок рафинированного сахара. Получились такие результаты (учитывалась масса упаковки):

1030	1020	1050	1070	1030	1020	990	1050	1040	1080
1040	1090	1000	1010	1020	1030	1050	1070	1050	1040
1010	1030	1050	1090	1010	1050	980	1000	1040	1070
1040	1090	1000	1050	1040	1020	1040	1080	1060	1110
1010	1030	1090	1100	990	1000	980	1060	1040	1050

Они были распределены по категориям: «0» (норма) — от 1040 до 1060 г, «1» (перевес) — от 1060 до 1080 г, «2» — от 1080 до 1120 г, «-1» (недовес) — от 1020 до 1040 г, «-2» — от 980 до 1020 г (границную массу относят к более высокой категории).

Заполните таблицу: а) подсчета кратностей; б) кратностей; в) частот; г) процентных частот.

- 19.13. В сводной таблице распределения данных некоторого измерения оказались пустые места. Заполните их.

	Варианта						Сумма
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	
Кратность	291		113				
Частота		0,122				0,193	
Частота, %	29,1			20,2	7,9		

- 19.14. По приведенному многоугольнику кратностей данных (рис. 56):

- определите объем измерения;
- найдите моду измерения и ее частоту;
- составьте таблицу частот;
- нарисуйте многоугольник процентных частот.

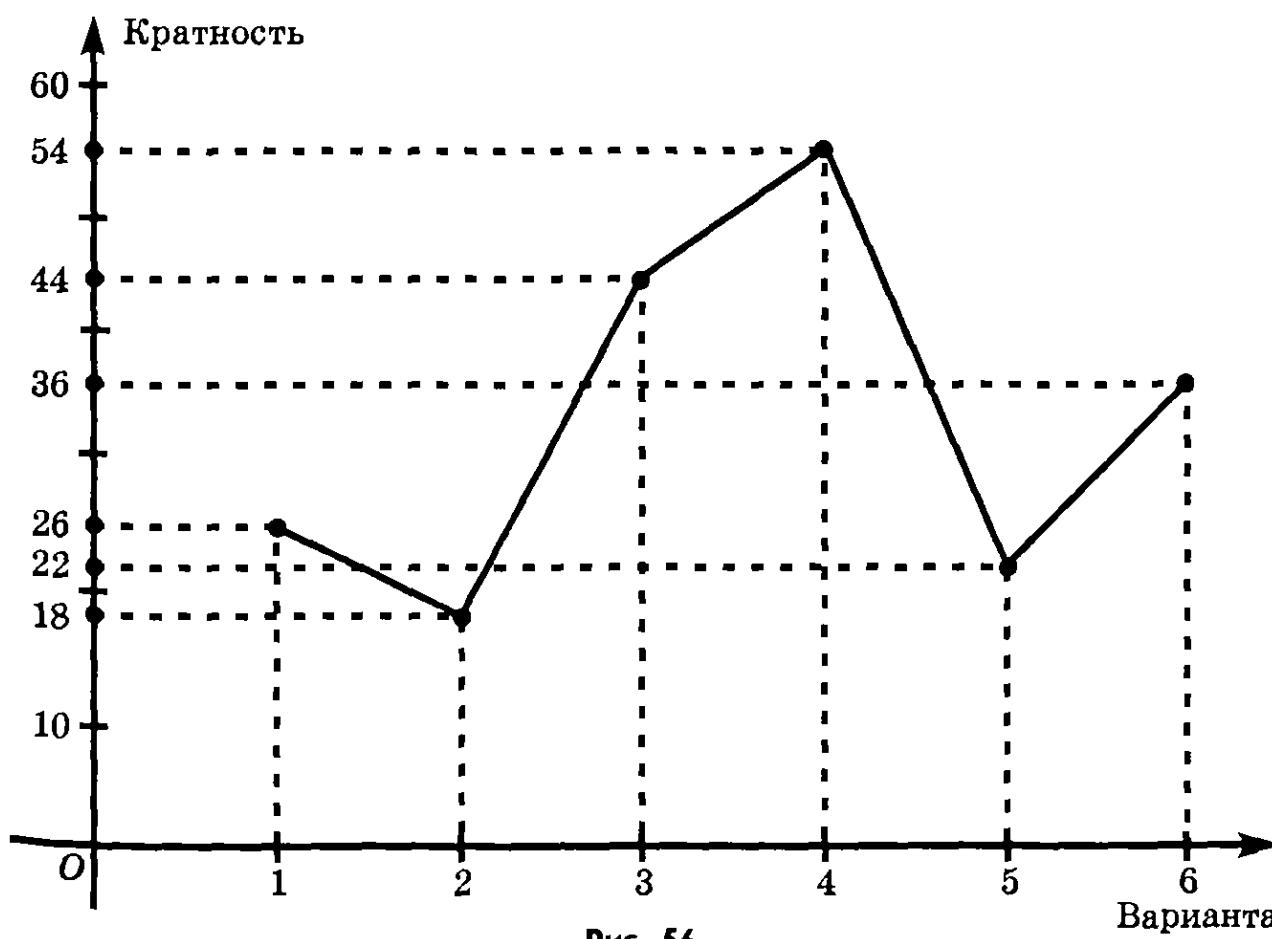


Рис. 56

**19.15.** Деталь по норме должна весить 431 г. Контроль при взвешивании 2000 деталей дал такие результаты:

Вес, г	427	428	429	430	431	432	433	434	435
Число деталей	40	80	220	360	610	430	200	40	20

- а) Чему равна мода измерения?
- б) Каков процент деталей, вес которых отличается от планового не более чем на два грамма?
- в) Составьте таблицу распределения частот.
- г) Постройте многоугольник частот. Для удобства из всех вариантов вычтите по 431.

**19.16.** Девятиклассник за первое полугодие получил итоговые пятерки по трем предметам, четверки по восьми предметам и тройки по пяти предметам.

- а) Найдите среднее значение его полугодовых оценок.
- б) Каким было бы среднее значение, если бы он по физкультуре вместо пятерки получил бы тройку?
- в) Каким было бы среднее значение, если бы он смог по математике и по литературе получить пятерки, а не четверки?
- г) По какому наименьшему количеству предметов ему следует улучшить оценку на 1 балл для того, чтобы среднее значение его оценок стало больше 4?

● **19.17.** После урока по теме «Статистика» на доске осталась таблица

Варианта	4	7	
Кратность	5	2	3

и ответ: «Среднее значение = 10».

- а) Заполните пустое место в таблице.
- б) Укажите размах и моду распределения.
- в) Может ли в ответе для среднего значения стоять число 15, если все варианты — целые числа?
- г) Заполните пустое место в таблице, если в ответе для среднего значения стоит число  $x$ .

● **19.18.** После урока по теме «Статистика» на доске осталась таблица

Варианта	4	7	11
Кратность	5	2	

и ответ: «Среднее значение = 10».

- а) Заполните пустое место в таблице.

- б) Укажите размах и моду распределения.  
 в) Можно ли пустое место в таблице заполнить так, чтобы среднее значение стало равно 5?  
 г) Какое ближайшее к 5 число может стоять в ответе для среднего значения?

• 19.19. Таблица распределения кратностей имеет вид:

Варианта	0	1	3	5	6
Кратность	19	2	$3x - 1$	5	$4x - 9$

- а) Выразите через  $x$  среднее значение.  
 б) Как выглядит график зависимости среднего значения от  $x$ ?  
 в) Каким может быть целое число  $x$ , если модой является 0?  
 г) Может ли мода распределения равняться трем?

• 19.20. Таблица распределения кратностей имеет вид:

Варианта	0	1	3	5	6
Кратность	10	$2x$	$3x - 1$	5	$x + 5$

- а) Выразите через  $x$  среднее значение.  
 б) Как выглядит график зависимости среднего значения от  $x$ ?  
 в) Каким может быть целое число  $x$ , если модой является 0?  
 г) Может ли мода распределения равняться единице?

## § 20. ПРОСТЕЙШИЕ ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ЗАДАЧИ

○ 20.1. Из цифр 4, 6, 7 случайным образом составляют трехзначное число без повторяющихся цифр. Какова вероятность того, что получится:

- а) наибольшее из всех таких чисел;  
 б) число, у которого вторая цифра 7;  
 в) число, заканчивающееся на 6;  
 г) число, кратное 5?

○ 20.2. Монету подбрасывают три раза. Какова вероятность того, что:

- а) в последний раз выпадет «решка»;  
 б) ни разу не выпадет «орел»;  
 в) число выпадений «орла» в два раза больше числа выпадений «решки»;  
 г) при первых двух подбрасываниях результаты будут одинаковы?

**О20.3.** Случайным образом выбрали двузначное число. Найдите вероятность того, что оно:

- а) оканчивается нулем;
- б) состоит из одинаковых цифр;
- в) больше 27 и меньше 46;
- г) не является кубом другого целого числа.

**О20.4.** Имеются четыре кандидата: Владимир Владимирович, Василий Всеволодович, Вадим Владимирович и Владимир Венедиктович. Из них случайно выбирают двоих. Какова вероятность того, что:

- а) будет выбран Владимир Венедиктович;
- б) отца одного из кандидатов зовут так же, как и самого кандидата;
- в) будут выбраны кандидаты с одинаковыми именами;
- г) будут выбраны кандидаты с разными отчествами?

**О20.5.** Случайным образом выбрали двузначное число. Найдите вероятность того, что:

- а) его цифры различаются больше чем на 8;
- б) его цифры различаются больше чем на 7;
- в) при перестановке цифр местами получится двузначное число меньшее исходного;
- г) оно ближе к 27, чем к 72.

**О20.6.** В задании линейной функции  $y = ax + 152$  в качестве коэффициента  $a$  использовали некоторое число из множества  $\{-10, -3, 0, 1, 2\}$ . Найдите вероятность того, что график функции:

- а) не пересечет ось ординат;
- б) не пересечет ось абсцисс;
- в) пересечет ось абсцисс левее точки  $(-50; 0)$ ;
- г) не пересечет четвертую координатную четверть.

**О20.7.** В каждую клетку таблички  $2 \times 2$  случайным образом ставят крестик или нолик. Найдите вероятность того, что:

- а) будет поставлен ровно один крестик;
- б) будет поставлено ровно два нолика;
- в) в левой нижней клетке будет стоять крестик;
- г) в верхней левой и нижней правой клетках будут разные значки.

- 20.8. 37 точек из 100 покрашены в красный цвет, а 23 точки из оставшихся покрашены в синий цвет. Какова вероятность того, что случайным образом выбранная точка окажется:
- а) синей;                    в) красной или синей;
  - б) не красной;            г) неокрашенной?
- 20.9. Найдите вероятность того, что при одном бросании игрального кубика выпадет:
- а) четверка;
  - б) четное число очков;
  - в) число очков больше четырех;
  - г) число очков, не кратное трем.
- 20.10. Из костей домино случайно выбрали одну. Найдите вероятность того, что:
- а) она не является дублем;
  - б) на ней не выпала тройка;
  - в) произведение очков на ней меньше 29;
  - г) выпавшие очки различаются больше чем на 1.
- 20.11. Случайным образом выбирают одно из решений неравенства  $x^2 + 4x - 21 \leq 0$ . Какова вероятность того, что оно окажется и решением неравенства:
- а)  $-8 \leq x \leq 1$ ;
  - в)  $\frac{x+5}{2-x} \geq 0$ ;
  - б)  $x^2 - 4x - 21 \leq 0$ ;
  - г)  $x^2 \leq 6$ ?
- 20.12. В прямоугольнике  $ABCD$  отметили середины  $K$  и  $L$  сторон  $CD$  и  $AD$  соответственно, а также точки  $M$  и  $N$  на сторонах  $AB$  и  $BC$  так, что  $AM : MB = 1 : 3$  и  $BN : NC = 1 : 2$ . В прямоугольнике случайно отметили точку. Какова вероятность того, что эта точка окажется:
- а) в треугольнике  $KCN$ ;
  - б) в треугольнике  $MBN$ ;
  - в) вне треугольника  $AMC$ ;
  - г) в четырехугольнике  $MNKL$ ?
- 
- 20.13. Из цифр 0, 1, 4, 8, 9 случайным образом составляют двузначное число (повторения допускаются). Какова вероятность того, что получится:
- а) наименьшее из всех таких чисел;
  - б) четное число;
  - в) число, кратное 9;
  - г) число, удаленное от 50 менее чем на 20?

○20.14. Монету подбрасывают четыре раза. Какова вероятность того, что:

- а) все четыре раза результат будет одним и тем же;
- б) при первых трех подбрасываниях выпадет «решка»;
- в) в последний раз выпадет «орел»;
- г) «орлов» и «решек» выпадет одинаково?

●20.15. В квадратное уравнение  $x^2 + bx + 15 = 0$  в качестве коэффициента  $b$  подставили некоторое натуральное число от 2 до 11. Найдите вероятность того, что у полученного квадратного уравнения:

- а) будут два различных корня;
- б) не будет корней;
- в) будет хотя бы один отрицательный корень;
- г) будет хотя бы один положительный корень.

●20.16. В уравнение окружности  $x^2 + y^2 = R^2$  в качестве радиуса  $R$  подставляют натуральное число от 1 до 20. Найдите вероятность того, что:

- а) точка  $(1; 0)$  будет лежать на этой окружности;
- б) точка  $(0; -1)$  будет принадлежать кругу, который ограничен этой окружностью;
- в) точка  $(1; 3)$  не будет принадлежать кругу, который ограничен этой окружностью;
- г) эта окружность не будет пересекать прямую  $y = \sqrt{123}$ .

○20.17. В уравнение гиперболы  $y = \frac{k}{x}$  в качестве коэффициента  $k$  подставили некоторое число из множества  $\{-5, -2, 1, 3, 4\}$ . Найдите вероятность того, что такая гипербола:

- а) пройдет через начало координат;
- б) пересечет прямую  $y = x$ ;
- в) пройдет через точку  $(-5; 0,4)$ ;
- г) не пересечет окружность  $x^2 + y^2 = 1$ .

○20.18. Из четырех тузов случайным образом поочередно вытащили две карты. Найдите вероятность того, что:

- а) обе карты — тузы черной масти;
- б) вторая карта — пиковый туз;
- в) первая карта — туз красной масти;
- г) среди выбранных карт есть бубновый туз.

● 20.19. Игральный кубик бросили дважды. Найдите вероятность того, что:

- а) среди выпавших чисел есть хотя бы одна единица;
- б) сумма выпавших чисел не больше 3;
- в) сумма выпавших чисел меньше 11;
- г) произведение выпавших чисел меньше 27.

● 20.20. Случайным образом выбирают натуральное число из промежутка  $[100; 200)$ . Найдите вероятность того, что:

- а) оно не оканчивается нулем;
- б) среди его цифр есть хотя бы одна большая двух;
- в) оно не является квадратом другого целого числа;
- г) сумма его цифр меньше 17.

○ 20.21. Случайным образом выбирают одно из решений неравенства  $|x - 4| \leq 5$ . Какова вероятность того, что оно окажется и решением неравенства:

- а)  $|x| \leq 1$ ;
- в)  $4 \leq |x| \leq 5$ ;
- б)  $|x| \geq 2$ ;
- г)  $|x + 4| \leq 5$ ?

○ 20.22. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  катет  $AC$  равен 6, а катет  $BC$  равен 8. Из вершины  $C$  провели высоту  $CH$  и медиану  $CM$ . В треугольнике случайно отметили точку. Какова вероятность того, что эта точка окажется:

- а) в треугольнике  $ACM$ ;
- б) в треугольнике  $ACH$ ;
- в) в треугольнике  $CHM$ ;
- г) внутри окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ ?

## § 21. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И ВЕРОЯТНОСТИ СОБЫТИЙ

- 21.1. а) Сколько чисел, кратных четырем, находится среди первых 17 натуральных чисел?
- б) Какова частота чисел, кратных четырем, среди первых 17 натуральных чисел?
- в) Заполните таблицу (см. с. 136) появления чисел, кратных четырем, среди первых  $n$  натуральных чисел.
- г) К какому числу приближается частота с увеличением  $n$ ?

$n$	17	18	19	20	27	28	29	30	40	60	80	100
Кол-во чисел, кратных 4, среди чисел от 1 до $n$												
Частота												

- 21.2. По многолетней статистике отдела контроля из 1000 экземпляров некоторой детали, выпущенной на предприятии, в среднем оказывается 4 бракованные детали. Сколько бракованных деталей в среднем можно ожидать:
- в партии из 4000 деталей;
  - в партии из 7500 деталей;
  - в партии из 11 250 деталей;
  - в партии из 300 деталей?
- 21.3. По сведениям университетской приемной комиссии, процент поступающих, верно решивших все задачи на письменном экзамене по математике, практически постоянен за последние несколько лет и равен примерно 1,5 %.
- В прошлом году было 405 абитуриентов. Оцените число абитуриентов, решивших все задачи.
  - В позапрошлом году было 467 абитуриентов. Оцените число абитуриентов, решивших все задачи.
  - В этом году подано 534 заявления. Сколько можно ожидать абитуриентов, которые верно решат все задачи?
  - Два года назад 5 абитуриентов верно решили все задачи. Сколько примерно было абитуриентов?
- 21.4. По статистике ежедневных продаж в продовольственном супермаркете процент чеков на сумму менее 100 р. достаточно устойчив и колеблется от 9 % (по субботам) до 11 % (по вторникам).
- Во вторник в супермаркете было 1247 покупателей. Оцените количество покупок на сумму менее 100 р.
  - В субботу было 2357 покупателей. Оцените количество покупок на сумму не менее 100 р.
  - За неделю было выбито 9785 чеков. В каких пределах лежит число чеков на сумму менее 100 р.?
  - За месяц было выбито 4017 чеков на сумму менее 100 р. Оцените число покупателей за месяц.

○21.5. На железнодорожном вокзале при проходе к поездам пригородного сообщения стоят турникеты. Примерно 38 % ежедневно проданных билетов составляют билеты до 2-й зоны и 17 % составляют билеты до 3-й зоны.

а) В понедельник было продано 12 153 билета до 2-й зоны.

Оцените количество билетов, проданных в понедельник.

б) Оцените количество билетов, проданных в понедельник до 3-й зоны.

в) Во вторник было продано 6057 билетов до 3-й зоны.

Сколько примерно было продано билетов до 2-й зоны?

г) Оцените количество билетов, проданных за эти два дня.

21.6. а) Сколько чисел, оканчивающихся цифрой 4, находится среди первых 17 натуральных чисел?

б) Какова частота чисел, оканчивающихся на 4, среди первых 17 натуральных чисел?

в) Заполните таблицу появления чисел, оканчивающихся цифрой 4, среди первых  $n$  натуральных чисел:

$n$	17	27	57	77	100	125	150	173	200	1000
Кол-во чисел, оканчивающихся цифрой 4										
Частота										

г) К какому числу приближается частота с увеличением  $n$ ?

●21.7. а) Сколько чисел, начинающихся с цифры 4, находится среди первых 17 натуральных чисел?

б) Какова частота чисел, начинающихся с цифры 4, среди первых 17 натуральных чисел?

в) Заполните таблицу появления чисел, начинающихся с цифры 4, среди первых  $n$  натуральных чисел:

$n$	17	57	100	400	500	1000	4000	5000	10 000
Кол-во чисел, начинающихся с цифры 4									
Частота									

г) Наблюдается ли тут статистическая устойчивость?

В каких пределах меняется частота с увеличением  $n$ ?

- 21.8. По статистике выполнения заданий единого государственного экзамена (ЕГЭ) количество учеников, решавших задание под номером А7, составило 73 %, а решивших его — примерно 64 % от общего числа участников.
- Всего в ЕГЭ участвовало около 700 тыс. человек. Примерно сколько из них не решали задачу А7?
  - Сколько примерно человек решили задачу А7?
  - В Приволжском федеральном округе в ЕГЭ участвовало 113 586 человек и процент выполнения был на 2 выше, чем в среднем по стране. Примерно сколько человек в этом округе решили задачу А7?
  - В Центральном федеральном округе верно решили эту задачу 76 121 человек и процент выполнения был на 1 ниже, чем в среднем по стране. Сколько человек сдавали ЕГЭ в этом округе?

- 21.9. а) Проведите эксперимент с подбрасываниями игрального кубика; результаты (количество выпадений определенного числа очков) впишите в таблицу:

Кол-во бросков	Число очков					
	1	2	3	4	5	6
20						
40						
60						
80						
100						

- б) Повторите этот же эксперимент еще дважды и заполните таблицу:

Кол-во бросков	Процент выпадения					
	единицы	двойки	тройки	четверки	пятерки	шестерки
100						
200						
300						

- в) Объедините свои результаты с результатами одноклассников и найдите процентную частоту выпадения единицы при 1000 бросках.
- г) К какому числу приближается процентная частота каждой из вариантов с увеличением числа бросков?

●21.10. а) Проведите эксперимент с подбрасываниями двух разноцветных игральных кубиков; результаты (количество бросков, при которых выпала нужная сумма очков) впишите в таблицу:

Кол-во бросков	Сумма очков										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
20											
40											
50											

б) Повторите этот же эксперимент еще трижды и заполните таблицу:

Кол-во бросков	Сумма очков										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
100											
200											

в) Объедините свои результаты с результатами одноклассников и заполните таблицу процентных частот выпадения сумм при 1000 бросках:

Кол-во бросков	Сумма очков										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1000											

г) К какому числу приближается процентная частота выпадения суммы в 7 очков с увеличением числа бросков?

## **Домашняя контрольная работа № 5**

### **Вариант 1**

1. В кошельке лежит много монет по 1 р., по 2 р. и по 5 р. Случайным образом поочередно достают 3 монеты. Перечислите варианты, при которых сумма будет меньше 6 р.
2. В меню 5 видов пирожков и 6 видов напитков. Сколькими способами можно выбрать на завтрак пирожок и напиток, если известно, что один из видов пирожков плохо сочетается с двумя видами напитков?
3. Бросили две разноцветные игральные кости. В скольких случаях выпавшие очки будут отличаться менее чем на 2?
4. Какова вероятность того, что случайным образом выбранное двузначное число будет делиться на 13?
5. В плитке шоколада размером  $3 \times 6$  случайно выбрали дольку  $1 \times 1$ . Какова вероятность того, что выбрали крайнюю, но не угловую дольку?
6. Сгруппируйте ряд данных и найдите процент результатов, отличающихся от его моды более чем на 4:  
10, 5, 10, 0, 3, 5, 4, 5, 5, 9, 4, 6, 0, 4, 3, 1, 10, 5, 4, 1.
7. Среднее арифметическое десяти последовательных результатов измерения равно 26,5. Найдите последний результат, если известно, что результаты образуют арифметическую прогрессию с разностью, равной -3.

### **Вариант 2**

1. В кошельке лежит много монет по 1 р., по 2 р. и по 5 р. Случайным образом поочередно достают 3 монеты. Перечислите варианты, при которых сумма будет больше 8 р.
2. В меню 6 видов пирожков и 5 видов напитков. Сколькими способами можно выбрать 2 разных пирожка и 2 разных напитка?
3. Бросили две разноцветные игральные кости. В скольких случаях выпавшие очки будут отличаться более чем на 3?

4. Какова вероятность того, что у случайным образом выбранного двузначного числа сумма цифр будет больше 15?
5. В плитке шоколада размером  $4 \times 5$  случайно выбрали дольку  $1 \times 1$ . Какова вероятность того, что выбрали не крайнюю дольку?
6. Сгруппируйте ряд данных и найдите процент результатов, отличающихся от его моды менее чем на 2:  
10, 9, 10, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 9, 6, 8, 4, 3, 1, 6, 3, 4, 1.
7. Среднее арифметическое десяти последовательных результатов измерения равно -2. Найдите восьмой по счету результат, если известно, что результаты образуют арифметическую прогрессию с разностью 2.

# ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ

---

## Числовые выражения

1. На какое из указанных чисел делится произведение  $213 \cdot 65$ ?  
1) 26;      2) 142;      3) 45;      4) 39?
2. На какое из указанных чисел не делится значение выражения  $23^2 + 23 \cdot 26$ ?  
1) 23;      2) 7;      3) 9;      4) 49?
3. На какое из указанных чисел делится значение выражения  $108^2 - 87^2$ ?  
1) 70;      2) 91;      3) 95;      4) 143;
4. Вычислите:  $1\frac{5}{6} + 2\frac{1}{12} \cdot (1,15 - 1,23 : 0,6)$ .  
1)  $4\frac{31}{48}$ ;      2)  $-\frac{47}{48}$ ;      3)  $-\frac{1}{24}$ ;      4)  $3\frac{17}{24}$ .
5. Вычислите:  $(1,68 : 1,6 - 2,1) \cdot \left(-1\frac{2}{3}\right) - 2\frac{1}{6}$ .  
1)  $-\frac{5}{12}$ ;      2)  $-1\frac{1}{6}$ ;      3)  $-3\frac{1}{6}$ ;      4)  $-1\frac{7}{12}$ .
6. Вычислите:  $\frac{4}{9} \cdot \left(-1\frac{1}{2}\right)^3 + 6,3 : 6$ .  
1) 0;      2) -1;      3) 2,55;      4) -0,45.
7. Вычислите:  $0,5 \cdot 0,6 - 2\frac{2}{9} : \left(-1\frac{1}{3}\right)^2$ .  
1) 1,55;      2) -1,23;      3) -0,95;      4) 1,75.
8. Вычислите:  $\frac{0,3 \cdot 2,4 + 0,7 \cdot 2,4}{1,5^2 - 0,9^2}$ .  
1) 0,6;      2)  $1\frac{2}{3}$ ;      3) 2;      4)  $\frac{1}{6}$ .
9. Вычислите:  $\frac{1,7^2 - 0,8^2}{0,18 - 1,5 \cdot 0,18}$ .  
1) -2,5;      2) -25;      3)  $-\frac{25}{28}$ ;      4)  $-8\frac{13}{14}$ .

10. Вычислите:  $(\sqrt{16})^3 - 51^0 - 3^2 \cdot 3^{-4} - 2 : 2^{-3}$ .

- 1)  $46\frac{8}{9}$ ; 2)  $47\frac{8}{9}$ ; 3) 56; 4)  $62\frac{23}{36}$ .

11. Вычислите:  $3^2 : 3^{-1} - (\sqrt[3]{125})^2 - 5 \cdot 5^{-3} + (\sqrt{13})^0$ .

- 1)  $-21\frac{1}{25}$ ; 2)  $1\frac{24}{25}$ ; 3) 28; 4)  $2\frac{24}{25}$ .

12. Вычислите:  $2^7 \cdot (2^2)^{-5} : (2^{-3})^3$ .

- 1) 512; 2)  $\frac{1}{512}$ ; 3) 64; 4) 8.

13. Вычислите:  $(5^{-3})^2 : 5^3 \cdot (5^2)^4$ .

- 1) 0,2; 2) 0,04; 3) 3125; 4) 0,125.

14. Вычислите:  $\frac{3^5 \cdot 9^{-2}}{27^2}$ .

- 1)  $\frac{1}{81}$ ; 2)  $\frac{1}{243}$ ; 3) 27; 4) -81.

15. Вычислите:  $\frac{2^7 \cdot 8^{-3}}{4^{-5}}$ .

- 1)  $\frac{1}{512}$ ; 2) 32; 3) 256; 4)  $\frac{1}{64}$ .

16. Вычислите:  $\frac{4^2 \cdot 5^3}{10^5}$ .

- 1) 100; 2) 0,02; 3) 20; 4) 0,2.

17. Вычислите:  $\frac{15^6}{9^3 \cdot 5^7}$ .

- 1)  $\frac{1}{135}$ ; 2)  $\frac{1}{15^7}$ ; 3) 0,6; 4) 0,2.

18. Расстояние между двумя населенными пунктами составляет  $1,7 \cdot 10^4$  м. Выразите это расстояние в километрах.

- 1) 17 км; 2) 170 км; 3) 1700 км; 4) 0,17 км.

19. Масса продуктов на оптовой базе составляет 4 500 000 кг. Выразите эту массу в тоннах и запишите полученное число в стандартном виде.

- 1)  $45 \cdot 10^2$  т; 3)  $0,45 \cdot 10^4$  т;  
2)  $45 \cdot 10^3$  т; 4)  $4,5 \cdot 10^3$  т.

20. Расстояние между двумя населенными пунктами на карте составляет  $1,25 \cdot 10^2$  мм. Выразите это расстояние в метрах.
- $1,25$  м;
  - $1,25 \cdot 10^{-2}$  м;
  - $1,25 \cdot 10^{-1}$  м;
  - $1,25 \cdot 10$  м.
21. Участок имеет площадь  $632$  м $^2$ . Выразите площадь участка в гектарах, записав полученное число в стандартном виде.
- $0,632 \cdot 10^{-1}$  га;
  - $6,32 \cdot 10^{-2}$  га;
  - $63,2 \cdot 10^{-3}$  га;
  - $6,32 \cdot 10^2$  га.
22. Вычислите:  $\frac{(-11\sqrt{7})^2}{77} - \frac{\sqrt{512}}{\sqrt{8}}$ .
- $-9$ ;
  - $-7$ ;
  - $-19$ ;
  - $3$ .
23. Вычислите:  $\frac{(-17\sqrt{5})^2}{85} + \sqrt{6 \cdot 15} \cdot \sqrt{40}$ .
- $61$ ;
  - $59$ ;
  - $77$ ;
  - $43$ .
24. Между какими последовательными натуральными числами находится  $\sqrt{183}$ ?
- $14$  и  $15$ ;
  - $\sqrt{182}$  и  $\sqrt{184}$ ;
  - $13$  и  $14$ ;
  - $12$  и  $15$ .
25. Между какими последовательными натуральными числами находится  $10\sqrt{3}$ ?
- $17$  и  $18$ ;
  - $10$  и  $11$ ;
  - $16$  и  $18$ ;
  - $\sqrt{299}$  и  $\sqrt{301}$ .

26. На координатной прямой (рис. 57) отмечены точки  $A$ ,  $B$ ,  $D$ . Где должна быть расположена точка  $C(4\sqrt{11})$ ?
- Левее  $A$ ;
  - между  $A$  и  $B$ ;
  - между  $B$  и  $D$ ;
  - правее  $D$ .
27. На координатной прямой (рис. 58) отмечены точки  $K$ ,  $M$ ,  $N$ . Где должна быть расположена точка  $P(3\sqrt{15})$ ?
- Левее  $K$ ;
  - между  $K$  и  $M$ ;
  - между  $M$  и  $N$ ;
  - правее  $N$ .

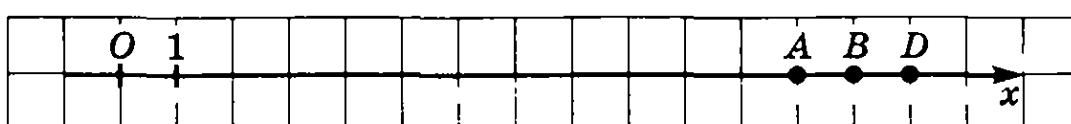


Рис. 57

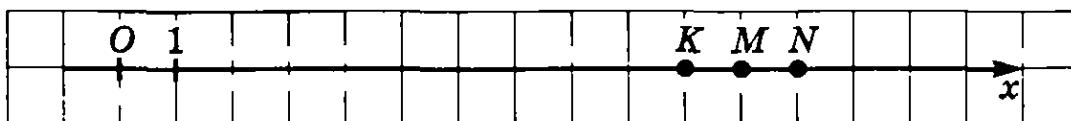


Рис. 58

28. Расположите числа  $4\sqrt{5}$ ;  $3\sqrt{7}$ ;  $5\sqrt{3}$ ;  $2\sqrt{11}$  в порядке возрастания.

- 1)  $5\sqrt{3}$ ;  $3\sqrt{7}$ ;  $4\sqrt{5}$ ;  $2\sqrt{11}$ ;      3)  $3\sqrt{7}$ ;  $4\sqrt{5}$ ;  $5\sqrt{3}$ ;  $2\sqrt{11}$ ;  
2)  $2\sqrt{11}$ ;  $3\sqrt{7}$ ;  $5\sqrt{3}$ ;  $4\sqrt{5}$ ;      4)  $2\sqrt{11}$ ;  $3\sqrt{7}$ ;  $4\sqrt{5}$ ;  $5\sqrt{3}$ .
- 

29. Расположите числа  $7\sqrt{3}$ ;  $8\sqrt{2}$ ;  $4\sqrt{7}$ ;  $5\sqrt{6}$  в порядке убывания.

- 1)  $4\sqrt{7}$ ;  $5\sqrt{6}$ ;  $7\sqrt{3}$ ;  $8\sqrt{2}$ ;      3)  $5\sqrt{6}$ ;  $7\sqrt{3}$ ;  $8\sqrt{2}$ ;  $4\sqrt{7}$ ;  
2)  $8\sqrt{2}$ ;  $7\sqrt{3}$ ;  $5\sqrt{6}$ ;  $4\sqrt{7}$ ;      4)  $5\sqrt{6}$ ;  $8\sqrt{2}$ ;  $7\sqrt{3}$ ;  $4\sqrt{7}$ .
- 

30. Вычислите:  $(-5\sqrt{3})^2 + \sqrt{4\frac{21}{25}}$ .

31. Вычислите:  $\sqrt{5\frac{1}{16}} - (0,2\sqrt{10})^2$ .

32. Вычислите:  $\sqrt{113^2 - 112^2} + (\sqrt{7} + 6)(\sqrt{7} - 6)$ .

33. Вычислите:  $\frac{\sqrt{244^2 - 240^2}}{(\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} + 4)}$ .

34. Вычислите:  $3\sqrt[3]{64} - (-0,2\sqrt[3]{10})^3$ .

35. Вычислите:  $(-3\sqrt[3]{0,2})^3 + 0,5\sqrt[3]{216}$ .

36. Вычислите:  $(5\sqrt{2})^2 + (-2\sqrt{3})^4$ .

37. Вычислите:  $(2\sqrt{5})^4 - (7\sqrt{2})^2$ .

38. Найдите значение выражения  $\sqrt{7 - \sqrt{24}} \cdot \sqrt{7 + \sqrt{24}}$ .

39. Найдите значение выражения  $\sqrt{6 - 2\sqrt{5}} \cdot \sqrt{6 + 2\sqrt{5}}$ .

40. Найдите значение выражения  $\sqrt{(5 - \sqrt{23})^2} + \sqrt{(4 - \sqrt{23})^2}$ .

41. Найдите значение выражения  $\sqrt{(6 - \sqrt{41})^2} + \sqrt{(7 - \sqrt{41})^2}$ .

42. Найдите значение выражения  $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} - \sqrt{5}$ .

43. Найдите значение выражения  $\sqrt{8 - 2\sqrt{7}} - \sqrt{7}$ .

## Алгебраические выражения

1. Кинетическая энергия вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ . Выразите из этой формулы скорость  $v$ .
  - 1)  $v = \sqrt{\frac{E}{2m}}$ ;
  - 2)  $v = \sqrt{\frac{2E}{m}}$ ;
  - 3)  $v = \sqrt{\frac{2m}{E}}$ ;
  - 4)  $v = \left(\frac{2E}{m}\right)^2$ .
  
2. При равноускоренном движении ускорение вычисляется по формуле  $a = \frac{v - v_0}{t}$ . Выразите из этой формулы начальную скорость  $v_0$ .
  - 1)  $v_0 = at - v$ ;
  - 2)  $v_0 = \frac{v}{t} - a$ ;
  - 3)  $v_0 = v - at$ ;
  - 4)  $v_0 = v + at$ .
  
3. Упростите выражение  $\frac{a^4 \cdot a^{-9}}{(a^3)^2 a^{-7}}$ .
  - 1)  $a^3$ ;
  - 2)  $a^{-3}$ ;
  - 3)  $a^4$ ;
  - 4)  $a^{-4}$ .
  
4. Упростите выражение  $\frac{(a^4)^3 a^{-12}}{(a^2)^{-5} a^7}$ .
  - 1) 0;
  - 2)  $a^3$ ;
  - 3)  $a^{-4}$ ;
  - 4)  $a^{-3}$ .
  
5. Упростите выражение  $\frac{(2a)^3 \cdot 4a^{-2}}{(4a^3)^2}$ .
  - 1)  $2a^{-5}$ ;
  - 2)  $2a^{-4}$ ;
  - 3)  $8a^{-5}$ ;
  - 4)  $\frac{1}{2a^5}$ .
  
6. Упростите выражение  $\frac{3b^{-1} \cdot (9b^2)^3}{(3b^{-2})^4}$ .
  - 1)  $\frac{b^{13}}{3}$ ;
  - 2)  $27b^{13}$ ;
  - 3)  $9b^{10}$ ;
  - 4)  $27b^3$ .
  
7. Упростите выражение  $(3xy)^3 \cdot (3x^{-1}y)^{-2} : (9x^3y^4)$ .
  - 1)  $\frac{1}{3x^3y}$ ;
  - 2)  $\frac{1}{3}x^2y^{-3}$ ;
  - 3)  $\frac{1}{3}x^3y^8$ ;
  - 4)  $\frac{1}{3}x^{-3}y^7$ .
  
8. Упростите выражение  $(7m^{-3}n^3) : (7m^5n^4)^{-2} \cdot (49m^{-1}n^{15})^{-1}$ .
  - 1)  $\frac{1}{343m^{12}n^{20}}$ ;
  - 2)  $\frac{49m^8}{n^4}$ ;
  - 3)  $\frac{7}{m^9n^{18}}$ ;
  - 4)  $\frac{7m^8}{n^4}$ .

9. Упростите выражение  $\frac{(6ab^3)^3 \cdot 3a^{-9}}{(2a^{-2}b)^3}$ .

- 1)  $81b^6$ ;    2)  $81a^{-12}b^6$ ;    3)  $\frac{1}{729}a^{-12}b^6$ ;    4)  $12b^3$ .

10. Упростите выражение  $\frac{(10x^4y^{-3})^4}{16x^8 \cdot (25x^2y^{-2})^3}$ .

- 1)  $\frac{y^5}{5x^5}$ ;    2)  $\frac{x^2}{25y^6}$ ;    3)  $\frac{x^6y^6}{25}$ ;    4)  $-\frac{10}{x^6y^{18}}$ .

11. Найдите значение выражения  $\frac{x^{-8}}{x^{-4}x^{-2}}$  при  $x = \frac{1}{3}$ .

- 1)  $-\frac{1}{9}$ ;    2) 9;    3) -9;    4) 1.

12. Найдите значение выражения  $\frac{y^7y^{-8}}{(y^{-3})^4}$  при  $y = 1\frac{1}{2}$ .

- 1)  $-1\frac{1}{8}$ ;    2)  $-3\frac{3}{8}$ ;    3)  $\frac{8}{27}$ ;    4)  $-\frac{8}{27}$ .

13. Найдите значение выражения  $\frac{4a^2 - 25}{15 - 6a}$  при  $a = 0,05$ .

- 1) -1,7;    2) -0,2;    3) -2;    4) 1,7.

14. Найдите значение выражения  $\frac{-15x - 40}{64 - 9x^2}$  при  $x = -\frac{2}{3}$ .

- 1)  $-\frac{5}{6}$ ;    2) -0,5;    3) 0,5;    4)  $-\frac{3}{7}$ .

15. Найдите значение выражения  $\frac{a^2 - 16a + 64}{64 - 8a}$  при  $a = -0,4$ .

- 1) -1,5;    2) 0,15;    3) 1,5;    4) 1,05.

16. Найдите значение выражения  $\frac{36 - y^2}{y^2 - 12y + 36}$  при  $y = \frac{3}{4}$ .

- 1)  $\frac{7}{9}$ ;    2)  $-\frac{9}{7}$ ;    3)  $-\frac{7}{9}$ ;    4)  $\frac{9}{7}$ .

17. Найдите значение выражения  $\frac{c^2 - 2c}{c - 4} - \frac{16 - 6c}{4 - c}$  при  $c = -3,5$ .

- 1) -7,5;    2) -3,9;    3) -0,5;    4) -3,1.

18. Найдите значение выражения  $\frac{n^2 + n}{n^3 - 8} - \frac{n + 4}{8 - n^3}$  при  $n = \frac{1}{4}$ .

- 1)  $2\frac{1}{4}$ ; 2)  $-1\frac{3}{4}$ ; 3)  $-2\frac{3}{4}$ ; 4)  $\frac{36}{73}$ .

19. Разложите квадратный трехчлен  $x^2 - 4x - 45$  на множители.

- 1)  $(x + 9)(x - 5)$ ; 3)  $(x - 9)(x - 5)$ ;  
2)  $(x - 9)(x + 5)$ ; 4)  $(x + 9)(x + 5)$ .

20. Разложите квадратный трехчлен  $-x^2 + 2x + 24$  на множители.

- 1)  $(x + 6)(x - 4)$ ; 3)  $-(x + 6)(x - 4)$ ;  
2)  $(x - 6)(x + 4)$ ; 4)  $-(x - 6)(x + 4)$ .

21. Разложите квадратный трехчлен  $3x^2 + 13x - 10$  на множители.

- 1)  $3(x - 2)(x + 5)$ ; 3)  $(3x - 2)(x + 5)$ ;  
2)  $\left(x - \frac{2}{3}\right)(x + 5)$ ; 4)  $(3x + 2)(x - 5)$ .

22. Разложите квадратный трехчлен  $-4x^2 + 5x + 6$  на множители.

- 1)  $-4(x + 3)(x + 2)$ ; 3)  $(4x - 3)(x + 2)$ ;  
2)  $(x - 2)\left(x + \frac{3}{4}\right)$ ; 4)  $(2 - x)(4x + 3)$ .

23. Упростите выражение  $\sqrt{12a} + \sqrt{48a} - \sqrt{147a}$ .

- 1)  $-29\sqrt{2a}$ ; 2)  $-\sqrt{3a}$ ; 3)  $-3\sqrt{a}$ ; 4)  $-\sqrt{87a}$ .

24. Упростите выражение  $\sqrt{80x} - \sqrt{180x} + \sqrt{245x}$ .

- 1)  $\sqrt{145x}$ ; 2)  $29\sqrt{5x}$ ; 3)  $5\sqrt{5x}$ ; 4)  $3\sqrt{5x}$ .

---

25. Найдите значение выражения  $\frac{a^3\sqrt{6}}{12}$  при  $a = -\sqrt{6}$ .

26. Найдите значение выражения  $\frac{250}{x^5\sqrt{10}}$  при  $a = \sqrt{10}$ .

27. Найдите значение выражения  $\frac{12x + 5y}{4x^2y} - \frac{5y - 4x}{5xy^2}$  при  $x = \frac{1}{2}$ ,

$$y = \frac{1}{5}.$$

28. Найдите значение выражения  $\frac{2n + 3m}{6mn^2} - \frac{9m - 2n}{9m^2n}$  при  $m = \frac{2}{3}$ ,

$$n = \frac{1}{2}.$$

29. Найдите наименьшее значение выражения  $2x^2 - 8x - 7$ .

30. Найдите наибольшее значение выражения  $-3x^2 - 6x + 5$ .
31. Упростите выражение  $\frac{2x - 3}{5x - 20} - \frac{x - 2}{2x - 8}$ .
32. Упростите выражение  $\frac{c - 6}{8 + 12c} - \frac{2c - 7}{15c + 10}$ .
33. Найдите значение выражения  $\frac{10x}{16 - x^2} + \frac{5}{x - 4}$  при  $x = 1$ .
34. Найдите значение выражения  $\frac{6}{7 - a} + \frac{12a}{a^2 - 49}$  при  $a = -5$ .
35. Найдите значение выражения  $\frac{x^2 - y^2}{3xy} \cdot \frac{3y}{x - y}$  при  $x = 1$ ,  $y = -1,5$ .
36. Найдите значение выражения  $\frac{c^2 - 49}{10cd} : \frac{2c + 14}{5d}$  при  $c = 0,5$ .
37. Найдите значение алгебраической дроби  $\frac{x + y}{x}$ , если  $\frac{x}{y} = 0,2$ .
38. Найдите значение алгебраической дроби  $\frac{x - y}{y}$ , если  $\frac{y}{x} = \frac{2}{5}$ .
39. Зная, что  $\frac{x - 3y}{y} = 6$ , найдите  $\frac{x}{y}$ .
40. Зная, что  $\frac{2x + y}{x} = -2$ , найдите  $\frac{x}{y}$ .
41. Сколько существует натуральных значений  $n$ , при которых алгебраическая дробь  $\frac{15 - 4n}{n}$  является целым числом?
42. Сколько существует натуральных значений  $n$ , при которых алгебраическая дробь  $\frac{18 - n}{n}$  является целым числом?
43. Сколько существует натуральных значений  $n$ , при которых алгебраическая дробь  $\frac{12 - 5n}{n}$  является натуральным числом?
44. Найдите сумму натуральных значений  $n$ , при которых алгебраическая дробь  $\frac{30 - 7n}{n}$  является натуральным числом.
45. Найдите значение выражения  $\left(\frac{m + 1}{m - 1} - \frac{m - 1}{m + 1}\right) : \frac{2m}{5m - 5}$  при  $m = \frac{1}{9}$ .

46. Найдите значение выражения  $\left(\frac{b}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right) \cdot \frac{a^2 + 2ab + b^2}{2b^2}$  при  $a = -0,2$ ,  $b = 0,3$ .
47. Найдите значение выражения  $\left(3 + \frac{3\sqrt{x}}{3 - \sqrt{x}}\right)(x - 6\sqrt{x} + 9)$  при  $x = \frac{4}{81}$ .
48. Найдите значение выражения  $\left(2 - \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2}\right) : \frac{8}{x - 4}$  при  $x = 2,56$ .

### Функции и графики

1. Укажите функцию, графиком которой является прямая.

1)  $y = \frac{2}{x}$ ;      2)  $y = x^2 - 1$ ;      3)  $y = 2x$ ;      4)  $y = x^3$ .

2. Укажите функцию, графиком которой не является прямая.

1)  $y = 2x - 8$ ;      2)  $y = \frac{x+2}{8}$ ;      3)  $y = x^2 + 2$ ;      4)  $y = 8x$ .

3. Какое из перечисленных уравнений является уравнением прямой?

1)  $xy + 9 = 0$ ;      3)  $y + x^2 - 9 = 0$ ;  
2)  $2x + 3y - 9 = 0$ ;      4)  $x^2 + y^2 - 9 = 0$ .

4. Задайте формулой линейную функцию, график которой изображен на рисунке 59.

1)  $y = x + 3$ ;      2)  $y = \frac{x}{3}$ ;      3)  $y = 3x$ ;      4)  $y = -3x$ .

5. Задайте формулой линейную функцию, график которой изображен на рисунке 60.

1)  $y = -2x$ ;      2)  $y = \frac{1}{2}x$ ;      3)  $y = 2x - 1$ ;      4)  $y = -\frac{1}{2}x$ .

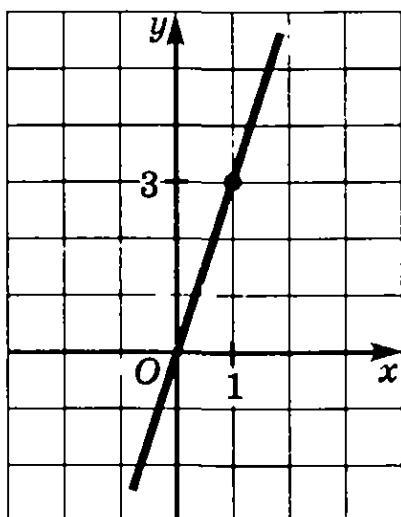


Рис. 59

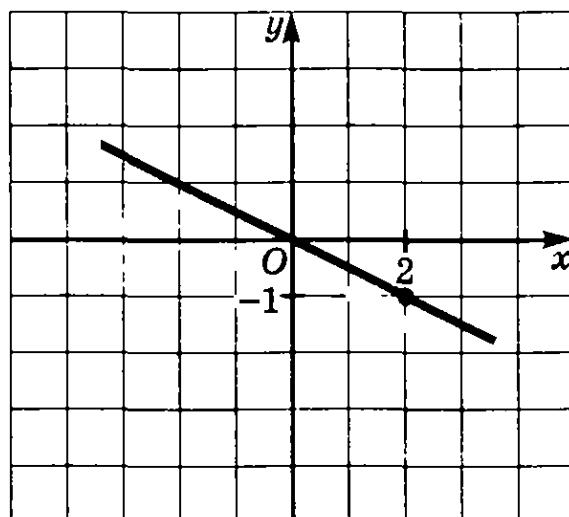


Рис. 60

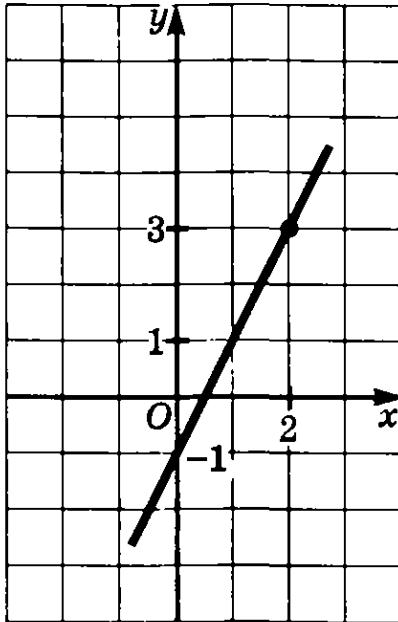


Рис. 61

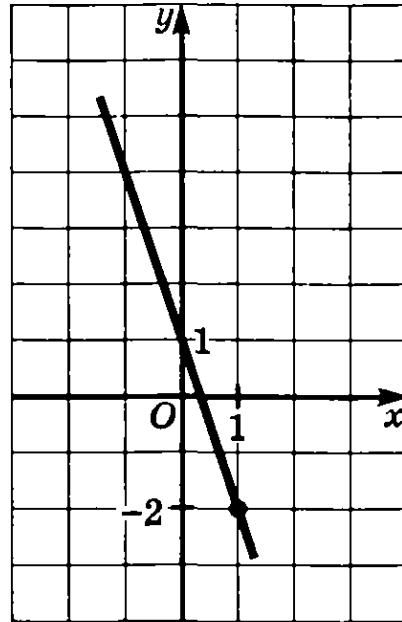


Рис. 62

6. Задайте формулой линейную функцию, график которой изображен на рисунке 61.

1)  $y = 2x - 1$ ;    2)  $y = 2x$ ;    3)  $y = \frac{1}{2}x - 1$ ;    4)  $y = 1 - 2x$ .

7. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через начало координат параллельно графику функции, изображенному на рисунке 62.

1)  $y = 3x$ ;    2)  $y = 3 - x$ ;    3)  $y = -3x$ ;    4)  $y = -\frac{1}{3}x$ .

8. Задайте формулой линейную функцию, график которой проходит через точку  $(0; -5)$  параллельно графику функции, изображенному на рисунке 63.

1)  $y = 0,5x - 5$ ;    3)  $y = 2x - 5$ ;  
2)  $y = -0,5x - 5$ ;    4)  $y = -5$ .

9. Найдите абсциссу точки пересечения прямых  $y = 37$ ,  $y = 2x + 11$ .

1) 24;    2) 13;    3) -13;    4) 37.

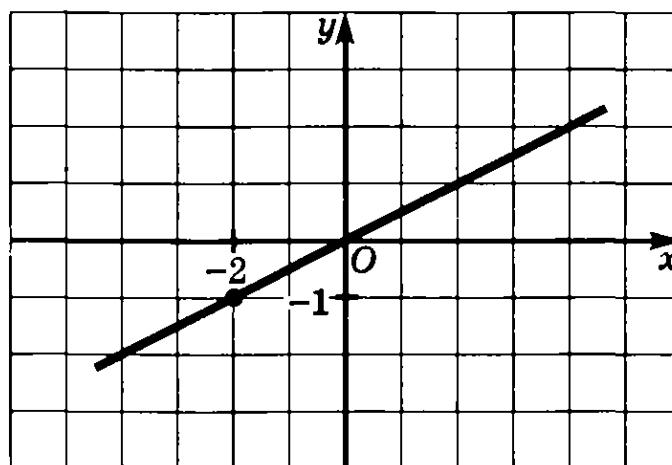


Рис. 63

10. Найдите координаты точки пересечения прямых  $y = -21x + 84$ ,  
 $y = 19x - 76$ .  
 1) (4; 0);      2) (-4; 0);      3) (0; 4);      4) (-4; 4).
11. Укажите точку, которая принадлежит графику функции  
 $y = 0,6x - 4$ .  
 1) A(-10; 14);      3) C(-10; -6);  
 2) B(-10; 6);      4) D(-10; -10).
12. Укажите точку, которая не принадлежит графику функции  
 $y = -0,2x + 5$ .  
 1) A(-15; 8);      3) C(12; 7,4);  
 2) B(10; 3);      4) D(12; 2,6).
13. Составьте уравнение прямой, проходящей через начало координат и через точку (20; 4).  
 1)  $y = 0,2x$ ;      3)  $y = -0,2x$ ;  
 2)  $y = 5x$ ;      4)  $y = 4x + 20$ .
14. Составьте уравнение прямой, проходящей через точки (0; -3) и (3; 0).  
 1)  $y = 3x - 3$ ;      3)  $y = 3 - x$ ;  
 2)  $y = x - 3$ ;      4)  $y = 3x$ .
15. Составьте уравнение прямой, параллельной графику функции  $y = 4x - 3$  и проходящей через точку (0; 77).  
 1)  $y = 4x - 77$ ;      3)  $y = 77x$ ;  
 2)  $y = 4x + 77$ ;      4)  $y = x + 77$ .
16. Составьте уравнение прямой, параллельной графику функции  $y = 0,3x$  и проходящей через точку (1; -0,7).  
 1)  $y = 0,3x - 1$ ;      3)  $y = 0,3x - 0,7$ ;  
 2)  $y = 0,3x + 1$ ;      4)  $y = 0,3x - 0,4$ .
17. Укажите функцию, графиком которой является парабола.  
 1)  $y = 2x + 5$ ;      3)  $y = \frac{6}{x+3}$ ;  
 2)  $y = x^3 - 4$ ;      4)  $y = 5 - 3x^2$ .
18. Укажите функцию, графиком которой не является парабола.  
 1)  $y = -x^2 + 1$ ;      3)  $y = 2x + 1$ ;  
 2)  $y = (x + 1)^2$ ;      4)  $y = \frac{x^2}{2}$ .
19. Задайте аналитически квадратичную функцию, график которой изображен на рисунке 64.  
 1)  $y = 2x^2$ ;      3)  $y = (x + 2)^2$ ;  
 2)  $y = x^2 + 2$ ;      4)  $y = (x - 2)^2$ .

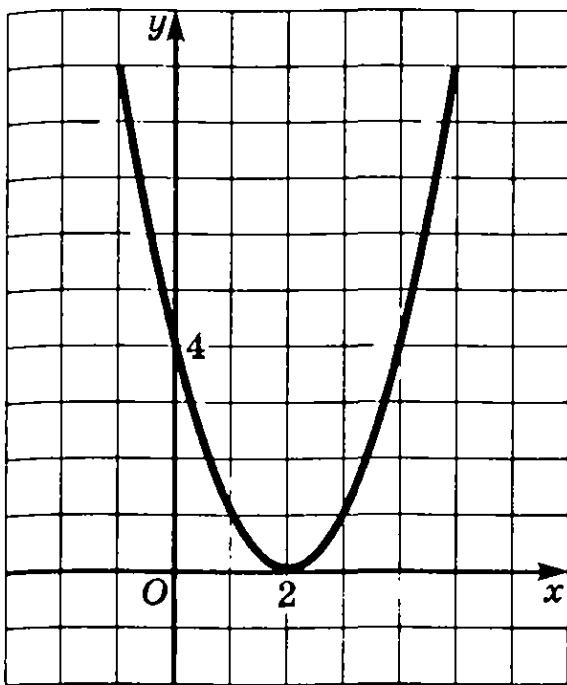


Рис. 64

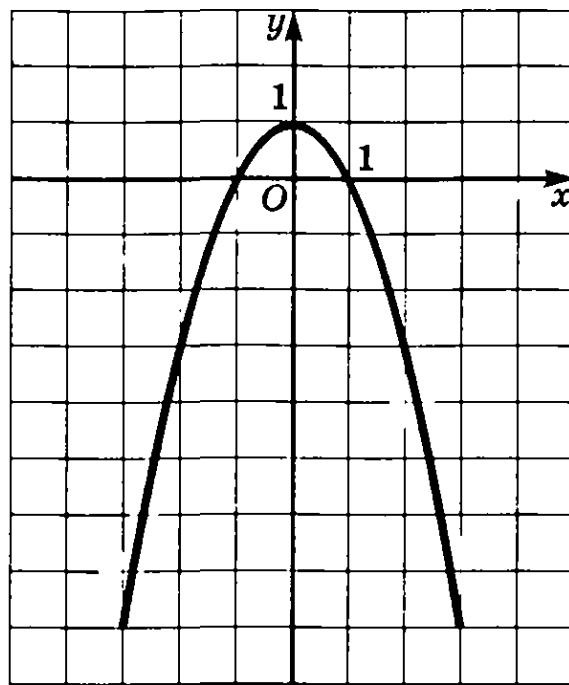


Рис. 65

20. Задайте аналитически квадратичную функцию, график которой изображен на рисунке 65.

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| 1) $y = x^2 + 1$ ;    | 3) $y = -x^2 + 1$ ;   |
| 2) $y = -(x + 1)^2$ ; | 4) $y = -(x - 1)^2$ . |

21. Задайте аналитически квадратичную функцию, график которой изображен на рисунке 66.

- |                             |                             |
|-----------------------------|-----------------------------|
| 1) $y = 0,5(x - 2)^2 - 1$ ; | 3) $y = 0,5(x - 1)^2 - 2$ ; |
| 2) $y = (x + 2)^2 - 1$ ;    | 4) $y = 0,5(x + 2)^2 - 1$ . |

22. Задайте аналитически квадратичную функцию, график которой изображен на рисунке 67.

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 1) $y = -x^2 + 3$ ;        | 3) $y = -(x + 1)^2 + 3$ ;  |
| 2) $y = -2(x - 1)^2 + 3$ ; | 4) $y = -2(x + 1)^2 + 3$ . |

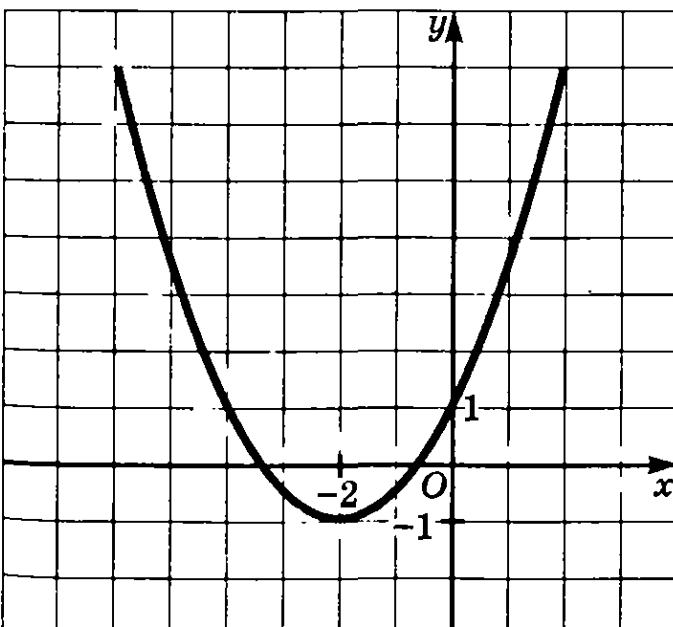


Рис. 66

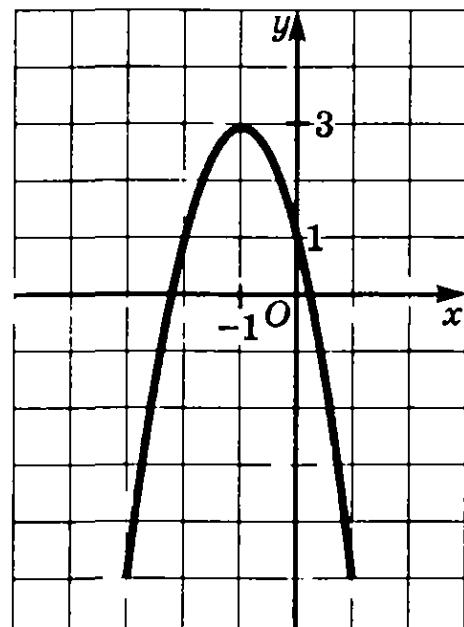
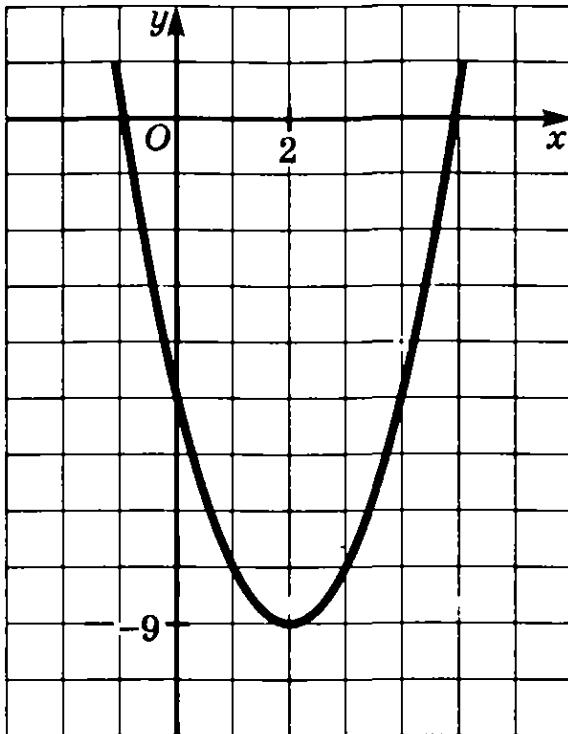
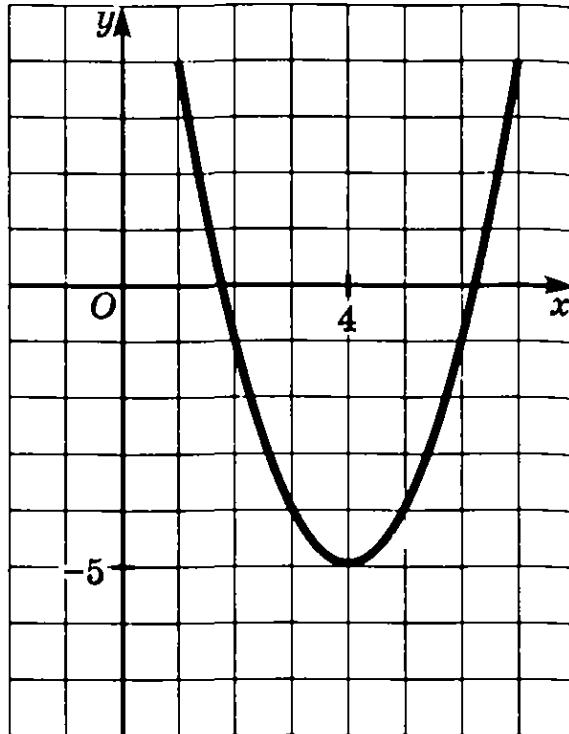


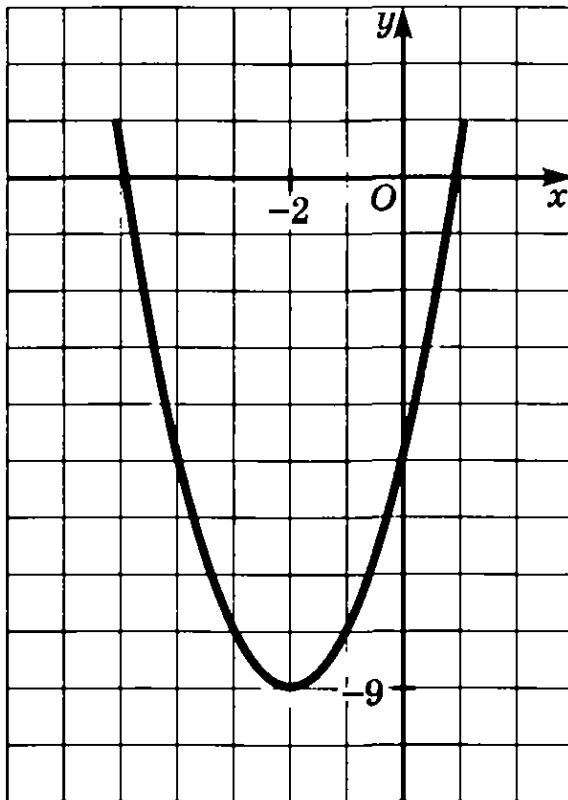
Рис. 67



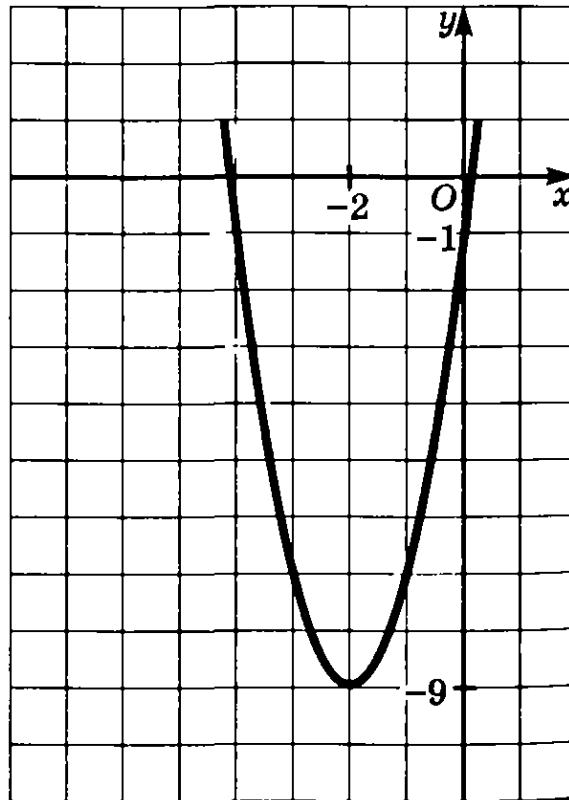
*a*



*b*



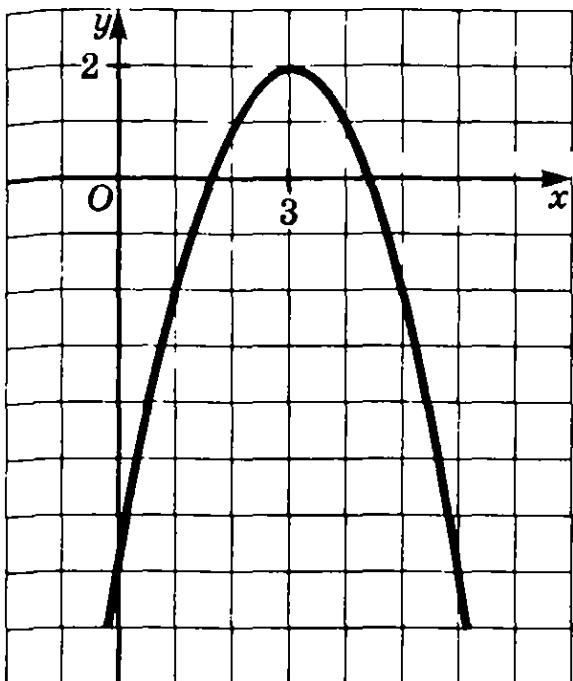
*c*



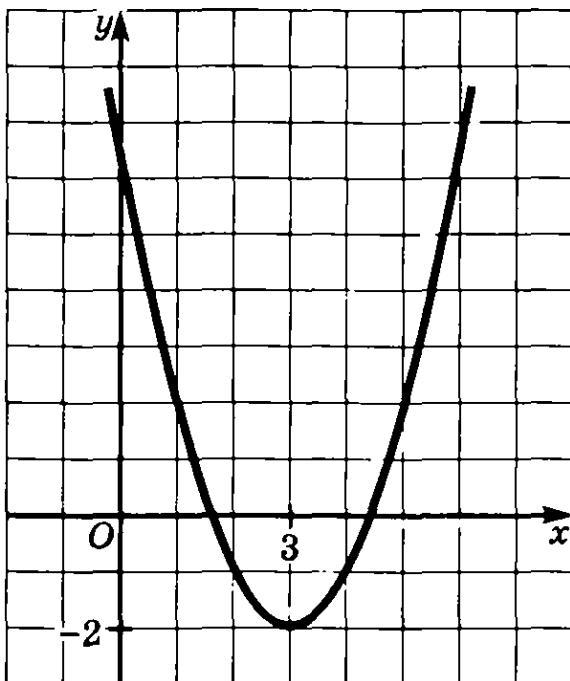
*d*

Рис. 68

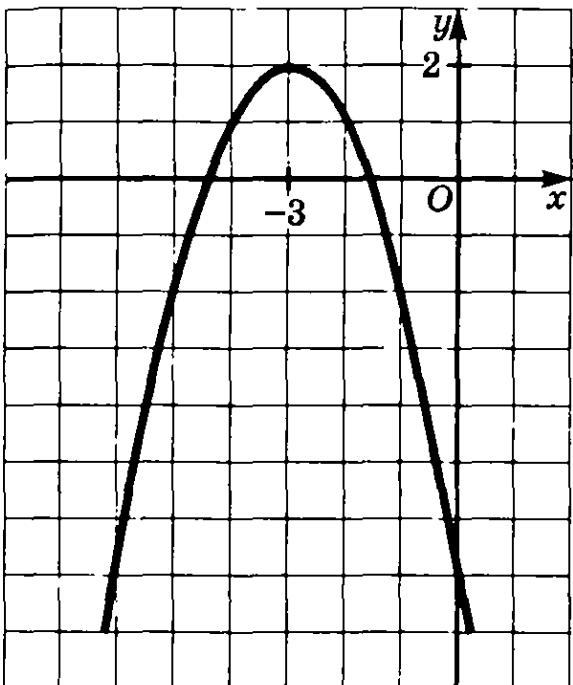
23. Используя рисунок 68 (*a* — *z*), укажите график функции  $y = x^2 + 4x - 5$ .
24. Используя рисунок 69 (*a* — *z*), укажите график функции  $y = -x^2 + 6x - 7$ .



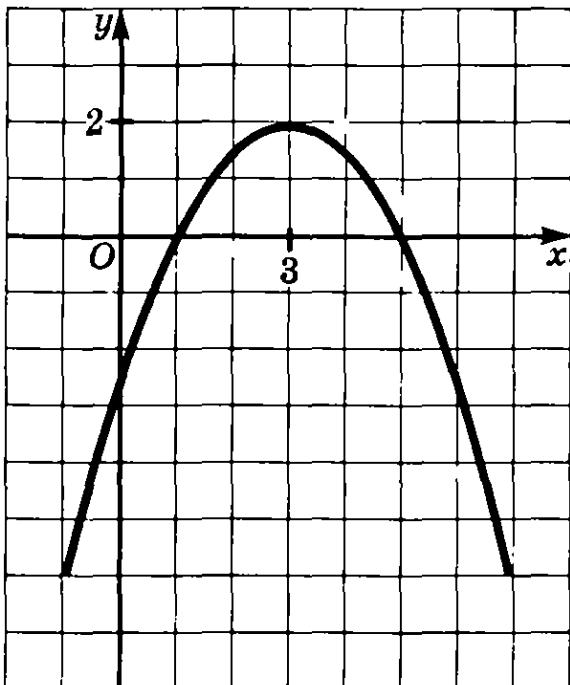
**a**



**b**



**c**



**d**

**Рис. 69**

25. Задайте аналитически квадратичную функцию, график которой изображен на рисунке 70.
- 1)  $y = 2x^2 + 8x + 17$ ;
  - 2)  $y = x^2 - 8x + 15$ ;
  - 3)  $y = x^2 + 8x + 17$ ;
  - 4)  $y = x^2 - 8x + 17$ .
26. Задайте аналитически квадратичную функцию, график которой изображен на рисунке 71.
- 1)  $y = -x^2 + 2x + 3$ ;
  - 2)  $y = -x^2 - 4x - 1$ ;
  - 3)  $y = -x^2 - 4x + 7$ ;
  - 4)  $y = -x^2 + 4x - 1$ .

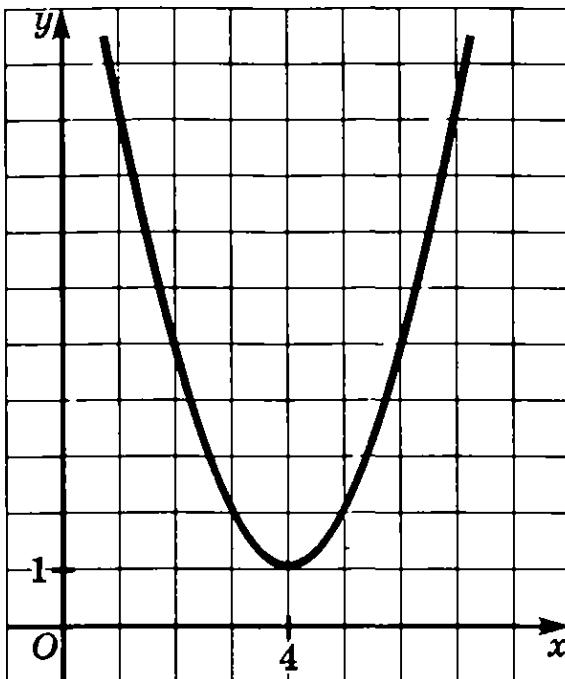


Рис. 70

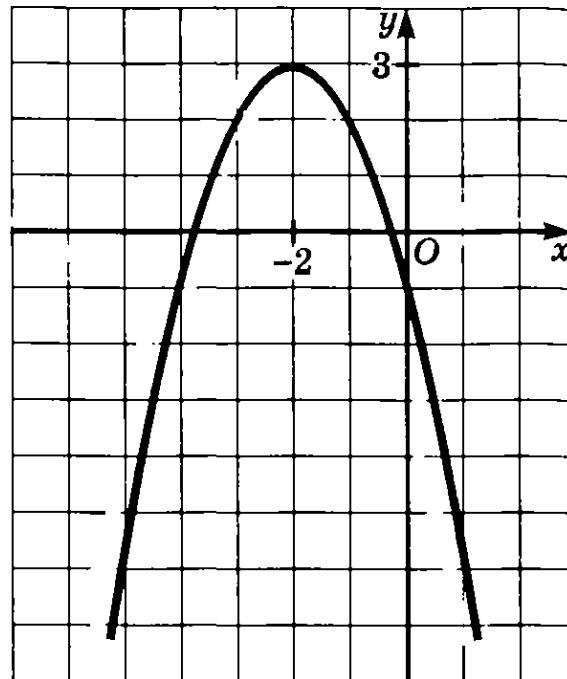


Рис. 71

27. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^2 - 2x + 3$  на отрезке  $[-2; -1]$ .
- 0;
  - 1;
  - 6;
  - 11.
28. Найдите наибольшее значение функции  $y = -x^2 - 4x + 5$  на отрезке  $[-1; 0]$ .
- 5;
  - 9;
  - 8;
  - 2.
29. Найдите наименьшее значение функции  $y = 2x^2 - 4x + 1$  на отрезке  $[-1; 2]$ .
- 1;
  - 1;
  - 7;
  - 0.
30. Найдите наибольшее значение функции  $y = -3x^2 + 12x - 8$  на отрезке  $[0; 4]$ .
- 1;
  - 2;
  - 4;
  - 8.
31. Найдите наименьшее значение функции  $y = 2x^2 + 3x - 2$ .
- 0,75;
  - 0,875;
  - 3,125;
  - 0.
32. Найдите наибольшее значение функции  $y = -5x^2 + 6x - 1$ .
- 6,4;
  - 1,7;
  - 0,6;
  - 0,8.
33. Укажите промежуток возрастания функции  $y = x^2 - 3x + 4$ .
- $[0; +\infty)$ ;
  - $[1,5; +\infty)$ ;
  - $[-1,5; +\infty)$ ;
  - $[3; +\infty)$ .
34. Укажите промежуток убывания функции  $y = 2x^2 + 9x - 5$ .
- $(-\infty; 0]$ ;
  - $(-\infty; -4,5]$ ;
  - $(-\infty; -2,25]$ ;
  - $(-\infty; 2,25]$ .
35. Укажите промежуток возрастания функции  $y = -x^2 + 6x + 7$ .
- $(-\infty; 3]$ ;
  - $[3; +\infty)$ ;
  - $(-\infty; -3]$ ;
  - $[-3; +\infty)$ .

36. Укажите промежуток убывания функции  $y = -3x^2 - 6x - 4$ .  
 1)  $(-\infty; -1]$ ;      2)  $[-1; +\infty)$ ;      3)  $[1; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; 1]$ .
37. Укажите, какому промежутку принадлежат нули функции  $y = 3x^2 - 10x + 3$ .  
 1)  $\left(0; \frac{1}{2}\right)$ ;      2)  $\left(\frac{1}{2}; \frac{8}{3}\right)$ ;      3)  $\left(\frac{8}{3}; \frac{10}{3}\right)$ ;      4)  $\left[\frac{1}{3}; \frac{10}{3}\right]$ .
38. Укажите, какому промежутку принадлежат нули функции  $y = -4x^2 + 13x + 12$ .  
 1)  $(-\infty; -\frac{1}{2})$ ;      2)  $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{4}\right)$ ;      3)  $\left(\frac{13}{4}; +\infty\right)$ ;      4)  $\left[-\frac{7}{8}; \frac{17}{4}\right]$ .
39. При каких значениях  $x$  функция  $y = x^2 - 7x - 8$  принимает неотрицательные значения?  
 1)  $[8; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; -1] \cup [8; +\infty)$ ;  
 2)  $[-1; 8]$ ;      4)  $(-\infty; -1) \cup (8; +\infty)$ .
40. При каких значениях  $x$  функция  $y = -x^2 + 8x + 20$  принимает неположительные значения?  
 1)  $(-\infty; -2] \cup [10; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; -2]$ ;  
 2)  $[-2; 10]$ ;      4)  $(-\infty; -10] \cup [2; +\infty)$ .
41. При каких значениях  $x$  функция  $y = x^2 + 8x + 16$  принимает положительные значения?  
 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; -4] \cup (-4; +\infty)$ ;  
 2) таких значений  $x$  нет;      4)  $[0; +\infty)$ .
42. При каких значениях  $x$  функция  $y = x^2 - 18x + 81$  принимает неположительные значения?  
 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;      3) 9;  
 2) таких значений  $x$  нет;      4)  $(-\infty; 9) \cup (9; +\infty)$ .
43. При каких значениях  $x$  функция  $y = x^2 + 3x + 10$  принимает неотрицательные значения?  
 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;      3)  $[-5; -2]$ ;  
 2) таких значений  $x$  нет;      4)  $(-\infty; -5] \cup [-2; +\infty)$ .
44. При каких значениях  $x$  функция  $y = -x^2 + 6x - 16$  принимает положительные значения?  
 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;      3)  $(0,5; 5,5)$ ;  
 2) таких значений  $x$  нет;      4)  $(-\infty; 0,5) \cup (5,5; +\infty)$ .

45. На рисунке 72 изображен график квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Определите знаки коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

- 1)  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ ;      3)  $a > 0$ ,  $b < 0$ ,  $c > 0$ ;  
 2)  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c < 0$ ;      4)  $a > 0$ ,  $b < 0$ ,  $c < 0$ .

46. На рисунке 73 изображен график квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Определите знаки коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

- 1)  $a < 0$ ,  $b > 0$ ,  $c < 0$ ;      3)  $a < 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ ;  
 2)  $a < 0$ ,  $b < 0$ ,  $c < 0$ ;      4)  $a < 0$ ,  $b < 0$ ,  $c > 0$ .

47. На рисунке 74 изображен график квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Определите знаки коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$ .

- 1)  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ ;      3)  $a > 0$ ,  $b < 0$ ,  $c > 0$ ;  
 2)  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $c < 0$ ;      4)  $a > 0$ ,  $b < 0$ ,  $c < 0$ .

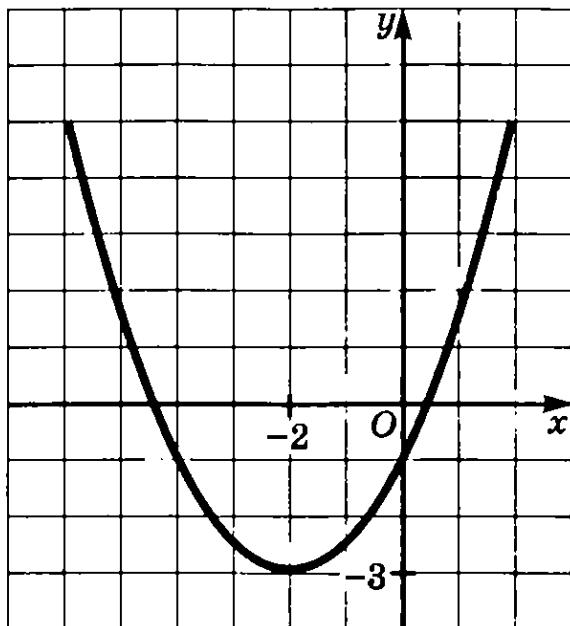


Рис. 72

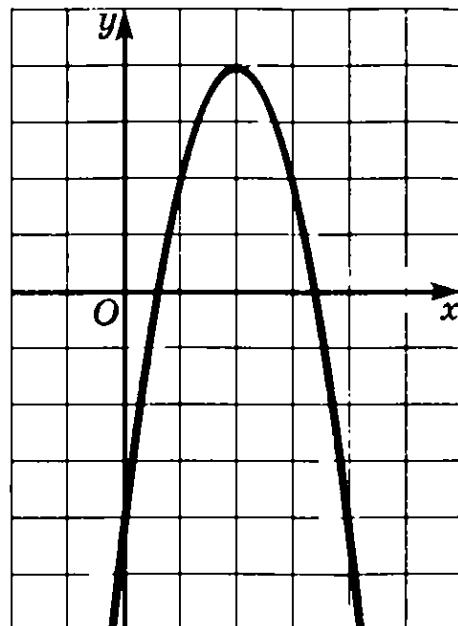


Рис. 73

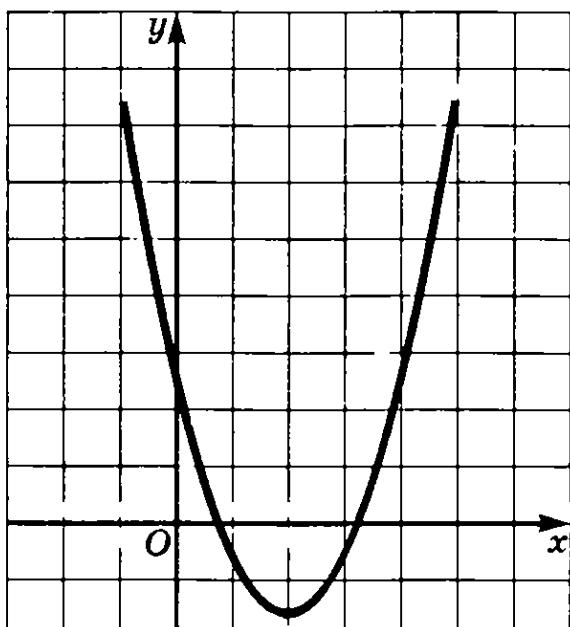


Рис. 74

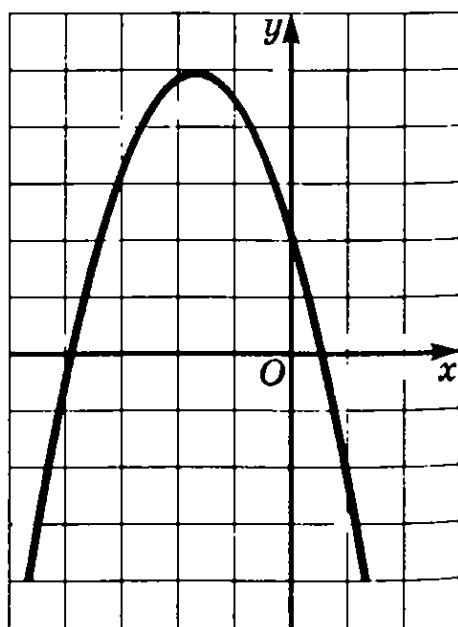


Рис. 75

48. На рисунке 75 изображен график квадратичной функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Определите знаки коэффициентов  $a$ ,  $b$  и  $c$ .
- 1)  $a < 0$ ,  $b > 0$ ,  $c < 0$ ;
  - 3)  $a < 0$ ,  $b > 0$ ,  $c > 0$ ;
  - 2)  $a < 0$ ,  $b < 0$ ,  $c < 0$ ;
  - 4)  $a < 0$ ,  $b < 0$ ,  $c > 0$ .
49. Укажите функцию, графиком которой является гипербола.
- 1)  $y = \frac{3}{x}$ ;
  - 2)  $y = \frac{x}{3}$ ;
  - 3)  $y = \frac{x^2}{3}$ ;
  - 4)  $y = x^3$ .
50. Укажите уравнение, графиком которого является гипербола.
- 1)  $x^2 + 2y = 1$ ;
  - 3)  $xy + 2 = 0$ ;
  - 2)  $3x + y = -2$ ;
  - 4)  $x^2 + y^2 = 1$ .
51. Укажите функцию, графиком которой не является гипербола.
- 1)  $y = \frac{4}{x-1}$ ;
  - 2)  $y = \frac{4}{x} - 1$ ;
  - 3)  $y = x^{-1}$ ;
  - 4)  $y = \frac{x-1}{4}$ .
52. Функция задана формулой  $y = \frac{k}{x}$ . Определите значение коэффициента  $k$ , если известно, что график функции проходит через точку  $(-0,3; -2,1)$ .
- 1) 6,3;
  - 2) 7;
  - 3) 0,63;
  - 4)  $\frac{1}{7}$ .
53. Функция задана формулой  $y = \frac{k}{x+4}$ . Определите значение коэффициента  $k$ , если известно, что график функции проходит через точку  $(-8; 2,4)$ .
- 1) -9,6;
  - 2) -0,6;
  - 3) 28,8;
  - 4) -15,2.
54. Функция задана формулой  $y = \frac{k}{x} - 27$ . Определите значение коэффициента  $k$ , если известно, что график функции проходит через точку  $(6; -87)$ .
- 1) -19;
  - 2) -10;
  - 3) -684;
  - 4) -360.
55. Функция задана формулой  $y = \frac{k}{x-6} + 24$ . Определите значение коэффициента  $k$ , если известно, что график функции проходит через точку  $(-9; -6)$ .
- 1) 450;
  - 2) 2;
  - 3) -450;
  - 4) 6.
56. Определите точки, принадлежащие графику функции  $y = -\frac{150}{x}$ , если  $A\left(\frac{5}{7}; -175\right)$ ,  $B(-15\sqrt{2}; 5\sqrt{2})$ ,  $C(10\sqrt{5}; 3\sqrt{5})$ ,  $D\left(-1\frac{7}{8}; 80\right)$ .
- 1)  $A, B$ ;
  - 2)  $A, C$ ;
  - 3)  $B, D$ ;
  - 4)  $C, D$ .

57. Определите точки, принадлежащие графику функции  $y = \frac{324}{x - 30}$ , если  $A(-6; -9)$ ,  $B(6; 13,5)$ ,  $C(18; -27)$ ,  $D(29,5; -648)$ .
- 1)  $A, B, C$ ;
  - 2)  $A, C, D$ ;
  - 3)  $B, C, D$ ;
  - 4)  $A, B, D$ .
58. Определите точку, которая не принадлежит графику функции  $y = -\frac{192}{x} + 54$ .
- 1)  $A(6; 22)$ ;
  - 2)  $C(-12; 70)$ ;
  - 3)  $D(48; 58)$ ;
  - 4)  $B(4,8; 14)$ .
59. Определите точки, принадлежащие графику функции  $y = \frac{144}{x + 5} - 84$ , если  $A(-11; 60)$ ,  $B(13; -76)$ ,  $C(-3; 12)$ ,  $D(-6,5; -180)$ .
- 1)  $A, B$ ;
  - 2)  $B, C$ ;
  - 3)  $C, D$ ;
  - 4)  $B, D$ .
60. Найдите область определения функции  $y = \frac{5}{x - 4}$ .
- 1)  $(-\infty; 4)$ ;
  - 2)  $(-\infty; 4) \cup (4; +\infty)$ ;
  - 3)  $(-\infty; +\infty)$ ;
  - 4)  $(4; +\infty)$ .
61. Найдите область определения функции  $y = \frac{2}{x + 3} + 1$ .
- 1)  $(-\infty; -3) \cup (-3; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-3; +\infty)$ ;
  - 3)  $(-\infty; +\infty)$ ;
  - 4)  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ .
62. Найдите область определения функции  $y = 2(x + 9)^{-1}$ .
- 1)  $(-9; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; -9) \cup (-9; +\infty)$ ;
  - 3)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;
  - 4)  $(-\infty; +\infty)$ .
63. Найдите область определения функции  $y = -3(x - 5)^{-1} - 7$ .
- 1)  $(-\infty; 7) \cup (7; +\infty)$ ;
  - 2)  $(5; +\infty)$ ;
  - 3)  $(-\infty; +\infty)$ ;
  - 4)  $(-\infty; 5) \cup (5; +\infty)$ .
64. Укажите множество значений функции  $y = \frac{1}{x} + 2$ .
- 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ ;
  - 3)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;
  - 4)  $(2; +\infty)$ .
65. Укажите множество значений функции  $y = 2x^{-1}$ .
- 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;
  - 3)  $(0; +\infty)$ ;
  - 4)  $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$ .
66. Укажите множество значений функции  $y = \frac{3}{x + 2}$ .
- 1)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; +\infty)$ ;
  - 3)  $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$ ;
  - 4)  $(1,5; +\infty)$ .

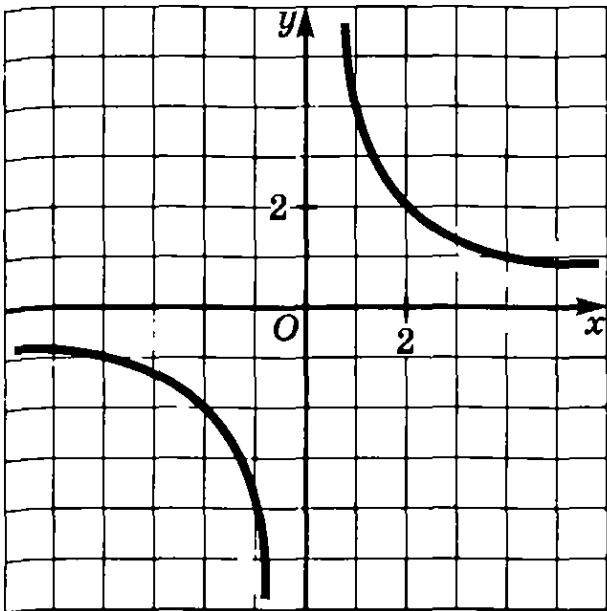


Рис. 76

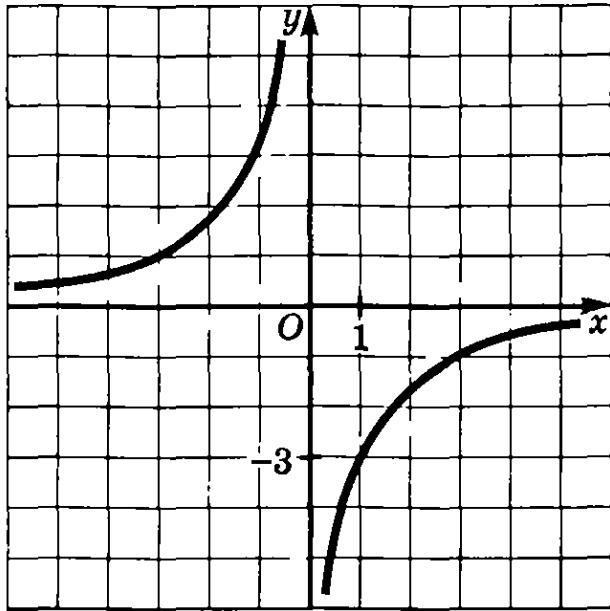


Рис. 77

67. Укажите множество значений функции  $y = \frac{4}{x-8} - 6$ .
- 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; 8) \cup (8; +\infty)$ ;
  - 3)  $(-\infty; 6) \cup (6; +\infty)$ ;
  - 4)  $(-\infty; -6) \cup (-6; +\infty)$ .
68. Укажите множество значений функции  $y = (x-2)^{-1} + 8$ .
- 1)  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; 8) \cup (8; +\infty)$ ;
  - 3)  $(8; +\infty)$ ;
  - 4)  $(-\infty; +\infty)$ .
69. Укажите уравнение гиперболы, изображенной на рисунке 76.
- 1)  $xy = 1$ ;
  - 2)  $y = (x-2)^{-1}$ ;
  - 3)  $xy = 2$ ;
  - 4)  $xy = 4$ .
70. Укажите уравнение гиперболы, изображенной на рисунке 77.
- 1)  $xy + 3 = 0$ ;
  - 2)  $xy - 1 = 0$ ;
  - 3)  $xy - 3 = 0$ ;
  - 4)  $y = x^{-1} + 3$ .
71. Укажите уравнение гиперболы, изображенной на рисунке 78.
- 1)  $y = \frac{x+1}{2}$ ;
  - 2)  $y = \frac{2}{x+1}$ ;
  - 3)  $y = \frac{2}{x} + 1$ ;
  - 4)  $y = \frac{2}{x-1}$ .
72. Укажите уравнение гиперболы, изображенной на рисунке 79.
- 1)  $y = \frac{4}{x+2}$ ;
  - 2)  $y = -\frac{4}{x+2}$ ;
  - 3)  $y = -\frac{4}{x} - 2$ ;
  - 4)  $y = -\frac{4}{x-2}$ .
73. Укажите уравнение гиперболы, изображенной на рисунке 80.
- 1)  $y = \frac{6}{x} - 2$ ;
  - 2)  $y = -\frac{6}{x-2}$ ;
  - 3)  $y = -\frac{6}{x} - 2$ ;
  - 4)  $y = -\frac{6}{x} + 2$ .

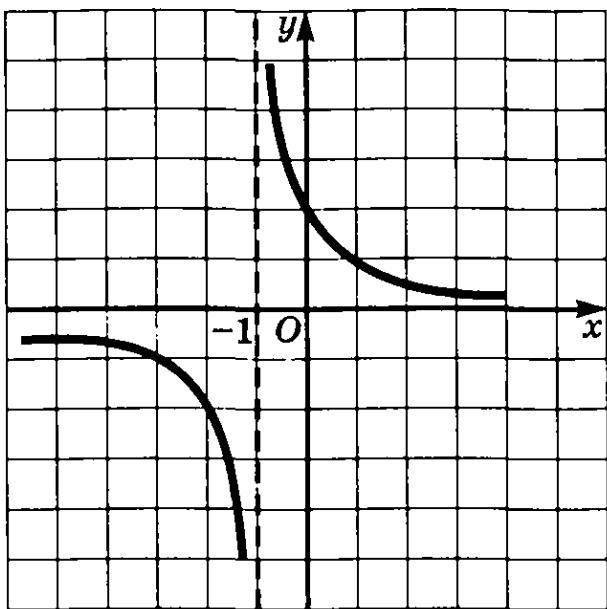


Рис. 78

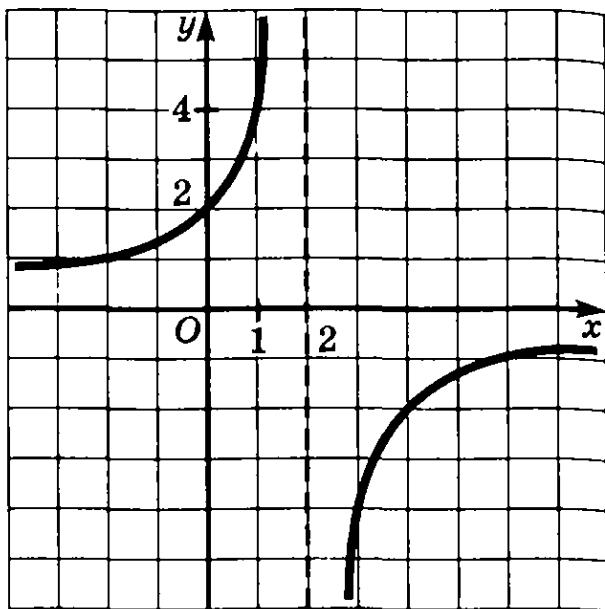


Рис. 79

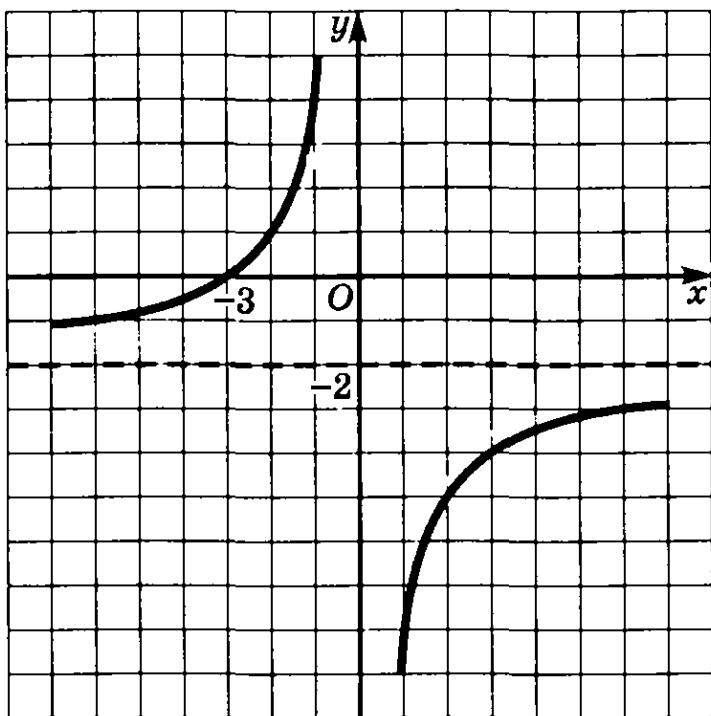


Рис. 80

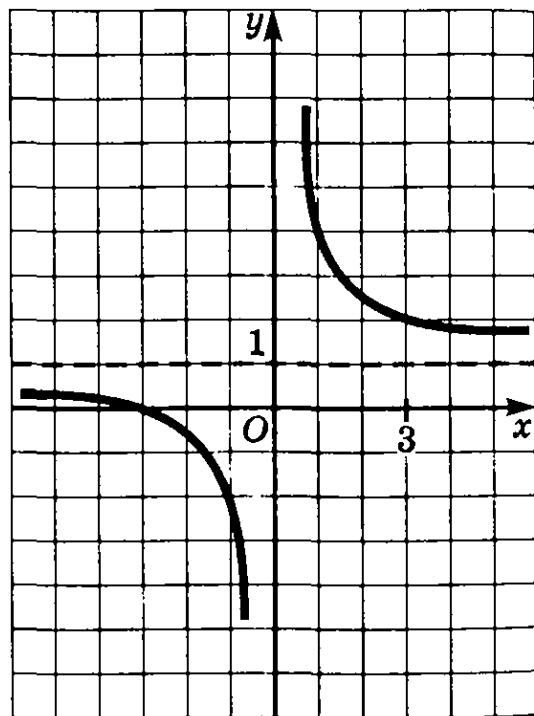


Рис. 81

74. Укажите уравнение гиперболы, изображенной на рисунке 81.

$$1) y = \frac{3}{x} + 1; \quad 3) y = -\frac{3}{x} + 1;$$

$$2) y = \frac{3}{x+1}; \quad 4) y = \frac{x}{3} + 1.$$

75. Укажите уравнение гиперболы, изображенной на рисунке 82.

$$1) y = \frac{2}{x-1} - 3; \quad 3) y = \frac{2}{x+3} - 1;$$

$$2) y = \frac{2}{x-3} - 1; \quad 4) y = \frac{2}{x+1} + 3.$$

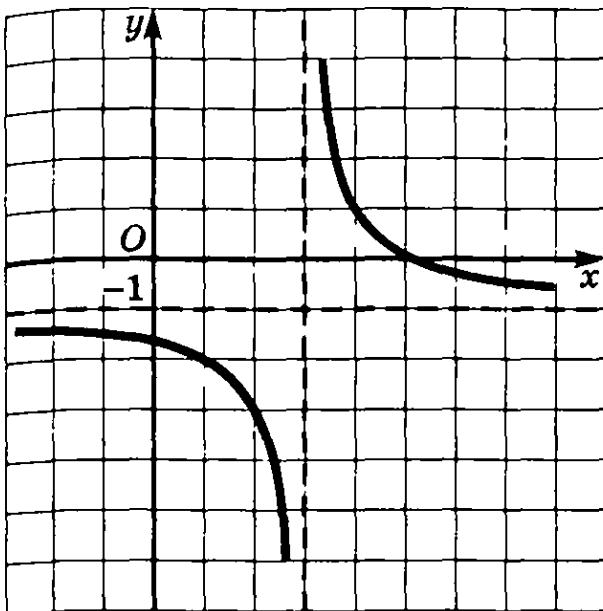


Рис. 82

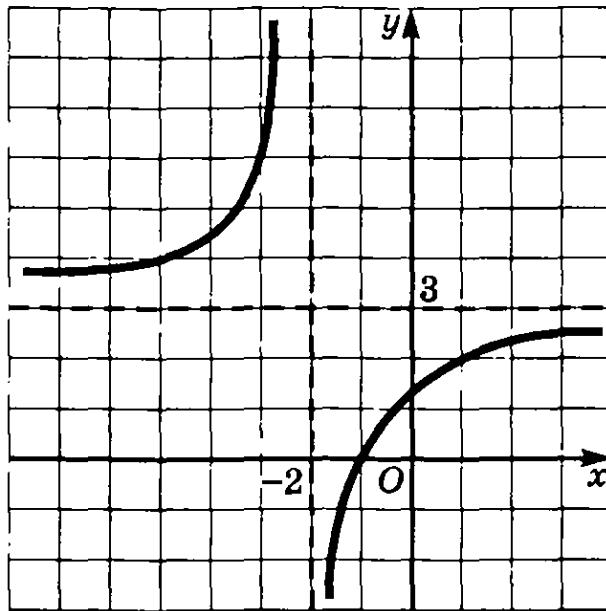


Рис. 83

76. Укажите уравнение гиперболы, изображенной на рисунке 83.

- 1)  $y = -\frac{3}{x+3} - 2$ ;      3)  $y = -\frac{3}{x+2} - 3$ ;  
 2)  $y = -\frac{3}{x-2} + 3$ ;      4)  $y = -\frac{3}{x+2} + 3$ .

77. Укажите промежутки убывания функции  $y = \frac{5}{x+4}$ .

- 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;      3)  $(-4; +\infty)$ ;  
 2)  $(-\infty; -4)$ ;      4)  $(-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$ .

78. Укажите промежутки возрастания функции  $y = -\frac{7}{x-1}$ .

- 1)  $(-\infty; 1)$ ;      3)  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ ;  
 2)  $(1; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; +\infty)$ .

79. Укажите промежутки убывания функции  $y = 3(x-2)^{-1}$ .

- 1)  $(-\infty; 2)$ ;      3)  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ ;  
 2)  $(-\infty; +\infty)$ ;      4)  $(2; +\infty)$ .

80. Укажите промежутки возрастания функции  $y = -(x+5)^{-1}$ .

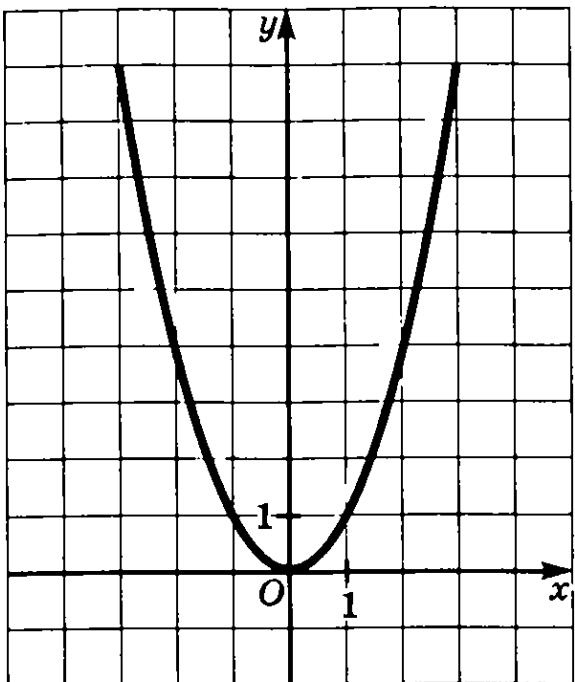
- 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; -5)$ ;  
 2)  $(-5; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; -5) \cup (-5; +\infty)$ .

81. Найдите наименьшее значение функции  $y = \frac{6}{x-2}$  на отрезке  $[-8; -3]$ .

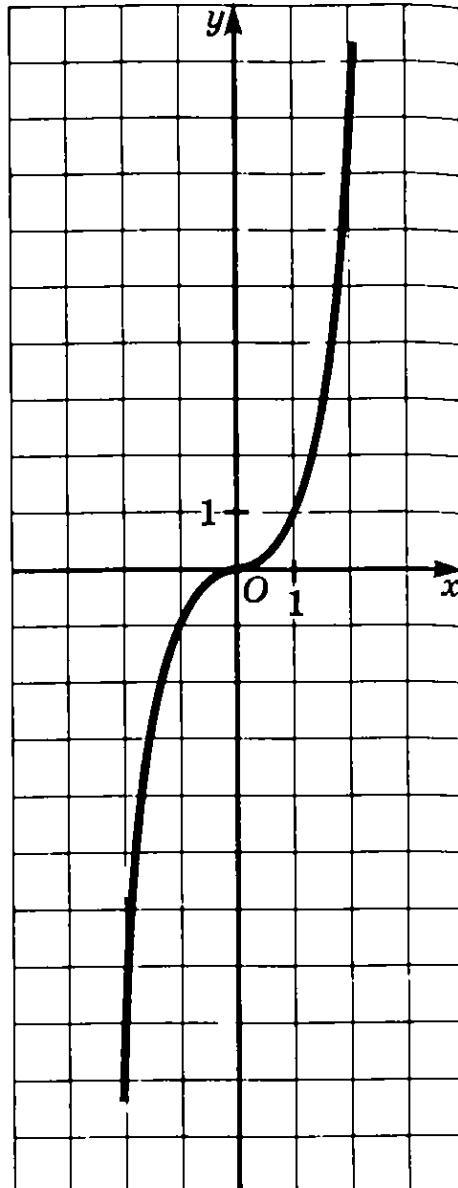
- 1) -6;      2) -0,6;      3) -1,2;      4) -1.

82. Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{10}{x+5}$  на отрезке  $[-4,5; -2,5]$ .

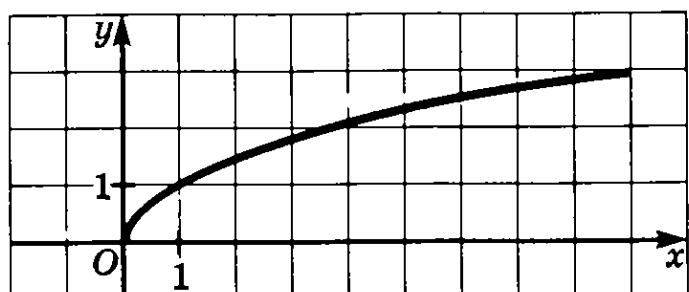
- 1) 5;      2) 20;      3) 4;      4) 25.



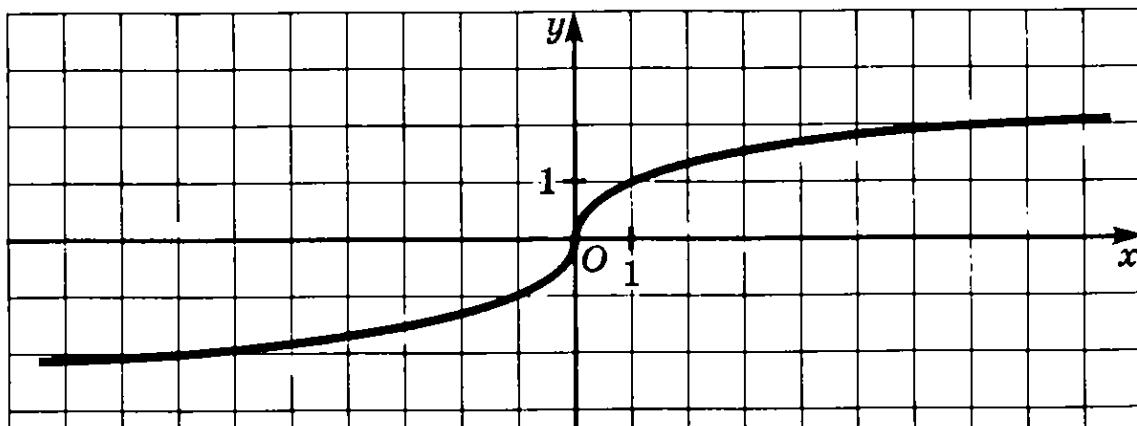
**a**



**г**

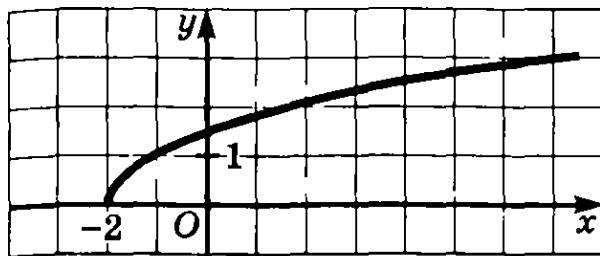


**б**

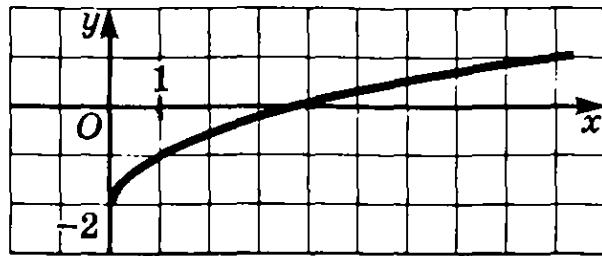


**в**

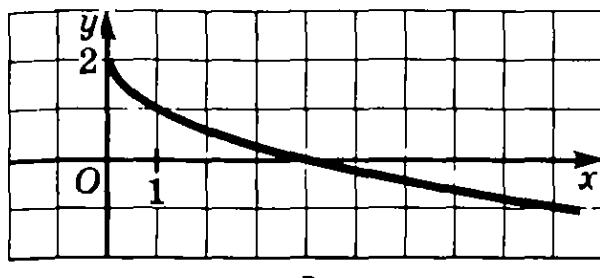
Рис. 84



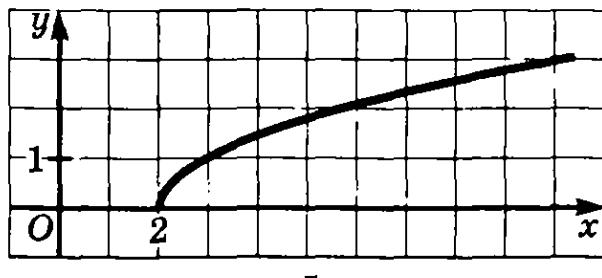
**a**



**b**



**c**



**d**

**Рис. 85**

83. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^{-1} - 3$  на отрезке  $[2; 4]$ .
- 3;
  - 1;
  - 1;
  - 2,75.
84. Найдите наибольшее значение функции  $y = (x + 4)^{-1}$  на отрезке  $[8; 10]$ .
- 0,25;
  - $\frac{1}{12}$ ;
  - $\frac{1}{14}$ ;
  - 14.
85. Найдите наибольшее значение функции  $y = 6x^{-1} - 0,5$  на отрезке  $[-4; -0,25]$ .
- 24,5;
  - 23,5;
  - 0,5;
  - 2.
86. Соотнесите аналитическое и графическое задания функций (рис. 84, *a* — *г*).
- $y = x^3$ ;
  - $y = x^2$ ;
  - $y = \sqrt{x}$ ;
  - $y = \sqrt[3]{x}$ .
87. Соотнесите аналитическое и графическое задания функций (рис. 85, *a* — *г*).
- $y = \sqrt{x - 2}$ ;
  - $y = \sqrt{x} - 2$ ;
  - $y = 2 - \sqrt{x}$ ;
  - $y = \sqrt{x + 2}$ .
88. Задайте аналитически функцию, график которой изображен на рисунке 86.
- $y = \sqrt{x - 1} + 2$ ;
  - $y = \sqrt{x + 1} + 2$ ;
  - $y = 2 - \sqrt{x + 1}$ ;
  - $y = \sqrt{x + 2} - 1$ .
89. Задайте аналитически функцию, график которой изображен на рисунке 87.
- $y = \sqrt{x - 2} + 3$ ;
  - $y = \sqrt{x + 2} + 3$ ;
  - $y = 3 - \sqrt{x - 2}$ ;
  - $y = -\sqrt{x + 3} + 2$ .

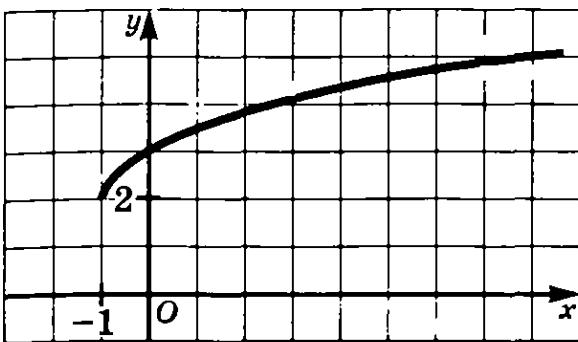


Рис. 86

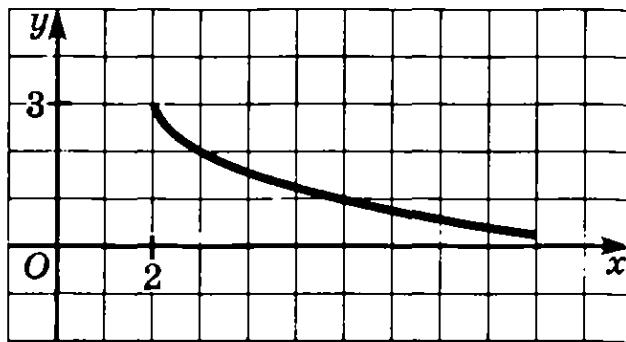


Рис. 87

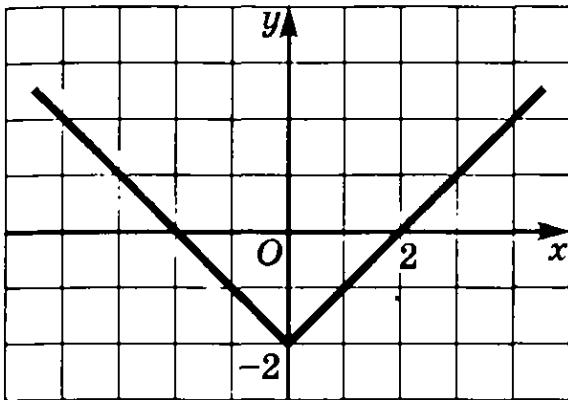


Рис. 88

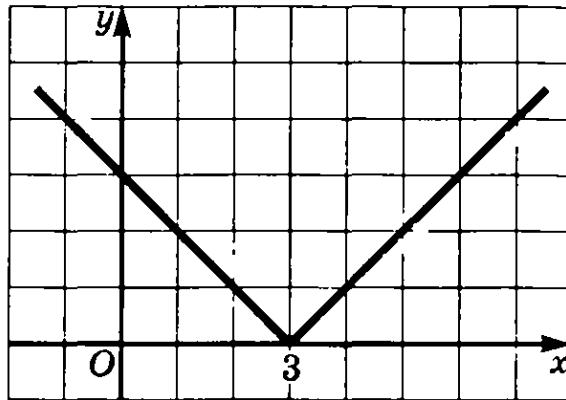


Рис. 89

90. Задайте аналитически функцию, график которой изображен на рисунке 88.
- 1)  $y = |x| - 2$ ;      3)  $y = |x + 2|$ ;
  - 2)  $y = |x - 2|$ ;      4)  $y = 2 - |x|$ .
91. Задайте аналитически функцию, график которой изображен на рисунке 89.
- 1)  $y = |x + 3|$ ;      3)  $y = |x| - 3$ ;
  - 2)  $y = |x| + 3$ ;      4)  $y = |x - 3|$ .
92. На рисунке 90 изображен график функции  $y = f(x)$ . При каких значениях  $x$  выполняется неравенство  $f(x) > 0$ ?
- 1)  $(-2; 2)$ ;      2)  $(6; 7]$ ;      3)  $(-2; 2) \cup (6; +\infty)$ ;      4)  $(6; +\infty)$ .
93. На рисунке 91 изображен график функции  $y = f(x)$ . При каких значениях  $x$  выполняется неравенство  $f(x) \leq 0$ ?
- 1)  $(-3; 1] \cup [5; 7)$ ;      3)  $(-3; 0]$ ;
  - 2)  $(-3; -1] \cup [3; 6]$ ;      4)  $[-3; 1] \cup [5; 7]$ .
94. На рисунке 91 изображен график функции  $y = f(x)$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция возрастает.
- 1)  $[-1; 1] \text{ и } [6; 7)$ ;      3)  $[1; 5]$ ;
  - 2)  $[-1; 3]$ ;      4)  $[-1; 3] \text{ и } [6; 7]$ .

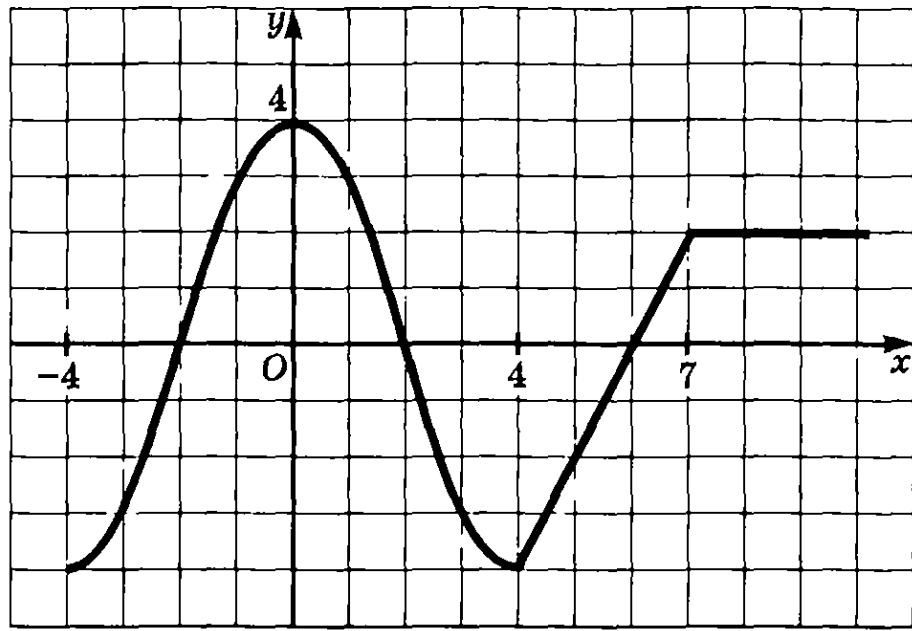


Рис. 90

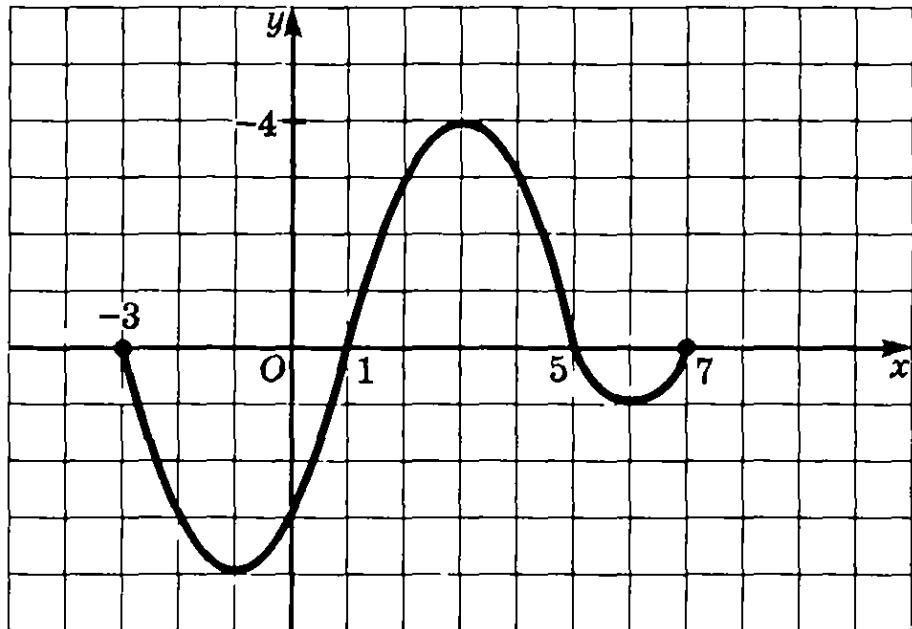


Рис. 91

95. На рисунке 91 изображен график функции  $y = f(x)$ . Укажите, при каких значениях  $x$  функция убывает.
- 1)  $[-3; -1]$  и  $[3; 6]$ ;      3)  $(-3; 1]$  и  $[5; 7)$ ;
  - 2)  $(-3; -1]$  и  $[5; 7]$ ;      4)  $(-3; -1]$  и  $[5; 6]$ .
96. На рисунке 91 изображен график функции  $y = f(x)$ . Укажите нули функции.
- 1)  $-3; 1; 5; 7$ ;      2)  $1; 5$ ;      3)  $-3; 7$ ;      4)  $-2; 1; 5$ .
97. На рисунке 91 изображен график функции  $y = f(x)$ . Определите, при каких значениях  $p$  уравнение  $f(x) = p$  имеет один корень.
- 1)  $p = 4$ ;      2)  $p = \pm 4$ ;      3)  $p = -1$ ;      4)  $p = -1, p = \pm 4$ .

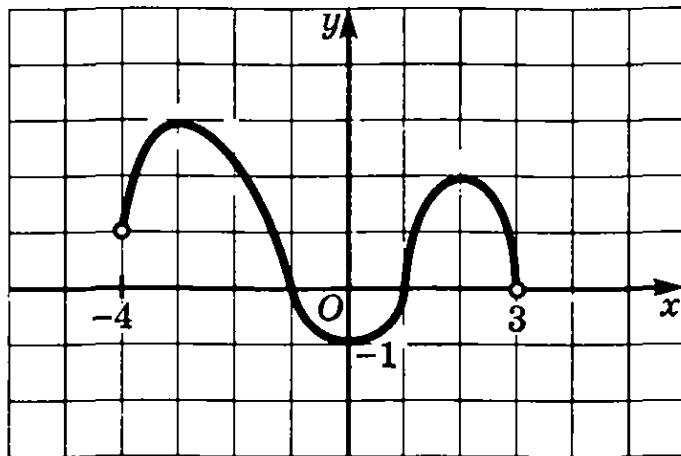
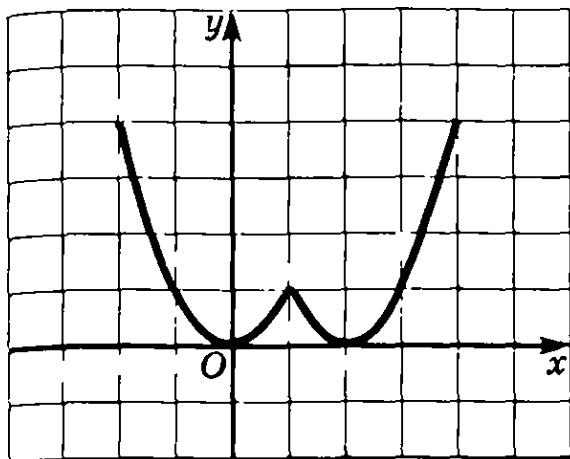
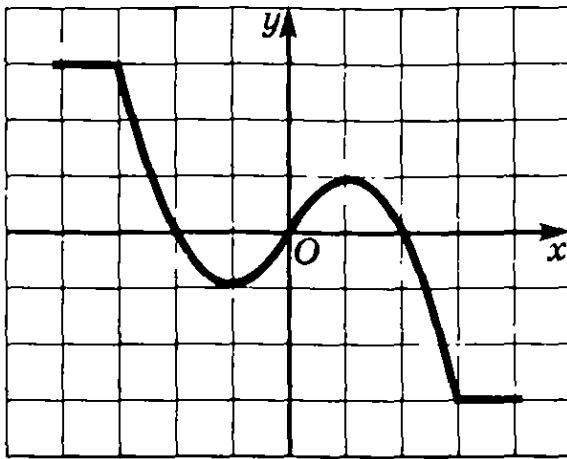


Рис. 92

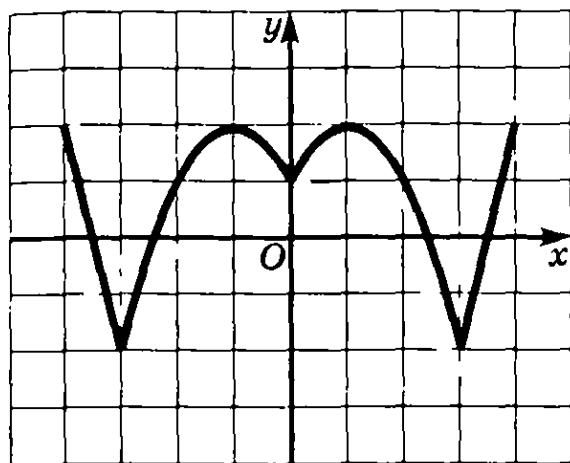
98. На рисунке 92 изображен график функции  $y = f(x)$ . Сколько нулей имеет данная функция?
- 1;
  - 2;
  - 3;
  - 4).
99. На рисунке 92 изображен график функции  $y = f(x)$ . При каких значениях  $p$  уравнение  $f(x) = p$  имеет один корень?
- $p = 3$ ;
  - $p = -2$ ;
  - $p = -2, p = 1$ ;
  - $p = -1, p = 3$ .
100. На рисунке 92 изображен график функции  $y = f(x)$ . Определите, сколько решений имеет уравнение  $f(x) = 1$ .
- 1;
  - 2;
  - 3;
  - 4).
101. На рисунке 92 изображен график функции  $y = f(x)$ . Определите, сколько решений имеет уравнение  $f(x) = 0,3$ .
- 1;
  - 2;
  - 3;
  - 4).
102. Используя рисунок 93 ( $a$  —  $z$ ), укажите график четной функции.
- $a$ ;
  - $b$ ;
  - $c$ ;
  - $z$ .
103. Используя рисунок 94 ( $a$  —  $z$ ), укажите график нечетной функции.
- $a$ ;
  - $b$ ;
  - $c$ ;
  - $z$ .
104. Укажите функцию, которая является четной.
- $y = x^3 + \frac{2}{x^2}$ ;
  - $y = -x^3 + \frac{1}{x}$ ;
  - $y = x^2 - 2x + 5$ ;
  - $y = x^4 - 22$ .
105. Укажите функцию, которая является нечетной.
- $y = x^3 + 3x + 1$ ;
  - $y = x^4 - \frac{1}{x^2}$ ;
  - $y = x^3 + \frac{2}{x}$ ;
  - $y = x^4 + x$ .



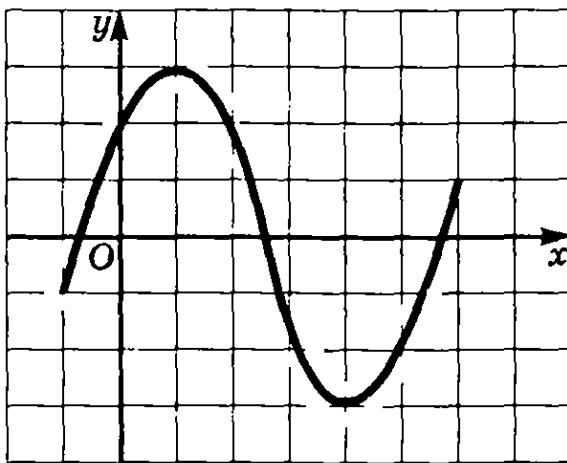
**a**



**б**

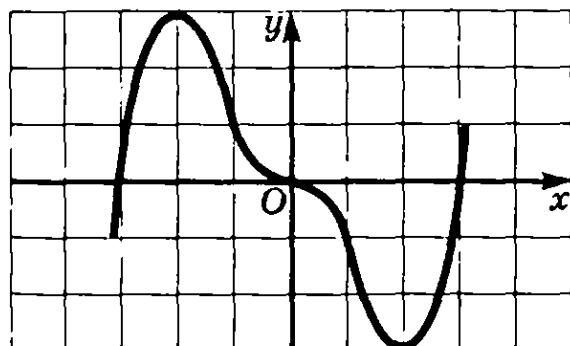


**в**

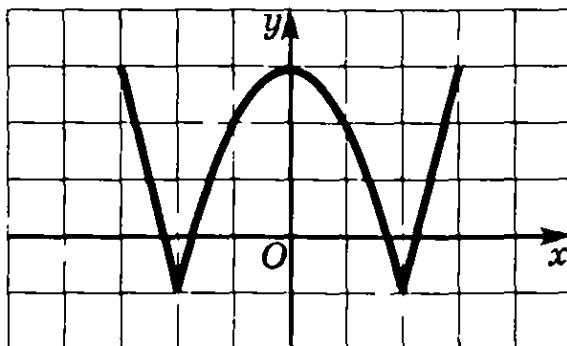


**г**

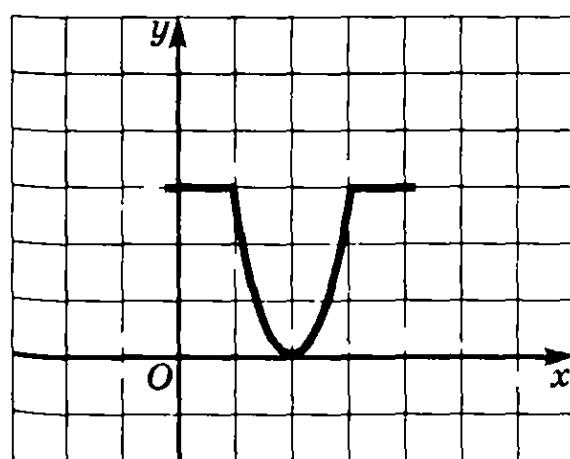
Рис. 93



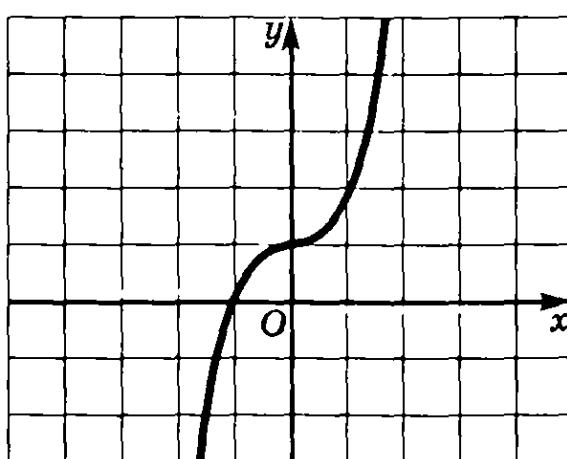
**а**



**б**



**в**



**г**

Рис. 94

**106.** Укажите функцию, график которой симметричен относительно начала координат.

- 1)  $y = x^3 + 3x$ ;      3)  $y = x^3 + 5$ ;  
2)  $y = x^4 - \frac{1}{x^2}$ ;      4)  $y = 3x^2 + 2$ .

**107.** Укажите функцию, график которой симметричен относительно оси  $Oy$ .

- 1)  $y = \sqrt{x^2 - 4}$ ;      3)  $y = \frac{1}{x^3 + x}$ ;  
2)  $y = \sqrt{x}$ ;      4)  $y = \frac{5}{x^4 - 5x}$ .

**108.** Укажите функцию, графиком которой является кубическая парабола.

- 1)  $y = \sqrt[3]{x}$ ;      2)  $y = x^2 - 3$ ;      3)  $y = x^3$ ;      4)  $y = \frac{1}{x^3}$ .

**109.** Задайте аналитически кубическую параболу, график которой изображен на рисунке 95.

- 1)  $y = x^3$ ;      3)  $y = (x - 2)^3$ ;  
2)  $y = x^3 + 2$ ;      4)  $y = (x + 1)^3 - 2$ .

**110.** Задайте аналитически функцию, график которой изображен на рисунке 96.

- 1)  $y = (x - 1)^3 - 2$ ;      3)  $y = -(x + 1)^3 - 2$ ;  
2)  $y = (x + 1)^2 - 2$ ;      4)  $y = -(x - 2)^3 - 1$ .

**111.** Найдите область определения функции  $y = x^{-2}$ .

- 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;  
2)  $(0; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; 0)$ .

**112.** Найдите область определения функции  $y = (x - 1)^{-2}$ .

- 1)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ ;      3)  $(1; +\infty)$ ;  
2)  $(-\infty; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ .

**113.** Найдите область определения функции  $y = (x + 1)^{-2} - 2$ .

- 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;      3)  $(-1; +\infty)$ ;  
2)  $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ ;      4)  $(-2; +\infty)$ .

**114.** Найдите область определения функции  $y = -x^{-2} + 4$ .

- 1)  $(0; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; +\infty)$ ;  
2)  $(-\infty; 4)$ ;      4)  $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ .

**115.** Найдите множество значений функции  $y = x^4 - 5$ .

- 1)  $[-5; +\infty)$ ;      2)  $(0; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; +\infty)$ ;      4)  $(-5; +\infty)$ .

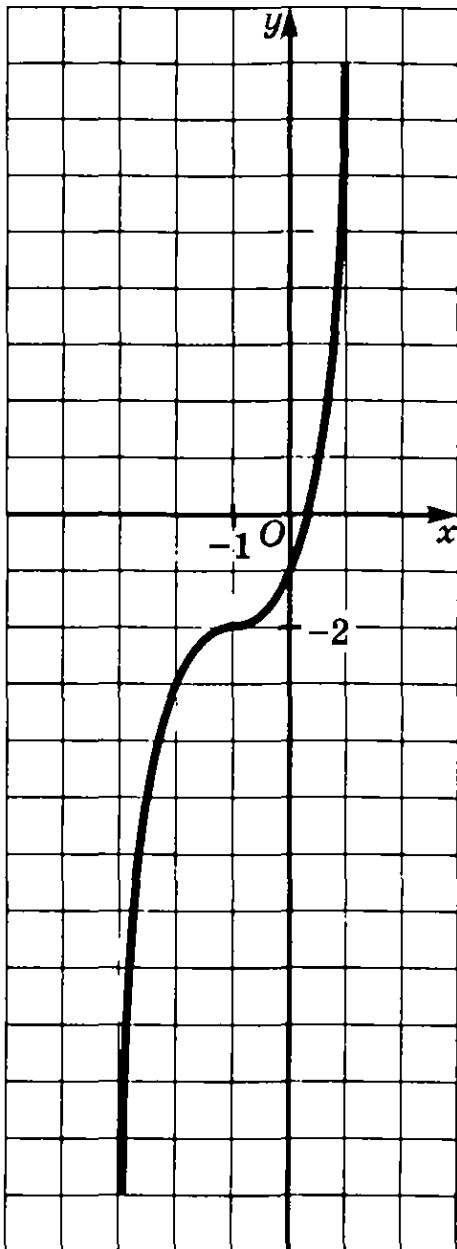


Рис. 95

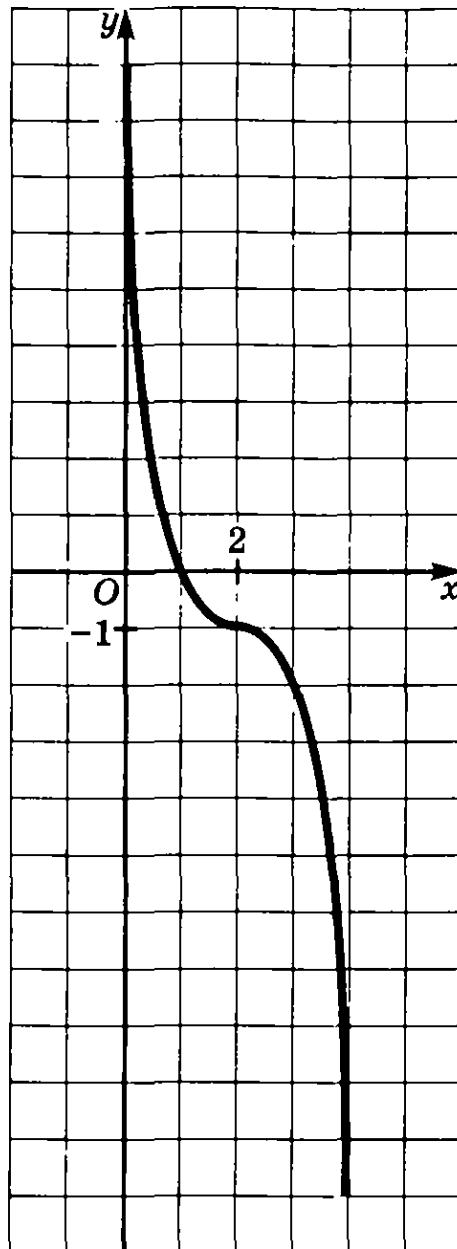


Рис. 96

116. Найдите множество значений функции  $y = (x - 1)^4 + 3$ .
- 1)  $[1; +\infty)$ ;    2)  $(3; +\infty)$ ;    3)  $[3; +\infty)$ ;    4)  $(-\infty; +\infty)$ .
117. Найдите множество значений функции  $y = -(x + 1)^4$ .
- 1)  $(-\infty; -1]$ ;    2)  $(-\infty; +\infty)$ ;    3)  $(-\infty; 0]$ ;    4)  $(-\infty; 0)$ .
118. Найдите множество значений функции  $y = -(x - 1)^4 + 8$ .
- 1)  $(\infty; 1]$ ;    2)  $(-\infty; 8]$ ;    3)  $[8; +\infty)$ ;    4)  $(-\infty; +\infty)$ .
119. Укажите промежутки возрастания функции  $y = \frac{6}{(x - 1)^2}$ .
- 1)  $(1; +\infty)$ ;    3)  $(-\infty; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ ;    4)  $(-\infty; 1)$ .
120. Укажите промежутки возрастания функции  $y = -4(x - 3)^{-2}$ .
- 1)  $(3; +\infty)$ ;    3)  $(-\infty; 3)$ ;
  - 2)  $(-\infty; +\infty)$ ;    4)  $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$ .

121. Укажите промежутки возрастания функции  $y = (x + 1)^4$ .  
1)  $(-\infty; +\infty)$ ; 2)  $(-1; +\infty)$ ; 3)  $(-\infty; 1]$ ; 4)  $[-1; +\infty)$ .
122. Укажите промежутки возрастания функции  $y = -(x - 2)^4$ .  
1)  $(-\infty; 2]$ ; 2)  $[2; +\infty)$ ; 3)  $(-\infty; +\infty)$ ; 4)  $(-\infty; 0]$ .
123. Укажите промежутки убывания функции  $y = -\frac{5}{(x + 4)^2}$ .  
1)  $(-\infty; -4)$ ; 2)  $(-4; +\infty)$ ; 3)  $(-\infty; 0)$ ; 4)  $(-\infty; +\infty)$ .
124. Укажите промежутки убывания функции  $y = 2(x + 2)^{-2}$ .  
1)  $(-\infty; -2)$ ; 3)  $(-\infty; +\infty)$ ;  
2)  $(-2; +\infty)$ ; 4)  $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$ .
125. Укажите промежутки убывания функции  $y = (x - 4)^4 + 1$ .  
1)  $(-\infty; +\infty)$ ; 2)  $[4; +\infty)$ ; 3)  $(-\infty; 4]$ ; 4)  $[1; +\infty)$ .
126. Укажите промежутки убывания функции  $y = -(x + 3)^4 - 2$ .  
1)  $(-\infty; 2]$ ; 2)  $(-\infty; +\infty)$ ; 3)  $(-\infty; -3]$ ; 4)  $[-3; +\infty)$ .
127. Укажите функцию, которая возрастает на всей числовой прямой  
1)  $y = x^2 + 3x$ ; 3)  $y = -x^{-1}$ ;  
2)  $y = (x - 3)^3$ ; 4)  $y = x^4 - 3$ .
128. Укажите функцию, которая убывает на всей числовой прямой  
1)  $y = -\sqrt[3]{x}$ ; 3)  $y = x^{-3}$ ;  
2)  $y = -\sqrt{x}$ ; 4)  $y = -x^4$ .
- 
129. Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций  $y = 7x$  и  $y = -5x + 21$ .
130. Найдите абсциссу точки пересечения графиков функций  $y = 9x - 4$  и  $y = 4x + 9$ .
131. Найдите ординату точки пересечения графиков функций  $y = -8x + 11$  и  $y = -2x - 7$ .
132. Найдите ординату точки пересечения графиков функций  $y = 21x$  и  $y = x - 6$ .
133. Найдите координаты точки пересечения графиков функций  $y = 15x + 4$  и  $y = 11x - 8$ . В ответе укажите сумму найденных координат.
134. Найдите координаты точки пересечения графиков функций  $y = 8x - 11$  и  $y = -6x + 7$ . В ответе укажите значение выражения  $\frac{x}{y}$ .

135. Найдите значение параметра  $a$ , если известно, что прямая  $ax + 6y = 4$  проходит через точку  $(2; 1)$ .
136. Найдите значение параметра  $b$ , если известно, что прямая  $-4x + by = -2$  проходит через точку  $(3; 8)$ .
137. Найдите значение параметра  $c$ , если известно, что прямая  $2x - 5y + c = 0$  проходит через точку  $(2; -1)$ .
138. Найдите значения параметров  $a$  и  $b$ , если известно, что прямая  $ax + by = 12$  проходит через точки  $(2; 4)$  и  $(-3; 0)$ . В ответе укажите значение выражения  $a + b$ .
139. Найдите значения параметров  $a$  и  $b$ , если известно, что прямая  $ax + by = -18$  проходит через точки  $(0; -6)$  и  $(-20; 4)$ . В ответе укажите значение выражения  $ab$ .
140. Найдите отношение  $\frac{a}{b}$ , если известно, что прямая  $ax + by + c = 0$  проходит через начало координат и точку  $(2; -6)$ .
141. Найдите отношение  $\frac{c}{b}$ , если известно, что прямая  $ax + by + c = 0$  параллельна оси абсцисс и проходит через точку  $(3; 4)$ .
142. Найдите отношение  $\frac{a}{c}$ , если известно, что прямая  $ax + by + c = 0$  параллельна оси ординат и проходит через точку  $(-5; 1)$ .
143. Найдите сумму целых взаимно простых параметров  $a$ ,  $b$  и  $c$ , если известно, что прямая  $ax + by + c = 0$  проходит через точки  $(-4; 1)$  и  $(3; 2)$ .
144. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^2 - 6x + 5$ .
145. Найдите наименьшее значение функции  $y = 8x^2 - 24x + 19$ .
146. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^2 + 4x - 1$ .
147. Найдите наименьшее значение функции  $y = 6x^2 + 30x + 25$ .
148. Найдите наибольшее значение функции  $y = -10x^2 + 30x - 23$ .
149. Найдите наибольшее значение функции  $y = -5x^2 - 16x + 11$ .
150. Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{16 - x^2}$ .
151. Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{0,25 - 3x^2}$ .
152. Найдите наименьшее значение функции  $y = 5 + 3\sqrt{x}$ .
153. Найдите наименьшее значение функции  $y = \sqrt{x^2 + 49}$ .

154. Найдите наибольшее значение функции  $y = 1 - \sqrt{x}$ .
155. Найдите наименьшее значение функции  $y = \sqrt{2x^2 + 1,44}$ .
156. Найдите наименьшее значение функции  $y = \sqrt{x^2 - 6x + 10}$ .
157. Найдите наименьшее значение функции  $y = \sqrt{2x^2 + 4x + 6}$ .
158. Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{-x^2 + 6x - 5}$ .
159. Найдите наибольшее значение функции  $y = \sqrt{-x^2 - 4x + 5}$ .
160. Найдите наибольшее значение функции  $y = 11 - \sqrt{x^2 - 4x + 3}$ .
161. Найдите наименьшее значение функции  $y = 17 + \sqrt{x^2 + 5x + 6}$ .
162. Найдите значение  $b$ , при котором прямая  $x = 2$  является осью симметрии параболы  $y = 3x^2 + bx + 7$ .
163. Найдите значение  $b$ , при котором прямая  $x = -2$  является осью симметрии параболы  $y = -5x^2 + bx + 3$ .
164. Найдите значение  $a$ , при котором прямая  $x = -4$  является осью симметрии параболы  $y = ax^2 + 12x - 5$ .
165. Найдите значение  $a$ , при котором прямая  $x = 3$  является осью симметрии параболы  $y = ax^2 + 18x - 4$ .
166. При каком значении  $p$ , где  $p = \frac{c}{a}$ , вершиной параболы  $y = ax^2 + 4x + c$  является точка  $(-1; 8)$ ?
167. При каком значении  $p$ , где  $p = \frac{c}{a}$ , вершиной параболы  $y = ax^2 + 6x + c$  является точка  $(1; 6)$ ?
168. При каком значении  $q$ , где  $q = \frac{c}{b}$ , вершиной параболы  $y = -2x^2 + bx + c$  является точка  $(3; 6)$ ?
169. При каком значении  $q$ , где  $q = \frac{c}{b}$ , вершиной параболы  $y = 4x^2 + bx + c$  является точка  $(-1; -16)$ ?
170. Определите, при каком значении  $c$  наименьшее значение функции  $y = 2x^2 + 16x + c$  равно  $-23$ .
171. Определите, при каком значении  $c$  наибольшее значение функции  $y = -3x^2 + 30x + c$  равно  $27$ .
172. Укажите наибольшее значение функции  $y = 23 - |x - 9|$ .

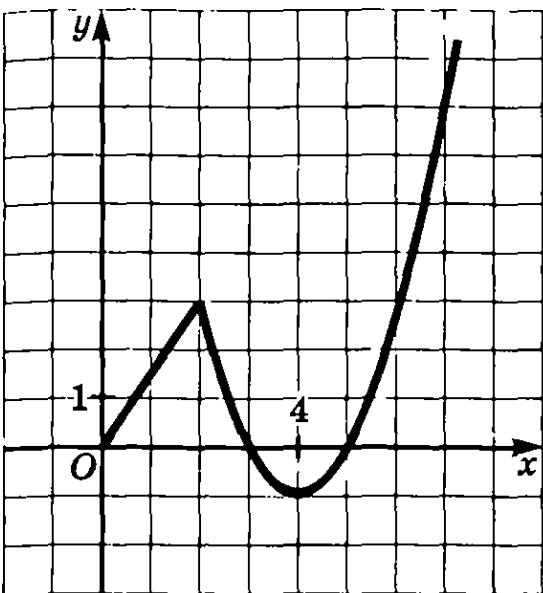


Рис. 97

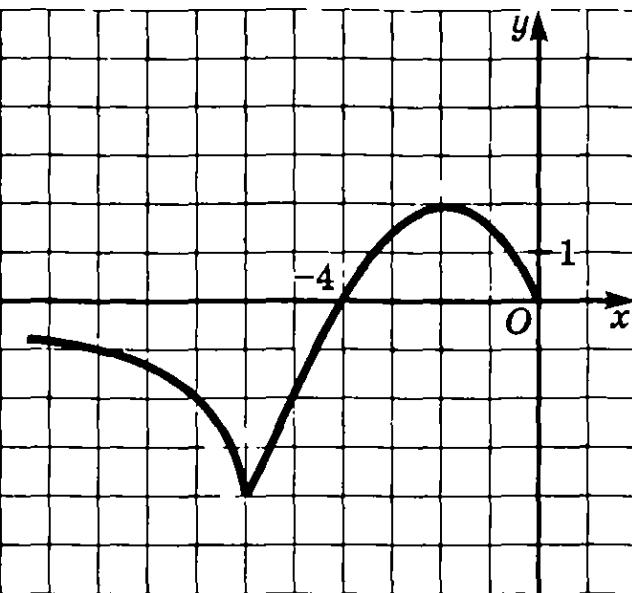


Рис. 98

173. Укажите наименьшее значение функции  $y = |x + 11| - 78$ .
174. На рисунке 97 изображена часть графика функции  $y = f(x)$ . Найдите  $f(-7)$ , если известно, что функция  $y = f(x)$  четная.
175. На рисунке 97 изображена часть графика функции  $y = f(x)$ . Найдите  $f(-5)$ , если известно, что функция  $y = f(x)$  нечетная.
176. На рисунке 98 изображена часть графика функции  $y = f(x)$ . Найдите  $f(3)$ , если известно, что функция  $y = f(x)$  четная.
177. На рисунке 98 изображена часть графика функции  $y = f(x)$ . Найдите  $f(6)$ , если известно, что функция  $y = f(x)$  нечетная.
178. Найдите наименьшее значение функции  $y = -\frac{12}{x^2 + 2}$ .
179. Найдите наименьшее значение функции  $y = 1 - \frac{10}{x^2 + 2}$ .
180. Найдите наименьшее значение функции  $y = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + 16}}$ .
181. Найдите наименьшее значение функции  $y = -3 - \frac{4}{\sqrt{x^2 + 4}}$ .
182. Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{18}{x^2 + 6}$ .
183. Найдите наибольшее значение функции  $y = 2 + \frac{9}{x^2 + 3}$ .
184. Найдите наибольшее значение функции  $y = \frac{14}{\sqrt{x^2 + 49}}$ .
185. Найдите наибольшее значение функции  $y = 3 + \frac{12}{\sqrt{x^2 + 36}}$ .

## Уравнения и системы уравнений

1. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $3(4x - 1) - 7(2x + 4) = x - 0,5$ .  
 1)  $(-11; -9)$ ;    2)  $(7; 9)$ ;    3)  $(-2; 0)$ ;    4)  $(-1; 0)$ .
  
2. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $5(2x - 3) - (8x - 7) = 11 - 2x$ .  
 1)  $(8; 9)$ ;    2)  $(0; 2)$ ;    3)  $(3,5; 5)$ ;    4)  $(5; 6)$ .
  
3. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\frac{2x + 15}{8} = \frac{x - 3}{12} + 2$ .  
 1)  $(-13; -11)$ ;    2)  $(-8; -5)$ ;    3)  $(-5; -3)$ ;    4)  $(-1; 0)$ .
  
4. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\frac{3x + 1}{9} = \frac{2 - x}{6} - 1$ .  
 1)  $(-15; -9)$ ;    2)  $(-3; -2)$ ;    3)  $(-2; -1)$ ;    4)  $(-1; 1)$ .
  
5. Укажите уравнение, которое имеет два различных действительных корня.  
 1)  $x^2 - 8x + 19 = 0$ ;    3)  $x^2 + 5x - 3 = 0$ ;  
 2)  $x^2 - 8x + 16 = 0$ ;    4)  $x^2 + 5x + 8 = 0$ .
  
6. Укажите уравнение, которое имеет два отрицательных корня.  
 1)  $3x^2 + 10x + 6 = 0$ ;    3)  $3x^2 + 10x + 9 = 0$ ;  
 2)  $3x^2 - 10x + 6 = 0$ ;    4)  $3x^2 - 10x - 6 = 0$ .
  
7. Укажите уравнение, которое не имеет действительных корней.  
 1)  $-4x^2 + 7x - 1 = 0$ ;    3)  $-4x^2 - 4x - 1 = 0$ ;  
 2)  $-4x^2 + 3x - 1 = 0$ ;    4)  $-4x^2 + 6x + 1 = 0$ .
  
8. Найдите наибольший корень уравнения  $12x^2 + 17x - 14 = 0$ .  
 1)  $2$ ;    2)  $\frac{7}{12}$ ;    3)  $-2$ ;    4)  $\frac{7}{6}$ .
  
9. Найдите наибольший корень уравнения  $-42x^2 + 71x - 30 = 0$ .  
 1)  $\frac{5}{6}$ ;    2)  $-\frac{6}{7}$ ;    3)  $-\frac{5}{6}$ ;    4)  $\frac{6}{7}$ .
  
10. Найдите наименьший корень уравнения  $20x^2 + 31x + 12 = 0$ .  
 1)  $-0,8$ ;    2)  $-0,75$ ;    3)  $-1,6$ ;    4)  $-1,5$ .
  
11. Найдите наименьший корень уравнения  $-24x^2 + 38x - 15 = 0$ .  
 1)  $\frac{5}{6}$ ;    2)  $\frac{3}{4}$ ;    3)  $\frac{5}{12}$ ;    4)  $\frac{3}{8}$ .

12. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения  $6x^2 + 13x + 6 = 0$ .  
1)  $(-2,5; -1)$ ; 2)  $[-0,8; 0]$ ; 3)  $(0,5; 2)$ ; 4)  $[-1,5; -0,5]$ .
13. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения  $-25x^2 + 5x + 2 = 0$ .  
1)  $(-1; 0)$ ; 2)  $[0; 1]$ ; 3)  $[-0,4; 0,2]$ ; 4)  $(-0,4; 0,6)$ .
14. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\sqrt{5x - 3} = 2$ .  
1)  $[0; 1]$ ; 2)  $(1; 2)$ ; 3)  $(4; 6)$ ; 4)  $[2; 3]$ .
15. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\sqrt{4 - 3x} = 5$ .  
1)  $(-1; 0)$ ; 2)  $(-4; -2)$ ; 3)  $(-8; -6)$ ; 4)  $(0; +\infty)$ .
16. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения  $\sqrt{x^2 - 24} = 5$ .  
1)  $(-8; 8)$ ; 2)  $(5; +\infty)$ ; 3)  $(-\infty; -5)$ ; 4)  $(-6; 6)$ .
17. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения  $\sqrt{x^2 - 20} = 4$ .  
1)  $(-4; 4)$ ; 2)  $(4; +\infty)$ ; 3)  $(-\infty; -4)$ ; 4)  $(-7; 7)$ .
18. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения  $\sqrt{x^2 - 2x - 20} = 2$ .  
1)  $(5; +\infty)$ ; 2)  $(-5; 7)$ ; 3)  $(0; 5)$ ; 4)  $(-\infty; 0)$ .
19. Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения  $\sqrt{x^2 + 8x + 24} = 3$ .  
1)  $(-4; 0)$ ; 2)  $(-8; -4)$ ; 3)  $(-6; -2)$ ; 4) корней нет.
20. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения  $\frac{5}{x^2} + \frac{3}{x} = 2$ .  
1)  $(-\infty; -0,5)$ ; 2)  $(-1,5; 3)$ ; 3)  $(2; +\infty)$ ; 4)  $(-0,5; 2)$ .
21. Укажите промежуток, которому принадлежат корни уравнения  $\frac{6}{x^2} - \frac{1}{x} = 5$ .  
1)  $(0,5; +\infty)$ ; 2)  $(-\infty; -1)$ ; 3)  $(-1; 0,5)$ ; 4)  $(-1,5; 1,5)$ .
- 
22. Найдите модуль разности корней уравнения  $(x - 3)^2 = 16$ .
23. Найдите модуль разности корней уравнения  $9x^2 + 12x = 5$ .

24. Решите уравнение  $\frac{y^2 - 25}{6y - 30} = 0$ .

25. Решите уравнение  $\frac{y^2 - 16}{-3y - 12} = 0$ .

26. Решите уравнение  $\frac{x^2 - 7x + 12}{2x - 8} = 0$ .

27. Решите уравнение  $\frac{x^2 + 6x + 8}{5x + 10} = 0$ .

28. Решите уравнение  $\frac{x^2 + x - 6}{x^2 - 4} = 0$ .

29. Решите уравнение  $\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 1} = 0$ .

30. Решите уравнение  $\frac{x^2 + 5x - 6}{x^2 + 2x - 3} = 0$ .

31. Решите уравнение  $\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = 0$ .

32. Решите уравнение  $\frac{x - 5}{x - 3} + \frac{4}{x + 3} + \frac{24}{x^2 - 9} = 0$ .

33. Решите уравнение  $\frac{1}{x - 2} + \frac{4}{x^2 - 4} = \frac{x + 1}{x + 2}$ .

34. Решите уравнение  $\frac{3x + 2}{2x} + \frac{2x}{3x + 2} = -2$ .

35. Решите уравнение  $\frac{4x - 3}{6x} + \frac{6x}{4x - 3} = 2$ .

36. Решите уравнение  $(2x + 3)\sqrt{3x - 12} = 0$ .

37. Решите уравнение  $\sqrt{8 - 4x}(3x - 7) = 0$ .

38. Найдите сумму корней уравнения  $(4x + 18)\sqrt{x^2 + 9x + 20} = 0$ .

39. Найдите сумму корней уравнения  $(2x - 6)\sqrt{-x^2 + 2x} = 0$ .

40. Найдите сумму корней уравнения  $(x^2 + x - 12)\sqrt{x + 2} = 0$ .

41. Найдите сумму корней уравнения  $(x^2 - 36)\sqrt{4 - x} = 0$ .

42. Найдите произведение корней уравнения  
 $(x^2 - 2x - 15)\sqrt{3 - x} = 0$ .

43. Найдите произведение корней уравнения  $(x^2 - 9)\sqrt{x + 1} = 0$ .
44. Сколько корней имеет уравнение  $(2x^2 - 7x + 3)\sqrt{\frac{x}{3-x}} = 0$ ?
45. Решите уравнение  $(2x^2 + 5x + 2)\sqrt{\frac{x+1}{x+2}} = 0$ . В ответе укажите сумму корней уравнения.
46. Решите уравнение  $\frac{5x - 28}{\sqrt{-x^2 + 5x + 6}} = 0$ .
47. Решите уравнение  $\frac{6x + 45}{\sqrt{x^2 + 5x + 6}} = 0$ .
48. Решите уравнение  $\frac{4x^2 - 25x + 6}{\sqrt{1-x}} = 0$ .
49. Решите уравнение  $\frac{4x^2 - 17x + 4}{\sqrt{3x-4}} = 0$ .
50. Решите уравнение  $\sqrt{23-x} = x - 3$ .
51. Решите уравнение  $\sqrt{10-x} = x - 4$ .
52. Решите уравнение  $\sqrt{21-10x} = 1-x$ .
53. Решите уравнение  $\sqrt{28-3x} = 6-x$ .
54. Решите уравнение  $\sqrt{4x^2 + 5x + 5} = 4x + 3$ .
55. Решите уравнение  $\sqrt{-8x^2 - 5x + 7} = 1 - 2x$ .
56. Решите уравнение  $\sqrt{20x^2 - 17x + 26} = 5x - 4$ .
57. Решите уравнение  $\sqrt{-x^2 - 23x + 21} = 1 - 3x$ .
58. Решите уравнение  $x - 5\sqrt{x} - 6 = 0$ .
59. Решите уравнение  $x - 6\sqrt{x} - 7 = 0$ .
60. Решите уравнение  $4x^{-1} + x + 4 = 0$ .
61. Решите уравнение  $9x^{-1} + x - 6 = 0$ .
62. Укажите наибольший корень уравнения  $x - 5 + 6x^{-1} = 0$ .
63. Укажите наименьший корень уравнения  $x + 7 + 10x^{-1} = 0$ .
64. Найдите модуль разности корней уравнения  $4x^4 + 3x^2 - 1 = 0$ .
65. Найдите модуль разности корней уравнения  $4x^4 - 35x^2 - 9 = 0$ .

66. Найдите значение выражения  $|x_1 - y_1| + \frac{1}{|x_2 - y_2|}$ , где пары чисел  $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  являются решениями системы уравнений  $\begin{cases} xy = 63, \\ x + y = 16. \end{cases}$
67. Найдите значение выражения  $|x_1 - x_2| + \frac{2}{|y_1 - y_2|}$ , где пары чисел  $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  являются решениями системы уравнений  $\begin{cases} xy = -91, \\ x + y = -6. \end{cases}$
68. Найдите значение выражения  $\frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2}$ , где пары чисел  $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  являются решениями системы уравнений  $\begin{cases} xy = -80, \\ x - y = -21. \end{cases}$
69. Найдите значение выражения  $\frac{x_1}{y_1} + \frac{x_2}{y_2}$ , где пары чисел  $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  являются решениями системы уравнений  $\begin{cases} xy = 60, \\ x - y = -11. \end{cases}$
70. Найдите значение выражения  $x_1y_1 + x_2y_2$ , где пары чисел  $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  являются решениями системы уравнений  $\begin{cases} x^2 + xy = 6, \\ 7x - xy = 2. \end{cases}$
71. Найдите значение выражения  $x_1y_1 + x_2y_2$ , где пары чисел  $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  являются решениями системы уравнений  $\begin{cases} xy - y^2 = 7, \\ xy + 5y = 13. \end{cases}$
72. Определите, сколько решений имеет система уравнений  $\begin{cases} x^2 + 4x = y - 2, \\ x + y + 2 = 0. \end{cases}$
73. Определите, сколько решений имеет система уравнений  $\begin{cases} x^2 + y = 2x + 2, \\ y - 3 = 0. \end{cases}$

74. Определите, сколько решений имеет система уравнений  

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ x - y + 4 = 0. \end{cases}$$
75. Определите, сколько решений имеет система уравнений  

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ xy + 4 = 0. \end{cases}$$
76. Определите, сколько решений имеет система уравнений  

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x^2 - y = -5. \end{cases}$$
77. Определите, сколько решений имеет система уравнений  

$$\begin{cases} x^2 + (y - 1)^2 = 25, \\ x^2 + y = 4. \end{cases}$$
78. Решите систему уравнений  $\begin{cases} x^2y^2 - 6xy = -5, \\ 3x + 3y = 10. \end{cases}$
79. Решите систему уравнений  $\begin{cases} 2x^2y^2 - 5xy = -2, \\ x - y = -1. \end{cases}$
80. Решите систему уравнений  $\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{4y}{x} = 3, \\ x - 3y = 1. \end{cases}$
81. Решите систему уравнений  $\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{5y}{x} = -6, \\ 2x + 7y = 6. \end{cases}$
82. Решите систему уравнений  $\begin{cases} \frac{8}{x - y} - \frac{1}{x + y} = 5, \\ \frac{15}{x - y} - \frac{6}{x + y} = -3. \end{cases}$
83. Решите систему уравнений  $\begin{cases} \frac{9}{2x + y} - \frac{4}{x - y} = 2, \\ \frac{3}{2x + y} + \frac{5}{x - y} = 26. \end{cases}$

84. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{x+3y} + 2x = -1, \\ \sqrt{x+3y} - 3x = 9. \end{cases}$$

85. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{4}{\sqrt{x-y}} - 6y = -13, \\ \frac{1}{\sqrt{x-y}} + 5y = 13. \end{cases}$$

86. Найдите целое значение  $a$ , при котором  $ax + 5y = 0$ , если пара чисел  $(x; y)$  является решением системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 41, \\ x + 2y = 3. \end{cases}$$

87. Найдите целое значение  $a$ , при котором  $ax + y = 6$ , если пара чисел  $(x; y)$  является решением системы уравнений

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = 32, \\ 2x - y = 11. \end{cases}$$

88. При каком значении  $a$  система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ |x| - y = a \end{cases}$$

имеет три решения?

89. При каком значении  $a$  система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ |x| + y = a \end{cases}$$

имеет одно решение?

### **Неравенства и системы неравенств**

1. Решите неравенство  $9x - 4 < 10x + 3$ .

- 1)  $(-\infty; -7]$ ;    2)  $[-7; +\infty)$ ;    3)  $(-7; +\infty)$ ;    4)  $(-\infty; 7)$ .

2. Решите неравенство  $12x + 7 \geq 9x - 11$ .

- 1)  $(-\infty; -6)$ ;    2)  $[-6; +\infty)$ ;    3)  $(-6; +\infty)$ ;    4)  $(-\infty; -6]$ .

3. Решите неравенство  $0,3 + 0,2x \geq 0,6x - 4,1$ .

- 1)  $[11; +\infty)$ ;    2)  $(-\infty; 11]$ ;    3)  $(-\infty; 11)$ ;    4)  $(-\infty; 1,1]$ .

4. Решите неравенство  $2,2x - 0,1 < 1,8x + 2,9$ .

- 1)  $(-\infty; 7,5]$ ;    3)  $(7,5; +\infty)$ ;  
2)  $(-\infty; 0,75)$ ;    4)  $(-\infty; 7,5)$ .

5. Решите неравенство  $\frac{4}{7}x + \frac{1}{6} \geq \frac{3}{14} + \frac{2}{3}x$ .

- 1)  $(-\infty; 0,5]$ ;    2)  $(-\infty; 2]$ ;    3)  $(-\infty; 0,5)$ ;    4)  $(-\infty; -2]$ .

6. Решите неравенство  $\frac{1}{6} - \frac{3}{8}x > \frac{5}{12} - \frac{3}{4}x$ .
- 1)  $\left[ \frac{2}{3}; +\infty \right)$ ;    2)  $(1,5; +\infty)$ ;    3)  $\left( \frac{2}{3}; +\infty \right)$ ;    4)  $(-1,6; +\infty)$ .
7. Решите неравенство  $\frac{11 + 5x}{12} > \frac{8x - 2}{15}$ .
- 1)  $(-\infty; -9)$ ;    2)  $(9; +\infty)$ ;    3)  $(-\infty; 9)$ ;    4)  $(-9; +\infty)$ .
8. Решите неравенство  $\frac{15 + 3x}{20} \leq \frac{7x - 9}{32}$ .
- 1)  $(-\infty; -15]$ ;    2)  $[-15; +\infty)$ ;    3)  $[15; +\infty)$ ;    4)  $(-\infty; 15]$ .
9. Решите неравенство  $|2x - 4| \geq 1$ .
- 1)  $(-\infty; 1,5] \cup [2,5; +\infty)$ ;    3)  $[2,5; +\infty)$ ;  
 2)  $[1,5; 2,5]$ ;    4)  $(2,5; +\infty)$ .
10. Решите неравенство  $|5 - x| > 4$ .
- 1)  $(-1; 1)$ ;    3)  $(-\infty; 1) \cup (9; +\infty)$ ;  
 2)  $(-\infty; 1)$ ;    4)  $(1; 9)$ .
11. Решите неравенство  $x^2 - 7x + 12 \leq 0$ .
- 1)  $[3; 4]$ ;    3)  $[-4; -3]$ ;  
 2)  $(-\infty; -4] \cup [-3; +\infty)$ ;    4)  $(-\infty; 3] \cup [4; +\infty)$ .
12. Решите неравенство  $-x^2 + 11x - 30 < 0$ .
- 1)  $(5; 6)$ ;    2)  $(-6; 5)$ ;  
 2)  $(-\infty; 5] \cup [6; +\infty)$ ;    4)  $(-\infty; -6) \cup (5; +\infty)$ .
13. Решите неравенство  $7x^2 - 9x + 2 \leq 0$ .
- 1)  $\left( -\infty; \frac{2}{7} \right] \cup [1; +\infty)$ ;    3)  $\left( -\infty; \frac{4}{7} \right] \cup [2; +\infty)$ ;  
 2)  $\left[ \frac{2}{7}; 1 \right]$ ;    4)  $\left[ \frac{4}{7}; 2 \right]$ .
14. Решите неравенство  $-2x^2 + 9x - 7 < 0$ .
- 1)  $(3,5; 1)$ ;    3)  $(2; 7)$ ;  
 2)  $(-\infty; 2) \cup (7; +\infty)$ ;    4)  $(-\infty; 1) \cup (3,5; +\infty)$ .
15. Решите неравенство  $-x^2 + 2x - 1 < 0$ .
- 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;    3)  $1$ ;  
 2)  $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ ;    4) решений нет.
16. Решите неравенство  $4x^2 + 4x + 1 \leq 0$ .
- 1)  $(-\infty; +\infty)$ ;    3)  $-0,5$ ;  
 2)  $(-\infty; -0,5) \cup (-0,5; +\infty)$ ;    4) решений нет.

- 17.** Решите неравенство  $4x^2 \geq 9x$ .
- 1)  $(-\infty; 0] \cup [2,25; +\infty)$ ;
  - 2)  $[0; 2,25]$ ;
  - 3)  $[2,25; +\infty)$ ;
  - 4)  $(-\infty; -1,5] \cup [1,5; +\infty)$ .
- 18.** Решите неравенство  $4x < 5x^2$ .
- 1)  $(0,8; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; 0,8)$ ;
  - 3)  $(0; 0,8)$ ;
  - 4)  $(-\infty; 0) \cup (0,8; +\infty)$ .
- 19.** Решите неравенство  $x^2 < 121$ .
- 1)  $(-\infty; 11)$ ;
  - 2)  $(-11; 11)$ ;
  - 3)  $[-11; 11]$ ;
  - 4)  $(-\infty; -11) \cup (11; +\infty)$ .
- 20.** Решите неравенство  $x^2 \geq 196$ .
- 1)  $[14; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; -14) \cup (14; +\infty)$ ;
  - 3)  $[-14; 14]$ ;
  - 4)  $(-\infty; 14] \cup [14; +\infty)$ .
- 21.** Решите неравенство  $(x - 2)(x + 3)(8x - 2) < 0$ .
- 1)  $(-\infty; -3) \cup (2; 4)$ ;
  - 2)  $(-\infty; -3) \cup \left(\frac{1}{4}; 2\right)$ ;
  - 3)  $(-\infty; -2) \cup \left(\frac{1}{4}; 3\right)$ ;
  - 4)  $(-3; 0,25) \cup (2; +\infty)$ .
- 22.** Решите неравенство  $(3x - 1)(x + 4)(x - 6) \geq 0$ .
- 1)  $\left[-4; \frac{1}{3}\right] \cup [6; +\infty)$ ;
  - 2)  $[-4; 3] \cup [6; +\infty)$ ;
  - 3)  $[-6; -4) \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$ ;
  - 4)  $(-\infty; -4) \cup \left(\frac{1}{3}; 6\right)$ .
- 23.** Решите неравенство  $x(x + 7)(3 - 6x) \geq 0$ .
- 1)  $[-7; 0] \cup [0,5; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; -7] \cup [0; 0,5]$ ;
  - 3)  $(-\infty; -7] \cup [0; 2]$ ;
  - 4)  $[-7; 0,5]$ .
- 24.** Решите неравенство  $(2x - 1)(4 - 12x)(x + 9) < 0$ .
- 1)  $(-\infty; -9) \cup \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right)$ ;
  - 2)  $\left(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right) \cup (9; +\infty)$ ;
  - 3)  $(-9; 2) \cup (3; +\infty)$ ;
  - 4)  $\left(-9; \frac{1}{3}\right) \cup (0,5; +\infty)$ .
- 25.** Решите неравенство  $x(x + 5)(2 - 6x)(2x - 4) \leq 0$ .
- 1)  $(-\infty; -5] \cup \left[0; \frac{1}{3}\right] \cup [2; +\infty)$ ;
  - 2)  $[-5; 0] \cup \left[\frac{1}{3}; 2\right]$ ;
  - 3)  $[-5; 0] \cup [2; 3]$ ;
  - 4)  $(-\infty; -5] \cup [0; 2] \cup [3; +\infty)$ .

26. Решите неравенство  $\frac{-54}{x^2 - 49} \leq 0$ .
- 1)  $(-7; 7)$ ;      3)  $(-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$ ;
  - 2)  $[-7; 7]$ ;      4)  $(7; +\infty)$ .
27. Решите неравенство  $\frac{x^2 + 9}{4x^2 - 1} < 0$ .
- 1)  $(-0,5; 0,5)$ ;      3)  $(-3; -0,5) \cup (0,5; 3)$ ;
  - 2)  $(-\infty; -0,5) \cup (0,5; +\infty)$ ;      4)  $(-2; 2)$ .
28. Решите неравенство  $\frac{10}{1 - 100x^2} < 0$ .
- 1)  $(-10; 10)$ ;      3)  $(-0,1; 0,1)$ ;
  - 2)  $(-\infty; -10) \cup (10; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; -0,1) \cup (0,1; +\infty)$ .
29. Решите неравенство  $\frac{16 - x^2}{x^2 + 4} \geq 0$ .
- 1)  $(-4; 4)$ ;      3)  $[-4; 4]$ ;
  - 2)  $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$ ;      4)  $[-4; -2) \cup (2; 4]$ .
30. Решите неравенство  $\frac{x^2 - 7x + 12}{3x + 15} > 0$ .
- 1)  $[-5; 3] \cup [4; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; -5) \cup (3; 4)$ ;
  - 2)  $(-5; 3) \cup (4; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; -5) \cup (4; +\infty)$ .
31. Решите неравенство  $\frac{2x - 14}{x^2 + 8x + 15} \leq 0$ .
- 1)  $(-\infty; -5) \cup (-3; 7)$ ;      3)  $(-5; -3)$ ;
  - 2)  $(-\infty; -5] \cup [-3; 7]$ ;      4)  $(-5; -3) \cup [7; +\infty)$ .
32. Решите неравенство  $\frac{x + 4}{2 - x - 3x^2} < 0$ .
- 1)  $(-\infty; -4) \cup \left(-1; \frac{2}{3}\right)$ ;      3)  $(-\infty; -4) \cup \left(-\frac{2}{3}; 1\right)$ ;
  - 2)  $\left(-4; -\frac{2}{3}\right) \cup (1; +\infty)$ ;      4)  $(-4; -1) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$ .
33. Решите неравенство  $x^2(2x + 3) > 0$ .
- 1)  $(-1,5; 0)$ ;      3)  $(-1,5; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; -1,5) \cup (0; +\infty)$ ;      4)  $(-1,5; 0) \cup (0; +\infty)$ .
34. Решите неравенство  $(x + 3)^2(x - 2) < 0$ .
- 1)  $(-\infty; 2)$ ;      3)  $(-\infty; -3) \cup (-3; 2)$ ;
  - 2)  $(-3; 2)$ ;      4)  $(-\infty; -3) \cup (2; +\infty)$ .
35. Решите неравенство  $(5x + 3)(4 - x)x^2 < 0$ .
- 1)  $(-\infty; -0,6) \cup (0; 4)$ ;      3)  $(-\infty; -0,6) \cup (4; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-0,6; 0)(4; +\infty)$ ;      4)  $(-0,6; 0) \cup (0; 4)$ .

**36.** Решите неравенство  $(3x + 5)(1 - x)(x + 1)^2 \leq 0$ .

- 1)  $\left[-\frac{5}{3}; 1\right]$ ;      3)  $\left[-\frac{5}{3}; -1\right] \cup [1; +\infty)$ ;  
2)  $\left(-\infty; -\frac{5}{3}\right] \cup [1; +\infty)$  и  $-1$ ;      4)  $\left(-\infty; -\frac{5}{3}\right] \cup [-1; 1]$ .

**37.** Решите неравенство  $\frac{x^2}{x - 2} \geq 0$ .

- 1) 0 и  $(2; +\infty)$ ;      3)  $[2; +\infty)$ ;  
2)  $(2; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; 0] \cup (2; +\infty)$ .

**38.** Решите неравенство  $\frac{x + 2}{(x - 4)^2} \geq 0$ .

- 1)  $[-2; 4) \cup (4; +\infty)$ ;      3)  $[-2; 4]$ ;  
2)  $(-\infty; -2] \cup (4; +\infty)$ ;      4)  $[-2; +\infty)$ .

**39.** Решите неравенство  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x} \leq 0$ .

- 1)  $(0; 1]$ ;      3)  $(-\infty; 0)$  и 1;  
2)  $(-\infty; 0)$ ;      4)  $(-\infty; 0) \cup [1; +\infty)$ .

**40.** Решите неравенство  $\frac{x - 3}{x^2 + 6x + 9} \leq 0$ .

- 1)  $(-\infty; -3) \cup (-3; 3]$ ;      3)  $(-\infty; 3]$ ;  
2)  $(-3; 3]$ ;      4)  $(-\infty; -3) \cup [3; +\infty)$ .

**41.** Решите неравенство  $\frac{x^2 - 7x + 6}{x - 1} \leq 0$ .

- 1)  $(-\infty; 6]$ ;      3)  $(1; 6]$ ;  
2)  $(-\infty; 1) \cup (1; 6]$ ;      4)  $[6; +\infty)$ .

**42.** Решите неравенство  $\frac{x^2 - 5x - 6}{6 - x} \leq 0$ .

- 1)  $[-1; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; -1] \cup (6; +\infty)$ ;  
2)  $[-1; 6)$ ;      4)  $[-1; 6) \cup (6; +\infty)$ .

**43.** Решите неравенство  $\frac{x - 2}{x^2 + 2x - 8} > 0$ .

- 1)  $(-4; 2) \cup (2; +\infty)$ ;      3)  $(-4; +\infty)$ ;  
2)  $(-4; 2)$ ;      4)  $(-\infty; -4) \cup (2; +\infty)$ .

**44.** Решите неравенство  $-\frac{x + 4}{x^2 + 6x + 8} > 0$ .

- 1)  $(-\infty; -2)$ ;      3)  $(-2; +\infty)$ ;  
2)  $(-\infty; -4) \cup (-2; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; -4) \cup (-4; -2)$ .

45. Решите неравенство  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 7x + 15} \leq 0$ .

- 1)  $[-2; 2]$ ;      3)  $(-\infty; 2]$ ;  
2)  $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$ ;      4) решений нет.

46. Решите неравенство  $\frac{x^2 + x + 6}{x^2 - 9x} > 0$ .

- 1)  $(0; 9)$ ;      3)  $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$ ;  
2)  $(-\infty; 0) \cup (9; +\infty)$ ;      4) решений нет.

47. Решите неравенство  $\frac{x^2 + 2x + 5}{5x - x^2} < 0$ .

- 1)  $(0; 5)$ ;      3)  $(-\infty; -0) \cup (5; +\infty)$ ;  
2) решений нет;      4)  $(5; +\infty)$ .

48. Решите неравенство  $\frac{x^2 - 1}{-x^2 + 4x - 5} > 0$ .

- 1)  $(-1; 1)$ ;      3) решений нет;  
2)  $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; 1)$ .

49. При каких значениях переменной выражение  $\sqrt{56x + 7}$  имеет смысл?

- 1)  $(-8; +\infty)$ ;      3)  $[-8; +\infty)$ ;  
2)  $\left(-\frac{1}{8}; +\infty\right)$ ;      4)  $\left[-\frac{1}{8}; +\infty\right)$ .

50. При каких значениях переменной выражение  $\frac{1}{\sqrt{5x - 2}}$  имеет смысл?

- 1)  $(0,4; +\infty)$ ;      3)  $[0,4; +\infty)$ ;  
2)  $[2,5; +\infty)$ ;      4)  $(2,5; +\infty)$ .

51. При каких значениях переменной выражение  $\sqrt{(3 - 7x)^{-1}}$  имеет смысл?

- 1)  $\left(\frac{3}{7}; +\infty\right)$ ;      3)  $\left(-\infty; \frac{3}{7}\right)$ ;  
2)  $\left(-\infty; \frac{7}{3}\right)$ ;      4)  $\left(-\infty; \frac{3}{7}\right]$ .

52. При каких значениях переменной выражение  $\sqrt{x^2 + 6x}$  имеет смысл?

- 1)  $(-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; -6] \cup [0; +\infty)$ ;  
2)  $[-6; 0]$ ;      4)  $(-6; 0)$ .

53. При каких значениях переменной выражение  $\sqrt{\frac{2}{x^2 - 36}}$  имеет смысл?
- 1)  $(-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-6; 6)$ ;
  - 3)  $(-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$ ;
  - 4)  $(-6; 2] \cup (6; +\infty)$ .
54. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{5x + 1}$ .
- 1)  $x > -5$ ;
  - 2)  $x \leq -5$ ;
  - 3)  $x \geq -0,2$ ;
  - 4)  $x > -0,2$ .
55. Найдите область определения функции  $y = \frac{1}{\sqrt{5x - 2}}$ .
- 1)  $x > 2,5$ ;
  - 2)  $x \geq 0,4$ ;
  - 3)  $x \geq 2,5$ ;
  - 4)  $x > 0,4$ .
56. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{(1 - 10x)^{-1}}$ .
- 1)  $x < 0,1$ ;
  - 2)  $x > 0,1$ ;
  - 3)  $x < 10$ ;
  - 4)  $x > 10$ .
57. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{x^2 - 49}$ .
- 1)  $[7; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; -7) \cup (7; +\infty)$ ;
  - 3)  $[-7; 7]$ ;
  - 4)  $(-\infty; -7] \cup [7; +\infty)$ .
58. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{(x^2 - 169)^{-1}}$ .
- 1)  $(-\infty; -13) \cup (13; +\infty)$ ;
  - 2)  $(13; +\infty)$ ;
  - 3)  $(-13; 13)$ ;
  - 4)  $(-\infty; -13] \cup [13; +\infty)$ .
59. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{225 - x^2}$ .
- 1)  $(-\infty; -15] \cup [15; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-15; 15)$ ;
  - 3)  $[-15; 15]$ ;
  - 4)  $(-\infty; 15]$ .
60. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{(196 - x^2)^{-1}}$ .
- 1)  $(-14; 14)$ ;
  - 2)  $[-14; 14]$ ;
  - 3)  $(-\infty; -14) \cup (14; +\infty)$ ;
  - 4)  $(-\infty; 14)$ .
61. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{x^2 - 6x - 7}$ .
- 1)  $(-\infty; -1) \cup (7; +\infty)$ ;
  - 2)  $[-1; 7]$ ;
  - 3)  $(-\infty; -7] \cup [1; +\infty)$ ;
  - 4)  $(-\infty; -1] \cup [7; +\infty)$ .
62. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{(x^2 + 5x + 4)^{-1}}$ .
- 1)  $(-\infty; -4) \cup (-1; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-4; -1)$ ;
  - 3)  $(-\infty; 14) \cup (4; +\infty)$ ;
  - 4)  $(-\infty; -4] \cup [-1; +\infty)$ .
63. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{8 + 2x - x^2}$ .
- 1)  $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$ ;
  - 2)  $(-\infty; -4] \cup [2; +\infty)$ ;
  - 3)  $[-2; 4]$ ;
  - 4)  $(-2; 4)$ .

64. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{(12 - x - x^2)^{-1}}$ .

- 1)  $(-3; 4)$ ;    3)  $(-\infty; -4) \cup (3; +\infty)$ ;  
2)  $[-4; 3]$ ;    4)  $(-4; 3)$ .

65. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 16x - 96 \leq 0, \\ 10 - 5x \leq 0. \end{cases}$

- 1)  $[2; 6]$ ;    2)  $(-\infty; 6]$ ;    3)  $[2; +\infty)$ ;    4) решений нет.

66. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 14x - 70 \geq 0, \\ 9 - 3x < 0. \end{cases}$

- 1)  $(-\infty; 3)$ ;    2)  $(3; 5]$ ;    3)  $[5; +\infty)$ ;    4) решений нет.

67. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 15x + 60 < 0, \\ -42 - 6x \geq 0. \end{cases}$

- 1)  $[-7; -4)$ ;    2)  $(-\infty; -4)$ ;    3) решений нет;    4)  $(-\infty; -7]$ .

68. Решите систему неравенств  $\begin{cases} -28 - 4x \leq 0, \\ 5x + 35 \leq 0. \end{cases}$

- 1)  $(-\infty; -7]$ ;    2)  $[-7; +\infty)$ ;    3)  $-7$ ;    4) решений нет.

69. Решите систему неравенств  $\begin{cases} -2 \leq 3x + 1 \leq 7, \\ x + 23 > 5x - 1. \end{cases}$

- 1)  $[-1; 2] \cup (6; +\infty)$ ;    3)  $(-\infty; -1] \cup [2; 6)$ ;  
2)  $[-1; 2]$ ;    4) решений нет.

70. Решите систему неравенств  $\begin{cases} -3 < 2x - 7 < 3, \\ 6x - 13 < x + 17. \end{cases}$

- 1)  $(2; 5)$ ;    3)  $(-\infty; 6)$ ;  
2)  $(-\infty; -2) \cup (5; 6)$ ;    4) решений нет.

71. Решите систему неравенств  $\begin{cases} 1 \leq 5x - 4 \leq 26, \\ x + 21 > 7x + 3. \end{cases}$

- 1)  $[1; 6]$ ;    2)  $(-\infty; 3)$ ;    3)  $[1; 3)$ ;    4)  $(3; 6]$ .

72. Решите систему неравенств  $\begin{cases} -4 < 7x + 3 < 31, \\ x - 13 \leq 2x - 13. \end{cases}$

- 1)  $(-1; 0]$ ;    2)  $[0; 4)$ ;    3)  $(-1; 4]$ ;    4)  $[0; +\infty)$ .

73. Решите систему неравенств  $\begin{cases} x^2 - x - 56 < 0, \\ x + 4 \geq 0. \end{cases}$

- 1)  $[-4; 8)$ ;      3)  $(-\infty; -7) \cup [-4; 8)$ ;  
 2)  $(-7; 4] \cup (8; +\infty)$ ;      4)  $[4; 7)$ .

74. Решите систему неравенств  $\begin{cases} x - 10 < 0, \\ x^2 - 2x - 63 \geq 0. \end{cases}$

- 1)  $(-\infty; -7] \cup [9; 10)$ ;      3)  $[9; 10)$ ;  
 2)  $[-7; 9] \cup (10; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; -7]$ .

75. Решите систему неравенств  $\begin{cases} x^2 + 3x - 40 > 0, \\ 1 - 3x > -9. \end{cases}$

- 1)  $(-\infty; -0,3)$ ;      3)  $\left(-8; \frac{10}{3}\right) \cup (5; +\infty)$ ;  
 2)  $(-\infty; -8)$ ;      4)  $(5; +\infty)$ .

76. Решите систему неравенств  $\begin{cases} x^2 + 4x - 45 \leq 0, \\ 3 - 2x \leq 25. \end{cases}$

- 1)  $(-11; -9] \cup [5; +\infty)$ ;      3)  $[-9; 5]$ ;  
 2)  $(11; +\infty)$ ;      4) решений нет.

77. Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-2}$ .

- 1)  $[-1; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ ;  
 2)  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ ;      4)  $[-1; 2) \cup (2; +\infty)$ .

78. Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x-2}}$ .

- 1)  $[-1; 2)$ ;      3)  $(-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$ ;  
 2)  $(2; +\infty)$ ;      4)  $[-1; 2) \cup (2; +\infty)$ .

79. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$ .

- 1)  $(-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$ ;      3)  $(2; +\infty)$ ;  
 2)  $[-1; 2)$ ;      4)  $[-1; 2) \cup (2; +\infty)$ .

80. Найдите область определения функции  $y = \frac{x+1}{\sqrt{x-2}}$ .

- 1)  $(-\infty; -1] \cup (2; +\infty)$ ;      3)  $[1; 2) \cup (2; +\infty)$ ;  
 2)  $[-1; 2)$ ;      4)  $(2; +\infty)$ .

81. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{\frac{x^2 - 9}{x + 1}}$ .

- 1)  $[-3; -1] \cup [3; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ ;  
2)  $[-3; -1) \cup (-1; 3]$ ;      4)  $(-\infty; -3] \cup (-1; 3]$ .

82. Найдите область определения функции  $y = \sqrt{\frac{16 - x^2}{x - 3}}$ .

- 1)  $[-4; 3) \cup (3; 4]$ ;      3)  $[-4; 3) \cup [4; +\infty)$ ;  
2)  $(-\infty; -4] \cup (3; 4]$ ;      4)  $(-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$ .

83. Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{x - 4}$ .

- 1)  $[-3; 3] \cup (4; +\infty)$ ;      3)  $[3; 4) \cup (4; +\infty)$ ;  
2)  $(-\infty; -3] \cup [1; 4)$ ;      4)  $(-\infty; -3] \cup [3; 4) \cup (4; +\infty)$ .

84. Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{x^2 - 9}}{\sqrt{x - 1}}$ .

- 1)  $[3; +\infty)$ ;      3)  $[-3; 1) \cup (1; 3]$ ;  
2)  $[-3; 1) \cup [3; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; -3] \cup (1; +\infty)$ .

85. Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{25 - x^2}}{x + 2}$ .

- 1)  $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$ ;      3)  $(-\infty; -5] \cup (2; 5]$ ;  
2)  $[-5; -2) \cup (-2; 5]$ ;      4)  $[-5; -2) \cup [5; +\infty)$ .

86. Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{25 - x^2}}{\sqrt{x - 3}}$ .

- 1)  $[-5; 5]$ ;      3)  $(3; 5]$ ;  
2)  $[-5; 3) \cup (3; 5]$ ;      4)  $[5; +\infty)$ .

87. Найдите область определения функции  $y = \frac{\sqrt{x + 3}}{x^2 - 16}$ .

- 1)  $(-\infty; -3] \cup (4; +\infty)$ ;      3)  $(-4; -3] \cup (4; +\infty)$ ;  
2)  $[-3; 4) \cup (4; +\infty)$ ;      4)  $(-\infty; -4) \cup [3; 4) \cup (4; +\infty)$ .

88. Решите неравенство  $\frac{\sqrt{4x + 6}}{x - 2} \geq 0$ .

- 1)  $(2; +\infty)$ ;      3)  $[-1, 2; 2)$ ;  
2)  $(-\infty; -1, 2] \cup (2; +\infty)$ ;      4)  $[-1, 2; 2) \cup (2; +\infty)$ .

89. Решите неравенство  $\frac{2x+4}{\sqrt{9-6x}} \geq 0$ .  
1)  $(1,5; +\infty)$ ;      3)  $[-2; 1,5)$ ;  
2)  $(-\infty; -2] \cup (1,5; +\infty)$ ;      4)  $[-2; 1,5) \cup (1,5; +\infty)$ .
- 

90. Укажите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству  $\frac{x+9}{x^2+1} > 0$ .
91. Укажите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству  $\frac{17}{2x-4} < 0$ .
92. Укажите наибольшее целое число, удовлетворяющее неравенству  $\frac{3x-11}{x^2+3} \leq 0$ .
93. Укажите наименьшее целое число, удовлетворяющее неравенству  $\frac{-25}{x+8} \leq 0$ .
94. Найдите длину промежутка, являющегося решением неравенства  $-5 \leq 2x+11 \leq 1$ .
95. Найдите длину промежутка, являющегося решением неравенства  $-3 \leq 4x-9 \leq 3$ .
96. Сколько целых чисел принадлежит решению неравенства  $-2 < 7 - 3x < 4$ ?
97. Сколько целых чисел принадлежит решению неравенства  $-4 < 6 - 5x < 1$ ?
98. Сколько целых чисел принадлежит решению неравенства  $|x+3| < 2$ ?
99. Сколько целых чисел принадлежит решению неравенства  $|x-2| < 3$ ?
100. Найдите координату середины отрезка, являющегося решением неравенства  $|3-5x| \leq 7$ .
101. Найдите координату середины отрезка, являющегося решением неравенства  $|5-2x| \leq 9$ .
102. Сколько целых чисел удовлетворяют неравенству  $x^2 - x - 30 < 0$ ?
103. Сколько целых чисел не удовлетворяют неравенству  $x^2 - 11x - 12 > 0$ ?

104. Сколько целых чисел удовлетворяют неравенству  $9x^2 - 5x - 4 \leq 0$ ?
105. Сколько целых чисел не удовлетворяют неравенству  $-4x^2 + 5x + 9 < 0$ ?
106. Сколько целых чисел содержит решение неравенства  $\frac{x - 8}{x + 1} \leq 0$ ?
107. Сколько целых чисел содержит решение неравенства  $\frac{5x + 15}{4 - x} > 0$ ?
108. Укажите наибольшее целое число, которое не является решением неравенства  $\frac{3 - 9x}{x + 5} < 0$ .
109. Укажите наименьшее целое число, которое не является решением неравенства  $\frac{x - 6}{6 - 2x} \leq 0$ .
110. Укажите наибольшее целое число, которое является решением системы неравенств  $\begin{cases} \frac{x - 5}{x + 3} > 0, \\ 2x + 6 < 11. \end{cases}$
111. Укажите наименьшее целое число, которое является решением системы неравенств  $\begin{cases} \frac{-6 - x}{3x - 12} \leq 0, \\ 9x + 6 > 4. \end{cases}$
112. Сколько целых чисел содержит решение неравенства  $\frac{x - 6}{\sqrt{5x - 8}} \leq 0$ ?
113. Сколько целых чисел содержит решение неравенства  $\frac{\sqrt{3x + 18}}{1 - x} \geq 0$ ?
114. При каких значениях  $n$  квадратное уравнение  $x^2 + (n - 2)x - (n - 5) = 0$  имеет два корня?
115. При каких значениях  $n$  квадратное уравнение  $x^2 - (n + 1)x - (n - 2) = 0$  не имеет корней?

## **Задачи на составление уравнений или систем уравнений**

1. После рекламной кампании спрос на товар увеличился в 4 раза. На сколько процентов увеличился спрос на товар?  
1) 400%;    2) 25%;    3) 300%;    4) 75%.
2. Во время сезонной распродажи цена на товар уменьшилась в 4 раза. На сколько процентов уменьшилась цена на товар?  
1) 400%;    2) 25%;    3) 300%;    4) 75%.
3. В связи с инфляцией цена на товар возросла на 150%. Во сколько раз возросла цена на товар?  
1) в 1,5 раза;    2) в 2,5 раза;    3) в 2 раза;    4) в 150 раз.
4. Цена на товар была сначала снижена на 10%, а затем еще на 20%. На сколько процентов была снижена цена товара по сравнению с первоначальной?  
1) 30%;    2) 72%;    3) 18%;    4) 70%.
5. Цену товара сначала повысили на 50%, а затем понизили на 20%. Во сколько раз изменилась цена товара?  
1) в 0,2 раза;    2) в 0,3 раза;    3) в 1,2 раза;    4) в  $\frac{5}{6}$  раза.
6. Цена на товар была снижена на 10%, а затем повышена на 10%. Как изменилась цена на товар?  
1) цена на товар осталась без изменения;  
2) товар стал дороже на 0,1%;  
3) товар стал дешевле на 0,01%;  
4) товар стал дешевле на 1%.

---

7. Цену на товар понизили на 20%. На сколько процентов необходимо повысить цену товара, чтобы она стала первоначальной?
8. В первый день туристы прошли 30% всего пути, во второй день — 120% пути, пройденного в первый день, а в третий — остальные 34 км. Сколько километров составлял весь путь?
9. Руда содержит 72% железа. Сколько тонн железа получится из 360 т руды?
10. Рубашка дешевле пиджака на 80%, а пиджак дороже брюк на 100%. На сколько процентов рубашка дешевле брюк?
11. Сливки составляют 20% всего молока, а сливочное масло — 25% сливок. Сколько литров молока необходимо взять, чтобы получить 180 г сливочного масла? (Масса 1 л молока равна 1 кг.)

12. К 180 г воды добавили 20 г соли. Определите процентное содержание соли в полученном растворе.
13. К 30%-му раствору серной кислоты добавили 60 г воды и получили 10%-й раствор. Найдите массу первоначального раствора серной кислоты.
14. Какое количество воды надо добавить к 3 л 36%-го раствора соли, чтобы получить 24%-й раствор?
15. Один сплав содержит 55% цинка, а другой — 70% цинка. После переплавки получили 750 г нового сплава с 60%-м содержанием цинка. Сколько граммов цинка содержалось в первом сплаве?
16. Смешали два раствора соляной кислоты 15%-й и 7%-й концентрации, после чего получили 480 г раствора 10%-й концентрации. Найдите массу 7%-го раствора.
17. В конце года банк начисляет 9% к сумме вклада. Какую сумму получит вкладчик через 2 года, положив 30 000 р.?
18. В конце года банк начисляет 4% к сумме вклада. Какую сумму получит вкладчик через 3 года, положив 25 000 р.?
19. Швейная мастерская сшила всего 2600 детских спортивных костюмов, курток и комбинезонов. Комбинезонов сшито на 220 меньше, чем курток, а спортивных костюмов в 2 раза больше, чем курток. Сколько сшито спортивных костюмов?
20. Во время озеленения района было посажено всего 6780 деревьев. Из них лип посажено в 2 раза больше, чем кленов, а каштанов на 1200 меньше, чем лип. Сколько лип посажено в районе во время его озеленения?
21. Из пункта *A* в пункт *B* вышла моторная лодка со скоростью 12 км/ч. Через 4 ч вслед за ней вышла вторая моторная лодка, скорость которой 14 км/ч. Найдите расстояние между пунктами *A* и *B*, если обе моторные лодки прибыли в пункт *B* одновременно.
22. Катер прошел расстояние между пунктами *A* и *B* по течению реки за 4 ч 30 мин, а в обратную сторону за 6 ч 18 мин. Определите расстояние между пунктами *A* и *B*, если скорость течения реки 2,4 км/ч.
23. Длина прямоугольника в 3 раза больше ширины. Если ширину прямоугольника увеличить на 2 см, то его площадь увеличится на 126 см<sup>2</sup>. Найдите периметр прямоугольника.

24. Один катет прямоугольного треугольника на 17 см меньше другого. Найдите площадь этого треугольника, если гипотенуза равна 25 см.
25. Бассейн наполняется водой через одну трубу за 4 ч, а через вторую за 6 ч. Через сколько часов наполнится бассейн, если обе трубы будут работать одновременно?
26. Двое рабочих, работая совместно, могут выполнить заказ за 3 ч 36 мин. Первый рабочий, работая один, может выполнить этот заказ за 6 ч. Сколько времени необходимо второму рабочему для выполнения заказа, если он будет работать один?
27. За 2,5 м шерстяной ткани и 4 м хлопчатобумажной ткани уплатили 2120 р. В конце сезона цена на шерстяную ткань снизилась на 20%, а на хлопчатобумажную ткань повысилась на 10%, и такая покупка стала стоить 1882 р. Найдите первоначальную цену каждого вида ткани.
28. За 8 футболок и 10 спортивных маек уплатили 4560 р. Во время распродажи цена на футболки была снижена на 25%, а на спортивные майки на 10% и такая покупка стала стоить 3780 р. Найдите первоначальную цену каждого вида товара.
29. Из двух городов, расстояние между которыми 500 км, выехали одновременно два поезда и встретились через 4 ч. Если бы второй поезд выехал на 50 мин раньше первого, то они встретились бы через 3 ч 36 мин. Найдите скорость каждого поезда.
30. Катер может пройти 80 км по течению реки и 40 км против течения за 6 ч 30 мин, а 40 км по течению и 80 км против течения за 7 ч. Определите собственную скорость катера и скорость течения реки.
31. Если длину данного прямоугольника увеличить на 8 см, а ширину на 6 см, то площадь прямоугольника увеличится на  $632 \text{ см}^2$ . Если же длину уменьшить на 6 см, а ширину увеличить на 8 см, то площадь прямоугольника увеличится на  $164 \text{ см}^2$ . Найдите периметр данного прямоугольника.
32. Скорость пассажирского поезда на 20 км/ч больше скорости товарного поезда, поэтому расстояние 700 км пассажирский поезд проходит на 4 ч быстрее, чем товарный. Найдите скорость товарного поезда.

33. Расстояние 36 км один лыжник прошел на 0,5 ч быстрее, чем другой. Найдите скорость каждого лыжника, если скорость одного из них на 1 км/ч больше скорости другого.
34. Расстояние между двумя пристанями 105 км катер проплы- вает по течению реки на 2 ч быстрее, чем против течения. Найдите скорость течения реки, если собственная скорость катера равна 18 км/ч.
35. Две бригады, работая одновременно, могут выполнить неко- торое задание за 6 дней. Одна бригада, работая отдельно, мо- жет выполнить это задание на 5 дней быстрее, чем вторая. За какое время может выполнить все задание вторая бригада, работая отдельно?
36. Две копировальные машины, работая одновременно, могут выполнить работу за 12 мин. Если будет работать только пер- вая копировальная машина, то она может выполнить всю ра- боту на 10 мин быстрее, чем вторая. За сколько минут всю работу может выполнить вторая копировальная машина?
37. Один асфальтоукладчик может выполнить задание на 15 дней быстрее, чем другой. После того как первый асфальтоуклад- чик проработал 10 дней, его сменил другой и закончил рабо- ту за 30 дней. За сколько дней могут выполнить всю работу два асфальтоукладчика, работая одновременно?
38. Один экскаватор может вырыть котлован на 10 ч быстрее, чем другой. После того как первый экскаватор проработал 10 ч, его сменил второй экскаватор и закончил работу за 15 ч. За сколько часов могли бы вырыть котлован оба экскаватора, работая одновременно?

### **Арифметическая и геометрическая прогрессии**

1. Укажите последовательность чисел, которая является ариф- метической прогрессией.
- 1) 2; 3; 5; 8; ...      3) 2; 4; 8; 16; ...  
2) 2; -2; -6; -10; ...      4) 2; -1; 10; -7; 18; ...
2. Укажите последовательность чисел, которая является геомет- рической прогрессией.
- 1) 2; 3; 5; 8; ...      3) 16; 8; 4; 2; ...  
2) 2; -2; -6; -10; ...      4) 2; -1; 10; -7; 18; ...

3. Укажите первые три члена арифметической прогрессии ( $a_n$ ), если  $a_1 = 0,5$ ;  $d = 1,5$ .
- 1) 0,5; 1,5; 2,5;      3) 0,5; 0,75; 1,125;  
 2) 0,5; -1; -2,5;      4) 0,5; 2; 3,5.
4. Укажите первые четыре члена арифметической прогрессии ( $a_n$ ), если  $a_1 = -3$ ;  $d = -2,3$ .
- 1) -3; -2,6; -4,9; -7,2;      3) -3; -5,3; -7,6; -9,9;  
 2) -3; -0,7; 1,6; 3,9;      4) -3; 6,9; -15,87; 36,501.
5. Укажите первые пять членов геометрической прогрессии ( $b_n$ ), если  $b_1 = 0,3$ ,  $q = 2$ .
- 1) 0,3; 0,6; 0,12; 0,24; 0,48;  
 2) 0,3; 0,6; 1,2; 2,4; 4,8;  
 3) 0,3; 0,9; 0,27; 0,81; 0,243;  
 4) 0,3; 0,15; 0,075; 0,0375; 0,01875
6. Укажите первые четыре члена геометрической прогрессии ( $b_n$ ), если  $b_1 = 27$ ,  $q = -\frac{1}{3}$ .
- 1) 27; -9; 3; -1;      3)  $27; 26\frac{2}{3}; 26\frac{1}{3}; 26$ ;  
 2) 27; -9; -3; -1;      4) 27; 9; 3; 1 .
7. Последовательность ( $a_n$ ) — арифметическая прогрессия. Найдите  $a_8$ , если  $a_1 = \frac{2}{3}$ ,  $d = -\frac{1}{3}$ .
- 1) 3;      2)  $-1\frac{2}{3}$ ;      3) -3;      4) -2.
8. Последовательность ( $a_n$ ) — арифметическая прогрессия. Найдите  $a_9$ , если  $a_1 = -\frac{1}{4}$ ,  $d = \frac{3}{4}$ .
- 1)  $2\frac{3}{4}$ ;      2)  $-3\frac{1}{4}$ ;      3)  $5\frac{3}{4}$ ;      4) 7.
9. Последовательность ( $b_n$ ) — геометрическая прогрессия. Найдите  $b_4$ , если  $b_1 = -3$ ,  $q = \frac{1}{2}$ .
- 1) 0,375;      2) -0,5;      3)  $-\frac{3}{16}$ ;      4)  $-\frac{3}{8}$ .
10. Последовательность ( $b_n$ ) — геометрическая прогрессия. Найдите  $b_6$ , если  $b_1 = \sqrt{2}$ ,  $q = -\sqrt{2}$ .
- 1)  $2\sqrt{2}$ ;      2) -8;      3)  $8\sqrt{2}$ ;      4)  $-4\sqrt{2}$ .

11. Найдите седьмой член арифметической прогрессии  $-24; -21; -18; \dots$   
 1)  $-6$ ;      2)  $-42$ ;      3)  $-3$ ;      4)  $3$ .
12. Найдите двенадцатый член арифметической прогрессии  $12; 8; 4; \dots$   
 1)  $36$ ;      2)  $-32$ ;      3)  $56$ ;      4)  $-36$ .
13. Найдите шестой член геометрической прогрессии  $6; 3; 1,5; \dots$   
 1)  $\frac{3}{16}$ ;      2)  $0,6$ ;      3)  $192$ ;      4)  $60$ .
14. Найдите седьмой член геометрической прогрессии  $-10; 20; -40; \dots$   
 1)  $1280$ ;      2)  $-\frac{5}{64}$ ;      3)  $-\frac{5}{32}$ ;      4)  $-640$ .
15. Найдите разность арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_1 = 21$ ,  $a_8 = 49$ .  
 1)  $4$ ;      2)  $10$ ;      3)  $-4$ ;      4)  $3,5$ .
16. Найдите разность арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_1 = -18$ ,  $a_{10} = 18$ .  
 1)  $0$ ;      2)  $4$ ;      3)  $-4$ ;      4)  $3,6$ .
17. Найдите знаменатель геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_1 = -4$ ,  $b_6 = \frac{1}{8}$ .  
 1)  $\frac{1}{2}$ ;      2)  $\frac{1}{4}$ ;      3)  $-2$ ;      4)  $-\frac{1}{2}$ .
18. Найдите знаменатель геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_1 = 2$ ,  $b_5 = 162$ .  
 1)  $3$ ;      2)  $-3$ ;      3)  $\pm 3$ ;      4)  $\pm 9$ .
19. Найдите первый член арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_{13} = 5,1$ ,  $d = -0,3$ .  
 1)  $1,5$ ;      2)  $1,2$ ;      3)  $9$ ;      4)  $8,7$ .
20. Найдите первый член арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_{18} = -9,6$ ,  $d = 0,8$ .  
 1)  $4$ ;      2)  $-23,2$ ;      3)  $-24$ ;      4)  $4,8$ .
21. Последовательность  $(b_n)$  — геометрическая прогрессия. Найдите  $b_1$ , если  $b_8 = 512$ ,  $q = 2$ .  
 1)  $0,5$ ;      2)  $0,25$ ;      3)  $4$ ;      4)  $2$ .
22. Последовательность  $(b_n)$  — геометрическая прогрессия. Найдите  $b_1$ , если  $b_3 = \frac{1}{3}$ ,  $b_4 = -\frac{1}{12}$ .  
 1)  $\frac{1}{48}$ ;      2)  $\frac{16}{3}$ ;      3)  $-\frac{16}{3}$ ;      4)  $\frac{4}{3}$ .

23. Найдите сумму первых 26 членов арифметической прогрессии ( $a_1$ ), если  $a_1 = -4$ ,  $d = 3$ .  
 1) 871;      2) 1089;      3) 837,5;      4) 1037,5.
24. Найдите сумму первых 25 членов арифметической прогрессии ( $a_1$ ), если  $a_1 = 18$ ,  $d = -2$ .  
 1) -175;      2) 1075;      3) 1050;      4) -150.
25. Найдите сумму первых пяти членов конечной геометрической прогрессии, если  $b_1 = 6$ ,  $q = 3$ .  
 1) 726;      2) 729;      3) 240;      4) 243.
26. Найдите сумму первых четырех членов конечной геометрической прогрессии, если  $b_1 = \frac{5}{12}$ ,  $q = \frac{1}{5}$ .  
 1)  $\frac{31}{60}$ ;      2) 0,52;      3) -0,52;      4)  $-\frac{31}{60}$ .
27. Найдите восьмой член арифметической прогрессии ( $a_n$ ), если  $a_7 + a_9 = 0,18$ .  
 1) 0,36;      2) 0,18;      3) 0,09;      4) 0,9.
28. Найдите девятнадцатый член арифметической прогрессии ( $a_n$ ), если  $a_{14} + a_{24} = -\frac{4}{5}$ .  
 1)  $-\frac{4}{5}$ ;      2)  $-\frac{2}{5}$ ;      3)  $-\frac{8}{5}$ ;      4)  $-\frac{1}{5}$ .
29. Найдите  $a_4 + a_6$  арифметической прогрессии ( $a_n$ ), если  $a_2 + a_8 = -20,1$ .  
 1) -10,5;      2) -10,05;      3) -20,1;      4) -40,2.
30. Найдите  $a_5 + a_{13}$  арифметической прогрессии ( $a_n$ ), если  $a_{10} + a_8 = \frac{3}{4}$ .  
 1)  $\frac{3}{2}$ ;      2)  $\frac{3}{4}$ ;      3)  $\frac{3}{8}$ ;      4)  $\frac{3}{16}$ .
31. Укажите формулу, которая задает арифметическую прогрессию ( $a_n$ ).  
 1)  $a_n = \frac{n}{n+1}$ ;      3)  $a_n = 21 - 3n$ ;  
 2)  $a_n = n^2 + 2$ ;      4)  $a_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ .

32. Укажите формулу, которая задает геометрическую прогрессию  $(b_n)$ .

1)  $b_n = \frac{2n+1}{n}$ ;      3)  $b_n = 6n + 4$ ;

2)  $b_n = 3n^2$ ;      4)  $b_n = 3 \cdot 2^{n-1}$ .

33. Арифметическая прогрессия  $(a_n)$  задана формулой  $n$ -ого члена  $a_n = -0,5n + 5$ . Найдите  $a_{14} - a_5$ .

1) 0,5;      2) -9,5;      3) -4,5;      4) -2,7.

34. Арифметическая прогрессия  $(a_n)$  задана формулой  $n$ -ого члена  $a_n = 3n - 4,2$ . Найдите  $a_1 \cdot a_8$ .

1) 21,6;      2) 2,16;      3) -2,64;      4) -23,76.

35. Данна последовательность  $a_n = -0,3n + 6$ . Укажите номер ее члена, равного -12,3.

1) 21;      2) 91;      3) 61;      4) 43.

36. Данна последовательность  $b_n = 2 \cdot 5^{n-2}$ . Укажите номер ее члена, равного 1250.

1) 4;      2) 2;      3) 1;      4) 6.

---

37. Найдите разность арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_3 = -2$ ,  $a_9 = 19$ .

38. Найдите разность арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_5 = 9$ ,  $a_{16} = -24$ .

39. Найдите первый член арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_5 = 43$ ,  $a_9 = 21$ .

40. Найдите первый член арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_7 = 36$ ,  $a_{15} = 64$ .

41. Найдите знаменатель возрастающей геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_6 = \frac{1}{25}$ ,  $b_{10} = 400$ .

42. Найдите знаменатель убывающей геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_5 = 3$ ,  $b_7 = \frac{3}{25}$ .

43. Найдите знаменатель знакочередующейся геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_3 = 5$ ,  $b_7 = 405$ .

44. Укажите номер данного члена арифметической прогрессии -1; -0,5; 0; ..., если  $a_n = 15$ .

45. Укажите номер данного члена арифметической прогрессии 2;  $\frac{4}{3}$ ;  $\frac{2}{3}$ ; ..., если  $a_n = -4$ .

46. Укажите номер данного члена геометрической прогрессии 4; 12; 36; ... , если  $b_n = 972$ .
47. Укажите номер данного члена геометрической прогрессии 20; 4; 0,8; ... , если  $b_n = \frac{4}{625}$ .
48. Определите, начиная с какого номера, все члены данной арифметической прогрессии  $-14; -11,5; -9; \dots$  положительны.
49. Определите, начиная с какого номера, все члены данной арифметической прогрессии  $28; 26,5; 25; \dots$  отрицательны.
50. Определите, начиная с какого номера, все члены данной арифметической прогрессии  $-32; -25,6; -18,2; \dots$  неотрицательны.
51. Определите, начиная с какого номера, все члены данной арифметической прогрессии  $15; 12,5; 10; \dots$  неположительны.
52. Определите, начиная с какого номера, все члены арифметической прогрессии  $-5; -1; 3$  удовлетворяют неравенству  $a_n \geq 27$ .
53. Определите, начиная с какого номера, все члены арифметической прогрессии  $3; 7; 11; \dots$  удовлетворяют неравенству  $a_n > 55$ .
54. Определите, начиная с какого номера, все члены арифметической прогрессии  $2; 0,5; -1; \dots$  удовлетворяют неравенству  $a_n \leq -13$ .
55. Определите, начиная с какого номера, все члены арифметической прогрессии  $16; 13; 10; \dots$  удовлетворяют неравенству  $a_n < -8$ .
56. Найдите число членов геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_1 = 6$ ,  $q = 3$ ,  $S_n = 726$ .
57. Найдите число членов геометрической прогрессии  $(b_n)$ , если  $b_1 = 128$ ,  $q = \frac{1}{2}$ ,  $b_n = \frac{1}{4}$ .
58. Найдите разность арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_4 + a_{10} = 36$ ,  $a_8 - a_3 = 2$ .
59. Найдите первый член арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_5 + a_8 = 16$ ,  $a_7 - a_2 = 4$ .
60. Найдите разность арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_6 + a_5 = -4$ ,  $a_8 + a_{10} = -18$ .

61. Найдите разность возрастающей арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_6 + a_8 = 15$ ,  $a_2 \cdot a_{12} = 56$ .
62. Найдите первый член убывающей арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_7 + a_2 = 5$ ,  $a_5 \cdot a_4 = -36$ .
63. Найдите значения  $t$ , при которых числа  $3t + 2$ ,  $2t + 5$ ,  $15t + 1$  являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии.
64. Найдите значения  $t$ , при которых числа  $3t - 4$ ,  $5t$ ,  $4t + 10$  являются тремя последовательными членами арифметической прогрессии.
65. Найдите сумму первых  $n$  членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_3 = 10$ ,  $a_{12} = 37$ ,  $n = 21$ .
66. Найдите сумму первых  $n$  членов арифметической прогрессии  $(a_n)$ , если  $a_8 = 8$ ,  $a_{15} = -27$ ,  $n = 10$ .
67. Найдите сумму всех двузначных чисел, кратных 12.
68. Найдите сумму всех двузначных чисел, кратных 8.
69. Найдите сумму всех двузначных чисел, которые при делении на 8 дают в остатке 3.
70. Найдите сумму всех двузначных чисел, которые при делении на 6 дают в остатке 4.
71. Сумма двадцати пяти членов арифметической прогрессии равна 525. Найдите разность прогрессии, если известно, что ее первый член равен  $-51$ .
72. Сумма шестнадцати членов арифметической прогрессии равна 432. Найдите первый член прогрессии, если известно, что разность прогрессии равна  $-2$ .
73. Между числами 7 и 448 вставьте положительное число так, чтобы получилось три последовательных члена геометрической прогрессии.
74. Между числами  $\frac{1}{12}$  и  $\frac{1}{192}$  вставьте отрицательное число так, чтобы получилось три последовательных члена геометрической прогрессии.
75. Найдите значение  $p$ , при котором числа  $p - 3$ ,  $\sqrt{4p}$ ,  $p + 2$  являются последовательными тремя членами геометрической прогрессии.

76. Найдите значение  $p$ , при котором числа  $p - 5$ ,  $\sqrt{7p}$ ,  $p + 4$  являются последовательными тремя членами геометрической прогрессии.
77. В прямоугольник со сторонами 16 см и 18 см вписывается ромб, вершины которого являются серединами сторон прямоугольника. В полученный ромб аналогичным образом вписывается прямоугольник, а в него снова ромб и так далее. Докажите, что площади полученных фигур образуют геометрическую прогрессию. Найдите знаменатель этой прогрессии.
78. Клиент положил в банк 30 000 рублей с ежеквартальным начислением 3% сроком на полтора года. Какая сумма по вкладу будет им получена в конце срока?
79. Три числа составляют геометрическую прогрессию. Если к первому из них прибавить 25, второе оставить без изменения, а третье разделить на 3, то получатся три числа арифметической прогрессии. Найдите данные числа, если второе число равно 60.
80. Три числа составляют арифметическую прогрессию. Если первое число удвоить, второе оставить без изменения, а третье увеличить на 6, то получатся три последовательных числа геометрической прогрессии. Найдите данные числа, если второе число в 4 раза больше первого.

# ОТВЕТЫ

---

## ЗАДАЧИ НА ПОВТОРЕНИЕ

1. а)  $9\frac{5}{6}$ ; б) 2,32. 2. а)  $-2x^2; y^2$ . 3. а) 3; б) 2. 7. а) 17,8; б) 87; в) -21;  
г) 20,75. 8. а)  $\frac{1}{4}$ ; б)  $\frac{1}{2}$ ; в)  $1\frac{1}{3}$ ; г) 0,78. 9. а)  $ax(x+3)$ , б)  $5x^2y \cdot (3xy + 2 - 4y^2)$ ;  
в)  $a^2b \cdot (5 - 6b)$ ; г)  $13c^3p^5 \cdot (15c^3 - 7c^2p + 17p^5)$ . 10. а)  $(a+b)(x+c)$ ;  
б)  $(a+b)(y+4)$ ; в)  $(m-n)(9m-5)$ ; г)  $(b^2+2c^2)(16a+5c)$ . 12. а) 60; б) 12 500;  
в) 360; г) 100. 13. а)  $(m-7)(m+7)$ ; б)  $2(ac-3)(ac+3)$ ; в)  $(8p-9q)(8p+9q)$ ;  
г)  $10x^4(x-1)(x+1)$ . 14. а)  $(c-4)(c^2+4c+16)$ ; б)  $(5a^2-2b)^2$ ; в)  $5 \cdot (a+b)^2$ ;  
г)  $15(a+b)(a^2-ab+b^2)$ . 15. а)  $(x-y)^2(x+y)$ ; б)  $(d-5)(d-11)$ ;  
в)  $(m-2n-1)(m+2n)$ ; г)  $(n+3)(n+13)$ . 16. а)  $\frac{6}{7}$ ; б)  $-a$ ; в)  $-\frac{1}{4}$ ; г)  $-y$ .
17. а)  $\frac{1}{b-7}$ ; б)  $1+5y$ ; в)  $\frac{x+y}{y-x}$ ; г)  $\frac{1}{2t+1}$ . 18. а)  $\frac{2}{7}$ ; б) 10. 19. а)  $\frac{(x-1)^2}{x^2}$ ;  
б)  $\frac{1}{d^6}$ ; в)  $\frac{2(4x+y)}{x^2-y^2}$ ; г)  $\frac{13c}{6(c^2-1)}$ . 20. а)  $\frac{2(6-c)}{(c-2)^2}$ ; б)  $\frac{m^2+mn+n^2}{m^3+n^3}$ ;  
в)  $\frac{1}{3a+2}$ ; г)  $\frac{2y}{y^3+8}$ . 21. а)  $\frac{x+y}{x}$ ; б)  $\frac{c-7}{4c}$ ; в)  $\frac{(x-5)(x-4)}{6}$ ; г)  $\frac{t+2}{3t}$ .
22. а)  $\frac{a^2+b^2}{a}$ ; б)  $\frac{1}{a+b}$ . 23. а) -1; б)  $\frac{16}{9-a^2}$ . 24. а) (4; 2); б) (9; 7);  
в) (60; 30); г) (-3; 4). 25. а) Нет решений; б)  $\left(x; \frac{4}{3}x-4\right)$ , где  $x$  — любое  
действительное число. 26. а) 3; б) 8,5; в) 0; г)  $\frac{77}{135}$ . 27. а)  $2\sqrt{3}$ ; б)  $3a\sqrt{6a}$ ;  
в)  $7d$ ; г)  $2\sqrt{2}|z|$ . 29. а)  $6\sqrt{5}$ ; б)  $-8\sqrt{a}$ ; в)  $8\sqrt{3}$ ; г)  $7,8\sqrt{5m}$ . 30. а) 1; б) 0.  
31. а)  $-2a$ ; б)  $a^2-b^2$ . 32. а)  $2\sqrt{3}$ ; б)  $2a-3b$ ; в)  $27-\sqrt{15}$ ; г)  $c^3+d\sqrt{d}$ .
33. а)  $\frac{\sqrt{a}+3}{6(2-\sqrt{a})}$ ; б)  $\frac{2\sqrt{c}+3\sqrt{d}}{\sqrt{cd}(\sqrt{c}+\sqrt{d})}$ ; в)  $\frac{1}{12}(\sqrt{a}+1)(\sqrt{a}+2\sqrt{b})$ ; г)  $\frac{x}{x-\sqrt{2}}$ .
34. а)  $\frac{x+y}{xy}$ ; б)  $\frac{d+c}{c^2d^2(d-c)}$ ; в)  $\frac{1}{kl(l-k)}$ ; г)  $-\frac{a^2b^2}{a^2+ab+b^2}$ . 35. 2,25.
36. а)  $-1, -\frac{1}{2}$ ; б)  $1, \frac{3}{5}$ ; в)  $-2, \frac{1}{3}$ ; г)  $\frac{1}{2}, -\frac{1}{7}$ . 37. а)  $4, -2, -1 \pm \sqrt{3}$ ;  
б)  $\pm\sqrt{4,2}$ ; в) 9, -10; г) 1, -1. 38. а)  $(x-5)(x-12)$ ; б)  $(x-1)(3x+38)$ ;

- в)  $(x - 1)(2x - 295)$ ; г)  $(x + 5)(x + 21)$ . 39. а)  $\frac{3x - 1}{x + 3}$ ; б)  $\frac{5x - 4}{x}$ ; в)  $\frac{2x - 1}{x + 4}$ ; г)  $\frac{2x - 1}{x - 3}$ . 40. а)  $-1,5$ ; б)  $2$ ; в)  $-5, 4$ ; г)  $-3$ . 41. а)  $\pm 1, \pm 4$ ; б)  $1, 2$ ; в)  $\pm 2, \pm \frac{2}{3}$ ; г)  $2, -1$ . 42. 6 км. 43. 15 км/ч. 44. 15 км/ч. 45. 40 км/ч. 46. 3 м, 2 м. 47. 15 км/ч, 12 км/ч. 48. 7 км/ч. 49. 9 дней. 50. 16 г/ч, 18 г/ч. 51. 6 рейсов. 52. 429 деталей. 53. 800 учащихся, 700 учащихся. 54. 7 сумок. 55. 15 км/ч, 12 км/ч. 56. 60 км/ч. 57. 30 км/ч, 20 км/ч. 58. 30 км/ч. 59.  $210 \text{ см}^2$ .

## ГЛАВА 1

- § 1**
- 1.3. а)  $a < -16$ ; б)  $b > 15\frac{1}{3}$ ; в)  $x < \frac{1}{13}$ ; г)  $y > -1$ . 1.4. а)  $a > 5$ ; б)  $y \leq -4$ ; в)  $x \geq -1\frac{1}{5}$ ; г)  $c < \frac{1}{5}$ . 1.5. а)  $x \leq -1, x \geq 7$ ; б)  $-4 < x < 2$ ; в)  $x < 1, x > 5$ ; г)  $-8 \leq x \leq 6$ . 1.6. а)  $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{1}{2}$ ; б)  $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{4}$ ; в)  $-1\frac{1}{3} \leq x \leq 2\frac{1}{2}$ ; г)  $x < -\frac{1}{15}, x > 2$ . 1.7. а), г)  $-\infty < x < +\infty$ ; б), в) нет решений. 1.8. а)  $x < 1,5$ ,  $x > 1,5$ ; б)  $-\frac{4}{5}$ ; в)  $-\infty < x < +\infty$ ; г) нет решений. 1.9. а)  $x \geq \frac{1}{2}$ ; б)  $x \leq 4,5$ ; в)  $x \geq -1,5$ ; г)  $x \leq 2,6$ . 1.10. а)  $x \leq -9, x \geq -\frac{1}{3}$ ; б)  $-1 \leq x \leq 6$ ; в)  $x \leq -4,5$ ,  $x \geq 1$ ; г)  $-7 \leq x \leq 3$ . 1.11. а)  $x < 2$ ; б)  $x > -3$ ; в)  $x < -5$ ; г)  $x > 3$ . 1.12. а)  $x < 7, x > 11$ ; б)  $x < -0,4, x > 1,5$ ; в)  $x < -12, x > 3$ ; г)  $x < -1\frac{1}{3}, x > \frac{1}{4}$ . 1.13. а)  $-2 < a < 1$ ; б)  $-1 < b < 4$ ; в)  $-3,5 < c < 2$ ; г)  $\frac{1}{3} < y < 3$ . 1.14. а)  $-7 \leq x \leq 3$ ; б)  $y < -1\frac{2}{3}, y > 4$ ; в)  $t \leq -9, t \geq -4$ ; г)  $-3 < z < \frac{1}{2}$ . 1.15. а)  $p < -6, p > 3$ ; б)  $p = -6, p = 3$ ; в)  $-6 < p < 3$ ; г)  $p \leq -6, p \geq 3$ . 1.16. а)–г) Нет. 1.17. а)  $-5 < x < 5$ ; б)  $-1 \leq x \leq 5$ ; в)  $-3 \leq x \leq 3$ ; г)  $-7 < x < 1$ . 1.18. а)  $x \leq -1,5, x \geq 1,5$ ; б)  $x < -7, x > 9$ ; в)  $x < -18, x > 18$ ; г)  $x \leq -9, x \geq 1$ . 1.19. а)  $x < -1, x > 3$ ; б)  $-6 \leq x \leq 2$ ; в)  $x \leq 0, x \geq 6$ ; г)  $-12 < x < 2$ . 1.20. а)  $\frac{-1 - \sqrt{17}}{4} < x < \frac{-1 + \sqrt{17}}{4}$ ; б)  $x \leq \frac{-1 - \sqrt{13}}{2}, x \geq \frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$ ; в)  $x \leq 2 - \sqrt{2}, x \geq 2 + \sqrt{2}$ ; г)  $\frac{1 - \sqrt{5}}{2} < x < \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ . 1.21. а)  $x < -11, x > 2$ ; б)  $x \leq -5, x \geq 3$ ; в)  $-10 < x < 1$ ; г)  $x < -8, x > -2$ . 1.22. а)  $x < -2, x > \frac{1}{2}$ ; б)  $-2\frac{1}{3} < x < 1\frac{2}{3}$ ; в)  $x \leq -3, x \geq 6$ ; г)  $x \leq -3,5, x \geq 0,5$ . 1.23. а)  $-4, -2, 4$ ;

- б) при  $p < -4$ ,  $-4 < p < -2$ ,  $p > 4$ ; в) при  $p \leq -2$ ,  $p \geq 4$ . 1.24. а)  $p = 1$  или  $p = -5$ ; б)  $p = 2$ ; в)  $p = -1$  или  $p = -3$ ; г)  $p = -2$ . 1.25. а)  $p = 3$  или  $p = 11$ ; б)  $p = 6$ , 7 или 8. 1.26. а)  $p = 1$ ; б)  $p = 2$ ; в)  $p = 3$ ; г) нет решений.

**§ 2**      2.1. а)  $x < -3$ ,  $x > -2$ ; б)  $-3 < x < 0,5$ ; в)  $x < -4$ ,  $x > \frac{1}{4}$ ; г)  $\frac{1}{3} < x < \frac{4}{9}$ .

2.2. а)  $0 < t < 1$ ; б)  $0 \leq t \leq \frac{1}{4}$ ,  $t \geq 12$ ; в)  $t < -3$ ,  $t > 0$ ; г)  $t \leq -8$ ,  $0 \leq t \leq 1,2$ .

2.3. а)  $x < 0$ ,  $x > 1$ ; б)  $-2 \leq x \leq 0$ ; в)  $x \leq 0$ ,  $x \geq 3$ ; г)  $-5 < x < 0$ . 2.4. а)  $x < -2$ ,  $x > 2$ ; б)  $x \leq -3$ ,  $0 \leq x \leq 3$ ; в)  $x \leq -5$ ,  $x \geq 5$ ; г)  $x < -8$ ,  $0 < x < 8$ .

2.5. а)  $a < -15$ ,  $a > 15$ ; б) нет решений; в)  $-4 \leq b \leq 4$ ; г)  $c \leq -2$ ,  $c \geq 2$ .

2.6. а)  $-4 < x - 2$ ;  $x > 1$ ; б)  $x < -6$ ,  $1\frac{1}{5} < x < 3$ ; в)  $x < -3$ ,  $-1 < x < 2$ ; г)  $-5 < x < -\frac{1}{4}$ ,  $x > 3$ . 2.7. а)  $-\frac{1}{3} < x < 0$ ,  $x > 4$ ; б)  $x \leq -1\frac{1}{2}$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ ; в)  $-5 < x < 0$ ,  $x > \frac{1}{2}$ ; г)  $x < -2$ ,  $\frac{1}{4} < x < 2$ . 2.8. а)  $x < -\frac{1}{3}$ ,  $1\frac{1}{2} < x < 2$ ; б)  $x \geq 1$ ,  $-1\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$ ; в)  $\frac{2}{3} < x < 1\frac{1}{2}$ ,  $x > 4$ ; г)  $x \leq -7$ ,  $-\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{5}{2}$ .

2.9. а)  $-3 < x < 0$ ,  $x > 2$ ; б)  $x < -6$ ,  $0 < x < 2$ ; в)  $-1 \leq x \leq 0$ ,  $x > 9$ ; г)  $x < -7$ ,  $0 < x \leq 5$ . 2.10. а)  $1\frac{1}{2} < x < 2\frac{1}{3}$ ; б)  $x < 2$ ; в)  $x < -2$ ,  $x \geq 1$ ; г)  $x < 5$ ,  $x > 14$ . 2.11. а)  $-3 \leq x \leq -1$ ; б)  $-4 \leq x \leq 2$ ; в)  $x \leq -5$ ,  $x \geq -2$ ; г)  $x \leq 1$ ,  $x \geq 5$ . 2.12. а)  $-\infty < x < +\infty$ ; б) нет решений; в)  $-\frac{1}{7}$ ; г) 4. 2.13. а)  $-\infty < x < +\infty$ ; б) нет решений; в) нет решений; г)  $-\infty < x < +\infty$ . 2.14. а)  $-\infty < x < +\infty$ ; б) нет решений; в) нет решений; г)  $-\infty < x < +\infty$ . 2.15. а)  $-1\frac{2}{3} < x < -\frac{2}{3}$ ,  $\frac{2}{3} < x < 1\frac{1}{2}$ ; б)  $x < -\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2} < x < \frac{2}{3}$ ,  $x > 1$ ; в)  $-1 < x < \frac{2}{3}$ ,  $2 < x < 5$ ; г)  $x < -2,5$ ,  $-\frac{3}{4} < x < 3$ ,  $x > 3,5$ . 2.16. а)  $x < -3$ ,  $-2 \leq x \leq 2$ ,  $x > 3$ ; б)  $-4 \leq x < -3$ ,  $x = 0$ ,  $3 < x \leq 4$ ; в)  $-13 \leq x < -10$ ,  $10 < x \leq 13$ ; г)  $x < -12$ ,  $-7 < x < 0$ ,  $0 < x < 7$ ,  $x > 12$ . 2.17. а)  $-8 < x < 0$ ,  $x > 8$ ; б)  $x \leq -\sqrt{2}$ ,  $0 \leq x \leq \sqrt{2}$ ; в)  $-1 \leq x \leq 0$ ,  $x \geq 1$ ; г)  $x < -\sqrt{10}$ ,  $0 < x < \sqrt{10}$ . 2.18. а)  $x < \frac{2}{3}$ ,  $1 < x < 2,5$ ; б)  $x \leq -1,5$ ,  $-0,5 \leq x < 1$ ,  $x > 4$ ; в)  $x < -4$ ,  $-3 \leq x \leq -2$ ,  $-1 \leq x < \frac{1}{2}$ ,  $x > 3$ ; г)  $x < -0,5$ ,  $\frac{2}{3} < x < 4$ ,  $x > 7$ . 2.19. а)  $x < 0$ ,  $2 \leq x \leq 4$

- 6)  $0 < x \leq 1$ ,  $x \geq 2$ ; в)  $x \leq -3$ ,  $-1 \leq x < 0$ ; г)  $-2 < x < 0$ ,  $x > 4$ . 2.20. а)  $x < 1$ ;  
 б)  $x \geq -5$ ; в)  $x < 7$ ; г)  $x \leq -1,2$ . 2.21. а)  $x > 9$ ; б)  $x \leq -4$ ,  $x = -2$ ; в)  $-3 < x < 0$ ,  
 $x > 0$ ; г)  $x \leq 5$ . 2.22. а)  $-6 < x < 1$ ,  $1 < x < 2$ ; б)  $x > 8$ ; в)  $x \leq 3$ ,  $x \geq 7$ ;  
 г)  $x = 1$ ,  $x \geq 6$ . 2.23. а)  $x < -2$ ,  $-2 < x < -1$ ,  $x > 7$ ; б)  $x \leq -3$ ,  $1 \leq x \leq 2$ ;  
 в)  $-6 < x < 1$ ; г)  $2 \leq x \leq 4$ ,  $x \geq 5$ . 2.24. а)  $x < 2$ ,  $3 < x < 5$ ,  $x > 7$ ; б)  $x < -3$ ,  
 $x > 3$ ; в)  $-8 < x < -1$ ; г)  $-5 < x < -4$ ,  $-3 < x < 5$ . 2.25. а)  $-8 < x < -1$ ;  
 б)  $-4 \leq x < -1$ ,  $0 < x \leq 4$ ; в)  $-4 < x < 2$ ,  $x \geq 3,5$ ; г)  $x < -4$ ,  $-3 < x < 3$ ,  
 $x > 7$ . 2.26. а)  $0 < x < 3$ ,  $x = 7$ ; б)  $-1\frac{1}{3} \leq x < \frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{2} < x \leq 1\frac{1}{3}$ ; в)  $x < -5$ ,  
 $-5 < x \leq -4$ ,  $x \geq 0$ ; г)  $x < -5$ ,  $x = -\frac{1}{3}$ ,  $x > 5$ . 2.27. а)  $x < 4$ ; б)  $x \leq \frac{1}{2}$ ,  
 $x \geq 2$ ; в)  $x > -8$ ; г)  $-3 \leq x \leq -\frac{1}{3}$ . 2.28. а)  $x < -7$ ; б)  $x \leq -1,5$ ,  $x \geq 1,5$ ;  
 в)  $x \leq 6$ ; г)  $0 < x < \frac{1}{5}$ . 2.29. а)  $-1\frac{2}{3} < x \leq 0$ ,  $x > 1\frac{2}{3}$ ; б)  $-8 < x \leq 1$ ;  
 в)  $-1 < x < 5$ ; г)  $-2 < x < 2$ . 2.30. а)  $-12 < x \leq -2$ ,  $x > 4$ ; б)  $x < -2$ ,  
 $-2 < x \leq 7$ ; в)  $x \leq -5$ ,  $-2 \leq x < 6$ ; г)  $-8 < x < 3$ ,  $x > 3$ . 2.31. а)  $x \leq -3$ ,  
 $2 < x < 3$ ,  $x > 3$ ; б)  $\frac{1}{2} \leq x < 2$ ,  $2 < x < 3$ ; в)  $1 \leq x < 2$ ; г)  $x < -5$ ,  $x \geq -\frac{1}{3}$ .  
 2.32. а)  $-3 < x < -2$ ,  $-1 < x < 1$ ; б)  $x < -1$ ,  $-\frac{1}{3} < x < 0$ ,  $x > 1$ ; в)  $x < -2$ ,  
 $x > 2$ ; г)  $x < 3$ ,  $3,5 < x < 4$ . 2.33. а)  $x \leq -4$ ,  $x \geq -3$ ; б)  $x < -1$ ,  $0 \leq x < 1$ ;  
 в)  $-7 < x < -5$ ,  $x > -5$ ; г)  $-8 < x < -5$ ,  $0 < x < 5$ . 2.34. а)  $0, 1, 2, 3$ ; б)  $-3, -2, -1, 0$ ;  
 в)  $1, 2, 3$ ; г)  $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ . 2.35. а)  $-5 < x < -1$ ,  $0 < x < 2$ ,  $x > 2$ ; б)  $x < -5$ ,  
 $-1 < x < 0$ ; в)  $-5 \leq x \leq -1$ ,  $x \geq 0$ ; г)  $x \leq -5$ ,  $-1 \leq x \leq 0$ ,  $x = 2$ . 2.36. а)  $x < -2$ ,  
 $-2 < x < -1\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{2} < x < 0$ ,  $x > 1$ ; б)  $-1\frac{1}{2} < x < -\frac{1}{2}$ ,  
 $0 < x < 1$ ; в)  $x \leq -1\frac{1}{2}$ ,  $-\frac{1}{2} < x < 0$ ,  $x \geq 1$ ; г)  $x = -2$ ,  $-1\frac{1}{2} \leq x < -\frac{1}{2}$ ,  
 $0 < x \leq 1$ . 2.37. а)  $-2$ ; б)  $1, -4$ ; в)  $0, -1, -3$ ; г)  $2, -5$ .

- § 3**      3.3. а)  $(-\infty; -4\frac{1}{3}]$ ; б)  $(-1; 2)$ ; в)  $(-1; 1)$ ; г)  $[-2; 4)$ . 3.5. а) 0;  
 б)  $-9$ ; в) 0; г) 4. 3.6. а) Да; б) нет; в), г) да. 3.7. а)  $x_1 = 0$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 3$ ;  
 г) 6. 3.12. а)  $\{10, 20, 30, 40\}$ ; б)  $\{3, 9, 15, 21\}$ ; в)  $\{-10, 0\}$ ; г)  $\{2\}$ . 3.15. а)  $\{c\}$ ;  
 б)  $\{c, d, e, g, k\}$ ; в)  $\{c, e\}$ ; г)  $\{a, b, c, d, e, f, g, k\}$ . 3.16. а) 5, 6, 7, 8, 9;  
 б)  $M = \{729, 512, 343, 216, 125\}$ ; в)  $A = \{2, 3, 5, 6, 9\}$ ; г) 6. 3.17. а) (1; 2);  
 б)  $\left[-4,5; -\frac{2}{9}\right]$ . 3.18. а) 3; б) 6; в) 9; г) одну треть. 3.19. а) 2; б) 4; в) 8;

г) одну четверть. 3.20. а)  $(\sqrt{101}; 11)$ ; б)  $[\sqrt{97}; 13]$ ; в)  $(\sqrt{101}; \sqrt{167})$ ; г)  $(7,7; 13]$ . 3.21. а) 26; б) 126; в) 225. 3.22. а) 18; б) 14; в) 7. 3.23. а) 100; б) 800; в) 600; г) 1400. 3.24. а) 15; б) 12; в) 3. 3.25. 30.

## § 4

4.5. а)  $y < 2$ ; б)  $y \geq 6$ ; в)  $-4 < y < 6$ ; г)  $x \geq 4$ . 4.6. а)  $t \leq 3,5$ ; б)  $1,5 \leq t < 4$ ; в)  $t \leq -2$ ; г)  $t \geq 2$ . 4.7. а)  $2 \leq x \leq 2,5$ ; б) нет решений; в)  $13\frac{1}{3} < x < 25$ ; г) 12. 4.8. а), в) Нет решений; б)  $-4 \leq x \leq -2$ ; г)  $-5 < x \leq -1$ .

4.9. а)  $3 < x < 4$ ; б) нет решений; в)  $x < \frac{1}{3}$ ; г)  $-3 < x < -2,5$ . 4.10. а), в) Нет решений; б)  $x > \frac{2}{3}$ ; г)  $x > \frac{1}{7}$ . 4.11. а)  $-3 < x < 3$ ; б), г) нет решений; в)  $x \leq -4$ ,  $x \geq 4$ . 4.12. а)  $x \geq 3$ ; б)  $-5 \leq x < 0$ ; в)  $x \geq 9$ ; г)  $1 \leq x < 2$ .

4.13. а)  $x \leq -4$ ,  $x \geq 4$ ; б)  $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3}$ ; в) нет решений; г)  $-\frac{1}{7} < x < \frac{1}{7}$ .

4.14. а)  $0,5 \leq x \leq 1$ ; б)  $x \leq 2$ ,  $x \geq 5$ ; в)  $-1 \leq x < 2$ ,  $7 < x \leq 8$ ; г)  $-2,5 < x \leq -1$ .

4.15. а)  $-\frac{2}{3} \leq x \leq 2$ ; б)  $-6 < x < 6$ ; в)  $-2 < x < -1$ ; г)  $0 \leq x \leq 8$ .

4.16. а)  $2 < x < 7$ ; б)  $-2 \leq x \leq 1$ ; в)  $1 \leq x \leq 6$ ; г)  $-4 < x < -1$ .

4.17. а)  $-0,5 \leq x \leq 1,5$ ; б)  $3 \leq x \leq 5$ ; в)  $0 \leq x < 2$ ; г)  $1,6 < x < 0$ .

4.18. а)  $-0,6 < x < 1,8$ ; б)  $-6,5 \leq x \leq -0,5$ . 4.19. а) 0; 3; б) -2; 0.

4.20. а)  $[-2; 4]$ ; б)  $[-4; 5]$ ; в)  $[2; 4]$ ; г)  $[3; +\infty)$ . 4.21. а)  $-11 \leq x \leq 3$ ;

б)  $\frac{4}{7} \leq x < 1$ ; в)  $-1,5 < x \leq 0$ ; г)  $-2\frac{4}{7} \leq x \leq 13$ . 4.22. а)  $x < 6$ ; б)  $\frac{1}{4} < x < \frac{4}{5}$ ;

в)  $x > 2\frac{2}{3}$ ; г)  $1 < x < 15$ . 4.23. а)  $-1 \leq x < 3\frac{1}{3}$ ; б)  $x < \frac{3}{5}$ ; в)  $2,1 < x \leq 3,5$ ;

г)  $4,5 < x < 6,5$ . 4.24. а)  $1,5 < x < 2$ ; б)  $1 < x < 1,3$ ; в)  $1\frac{1}{4} < x < 1\frac{3}{5}$ ; г)  $x > 4$ .

4.25. а)  $4 \leq x < 5$ ; б)  $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{6}$ ; в)  $1\frac{1}{4} \leq x < 1\frac{1}{2}$ ; г)  $x \leq -4,5$ ,  $x \geq 8,5$ .

4.26. а)  $-2 \leq x < 0$ ,  $1 \leq x \leq 3$ ,  $x \geq 4$ ; б)  $2 \leq x \leq 9$ ; в) нет решений;

г)  $2 \leq x \leq 3$ . 4.27. а)  $-8 < x < -1$ ; б)  $x \leq -3$ ,  $-1 \leq x < 0$ ; в)  $-1 < x < 1$ ;

г)  $-1\frac{2}{3} < x < -1$ ,  $x = 0$ . 4.28. а)  $(-\infty; 1] \cup [7; +\infty)$ ; б)  $\left[-\frac{2}{3}; 3,5\right] \cup [4; 5)$ ;

в)  $[-\infty; 2] \cup [3; 5] \cup [6; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; -2) \cup (7; +\infty)$ . 4.29. а)  $[4; 7]$ ;

6)  $[-3; 1] \cup [2; 3]$ ; в)  $(-\infty; -1] \cup [1; 2] \cup [3; +\infty)$ ; г)  $[-1; 5]$ . 4.30. а)  $(-\infty; -4] \cup$   
 $\cup [2,5; +\infty)$ ; б)  $[2,5; +\infty)$ ; в)  $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup (5; +\infty)$ ; г)  $(5; +\infty)$ . 4.31. а)  $\frac{37}{40}$ ;  
 б)  $-\frac{1}{2}$ . 4.32. а) 1; б) 6,  $-2$ . 4.33. а)  $-4, -3$ ; б) 1, 2; в)  $-1, 0, 1, 2$ ; г) 4, 5.

4.34. а)  $x = -1$ ; б)  $x = 2$ ,  $6 \leq x \leq 8$ ; в)  $-8 < x \leq -3$ ; г)  $-1 \leq x < 8$ .

4.35. а)  $-5 < x < 1$ ; б)  $-5 < x \leq -2$ ,  $1 \leq x < 5$ ; в)  $-3\frac{2}{3} < x < 2$ ; г)  $-5,6 < x \leq -1$ ,

$1 \leq x < 6$ . 4.36. а)  $x < 1$ ; б)  $-3 \leq x \leq 2$ ; в)  $x > 2$ ; г)  $x \leq -5$ ,  $1 \leq x \leq 5$ .

4.37. а)  $-5 \leq x < -4$ ,  $x > 4$ ; б)  $0 < x < 1$ ; в)  $x \leq 0$ ,  $6 \leq x < 7$ ; г)  $-2 < x < 3$ .

4.38. а)  $p < 3$ ,  $p \geq 3$ ; б)  $p \leq 7$ ,  $p > 7$ ; в)  $p < 5$ ,  $p \geq 5$ ; г)  $p \geq 2$ ,  $p < 2$ .

4.39. а)  $p = 5$ ; б), г) не существует; в)  $p \leq 3$ . 4.40. а)  $p \leq 0$ ; б)  $p > 2\frac{2}{11}$ .

## ГЛАВА 2

**§ 5** 5.3. а) 5; б) 13; в) 5; г) 17. 5.11. а)  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ ;  
 б)  $(x + 3)^2 + (y - 8)^2 = 121$ ; в)  $x^2 + (y + 10)^2 = 49$ ; г)  $(x + 5)^2 + (y + 2)^2 = 16$ .

5.12. а)  $x^2 + y^2 = 4$ ; б)  $x^2 + y^2 = 3$ ; в)  $x^2 + y^2 = 2,25$ ; г)  $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ .

5.13. а)  $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 1$ ; б)  $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$ ; в)  $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 4$ ;

г)  $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 1$ . 5.14. а)  $x^2 + (y + 1)^2 = 1$ ; б)  $(x + 3)^2 + y^2 = 9$ ;

в)  $x^2 + (y - 3)^2 = 9$ ; г)  $(x - 2)^2 + y^2 = 4$ . 5.15. а)  $(-2; 3)$ ; б)  $(0,5; -1,5)$ ;

в)  $\left(1\frac{1}{3}; 0\right)$ ; г)  $(0; 1; 2)$ . 5.18. а)  $(-1; 3)$ ; б)  $(1; 2), (-2; -1)$ ; в)  $(3; 6), (-3; 6)$ ;

г)  $(-3; 5), (1; -3)$ . 5.19. а)  $(1; -3), (-3; 1)$ ; б)  $(2; 2), (-1; -4)$ ; в)  $(4; -2), (-2; 4)$ ;

г)  $(2; 3), (-2; -3)$ . 5.20. а), б) два; в) три; г) нет решений. 5.21. а)  $(-1; 0)$ ;

б)  $(1; 1), (1; -5)$ ; в)  $(0; -1), (6; -1)$ ; г)  $(2; 2)$ . 5.25. а)  $(x + 5)^2 + (y - 2)^2 = 25$ ;

б)  $(x - 12)^2 + (y + 5)^2 = 169$ ; в)  $(x + 4)^2 + (y + 6)^2 = 36$ ; г)  $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 100$ .

5.26. а)  $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 50$ ; б)  $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 25$ . 5.27. а)  $(x + 7)^2 + y^2 = 25$ ;

б)  $x^2 + (y + 6)^2 = 100$ . 5.30. а)  $(3k + 2; 2k - 1)$ ; б)  $(2 - 3k; 2k - 1)$ ; в)  $(3k + 2; 1 - 5k)$ ;

г)  $(4k + 1; 5k + 6)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ . 5.31. а)  $(1; 1), (1; -1), (-1; 1), (-1; -1)$ ;

б)  $(4; 1), (4; -1), (-4; 1), (-4; -1)$ . 5.32. а)  $(0; 0), (3; 3), (-1; 1), (2; 4)$ ;

б)  $(2; 3), (2; -1), (-2; 1), (-2; -3)$ . 5.33. 54. 5.34. а)  $(0; 0), (1; 1)$ ; б)  $(0; 2)$ ;

в)  $(2; 1), (-1; -2)$ ; г)  $(1; 0), (5; -4)$ . 5.35. а)  $(1; 1), (-1; 1)$ ; б)  $(0; -1), (-1; 0)$ ,

$(1; 0)$ ; в)  $(0; -3), (-1; -4), (-2; -3)$ ; г)  $(-3; 0), (0; -3), (3; 0)$ . 5.36. а)  $p = 2$ ;

б)  $p = 5$ . 5.37. а)  $p = 0$ ; б)  $p = 0, p = -4$ . 5.38. а)  $p = -2$ ; б)  $p = 2$ .

5.39. а)  $\begin{cases} -2 < x < 0, \\ -4 < y < 0; \end{cases}$  б)  $\begin{cases} x \geq 4, \\ x \geq 2. \end{cases}$

## § 6

- 6.1.** а)  $(-4; -5), (6; 5);$  б)  $(4; 2), (9; -3);$  в)  $(8; 5), (0; -3);$  г)  $(3; 9), (-2; 4).$  **6.2.** а)  $(-1; 2), (2; -1);$  б)  $(1; -4), (-1; 4; -6,4);$  в)  $(5; 2), (-1; 4);$  г)  $(2; 6), (6; 2).$  **6.3.** а)  $(-4; 2), (-1; 3);$  б)  $(4; 0), (12; 16);$  в)  $(5,5; 5), (3; -5);$  г)  $\left(-9\frac{2}{3}; -8\frac{1}{3}\right), (5; -1).$  **6.4.** а)  $(-3; -2), (3; 1);$  б)  $(-5; 10);$  в)  $(2; 0), (0; -2);$  г)  $(2; -1), (-2; 1).$  **6.5.** а)  $(3; 2), (-0,4; 0,3);$  б)  $(4,5; 1,5);$  в)  $(6; 2), (-1; -1,5);$  г)  $(4; 3).$  **6.6.** а)  $(2; 1);$  б)  $(1; 2);$  в)  $(3; -1);$  г)  $(1; 1).$  **6.7.** а)  $\left(-\frac{1}{4}; 0\right);$  б)  $(-0,5; 1);$  в)  $\left(\frac{1}{5}; 0\right);$  г)  $(1; 1).$  **6.8.** а)  $(6; 5), (-6; -5), (6; -5), (-6; 5);$  б)  $(5; 3), (-5; -3), (5; -3), (-5; 3);$  в)  $(5; 1), (-5; -1), (5; -1), (-5; 1);$  г)  $(4; 1), (-4; -1), (4; -1), (-4; 1).$  **6.9.** а)  $(1; 1), (0,5; 2), (2; -1), (-0,5; 4);$  б)  $(1; -1), \left(-\frac{17}{18}; -\frac{4}{9}\right);$  в)  $(2; 1), \left(-2\frac{27}{32}; -\frac{13}{32}\right);$  г)  $(1; 2), \left(-\frac{3}{14}; -1\frac{1}{28}\right).$  **6.10.** а)  $(1; 2), (2; 1);$  б)  $(1; 0), \left(-\frac{19}{21}; \frac{8}{21}\right);$  в)  $(1; 3), (3; 1);$  г)  $\left(-1\frac{2}{3}; 1\frac{2}{3}\right), (-3; 2).$  **6.11.** а)  $(4; 2);$  б)  $(2; 1), (-1; -2);$  в)  $(3; 1);$  г)  $(1; 4), (4; 1).$  **6.12.** а)  $(2; 1), (-2; -1), (2; -1), (-2; 1);$  б)  $(3; 2), (-3; -2), (3; -2), (-3; 2);$  в)  $(3; 1), (-3; -1), (3; -1), (-3; 1);$  г)  $(-1; -3), (-3; -1), (-1; 3), (-3; 1), (1; -3), (1; 3), (3; -1), (3; 1).$  **6.13.** а)  $(-5; -4), (5; 4);$  б)  $(1; 2), (-1; -2);$   $\left(\frac{2}{3}; 3\right), \left(-\frac{2}{3}; -3\right);$  в)  $(2; 4), (-2; -4)$   $(4; 2), (-4; -2);$  г)  $(5; 4), (-5; -4).$  **6.14.** а)  $(-3; 3), (3; 3);$  б)  $(3; 1), (-3; 1);$  в)  $(1; 1), (1; -1);$  г)  $(2; 1), (2; -1), (1; -\sqrt{2}), (1; \sqrt{2}).$  **6.15.** а)  $(1; 0), (1; -1), (-2; 0), (-2; -1);$  б)  $(3; 4), (-1; 4);$  в)  $(1; 2), (1; -3);$  г)  $(2; 0), (2; -1), (-3; 0), (-3; -1).$  **6.16.** а)  $(-1; -2), (2; 1);$  б)  $(9; 3), (-3; -9);$  в)  $(1,2; 0,6);$  г)  $(8; 2), (2; 8).$  **6.17.** а)  $(3; -2), (8; 18);$  б)  $(8; 6), (-7; -9);$  в)  $(3; -4), (-2; 1);$  г)  $(5; 1), \left(-\frac{2}{3}; 18\right).$  **6.18.** а)  $(-3; 1), (1; -3);$  б)  $(2,25; 1,5);$  в)  $(2; 1);$  г)  $\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right).$  **6.19.** а)  $(-3; -2), (1; 2);$  б)  $\left(\frac{1}{3}; 1\right), \left(-\frac{1}{3}; -1\right);$  в)  $(0; -5), (1; -4);$  г)  $(1; 2), (2; 1).$  **6.20.** а)  $(3; 4), (1; 2);$  б)  $(4; 5), (2; -1);$  в)  $(1; 5), (-3; 1);$  г)  $(1; 3), (-7; -1).$  **6.21.** а)  $(-3; 3), (0,6; 4,2);$  б)  $\left(6\frac{2}{9}; \frac{7}{9}\right), (7; 1);$  в)  $\left(3\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right), (4; 1);$  г)  $\left(\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right).$  **6.22.** а)  $(3; 2), (1; 4), (-3; -4), (-5; -2);$  б)  $\left(-\frac{5}{24}; -\frac{7}{24}\right), \left(-\frac{3}{8}; -\frac{1}{8}\right), \left(\frac{1}{4}; \frac{1}{6}\right), \left(\frac{1}{12}; \frac{1}{3}\right).$  **6.23.** а)  $(-5; -3), (5; 3);$  б)  $(2; -3).$  **6.24.** а)  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 169;$  б)  $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 25.$

- § 7** 7.1. 80 км/ч, 60 км/ч. 7.2. 6 км/ч, 1 км/ч. 7.3. 10 км/ч, 2 км/ч.  
 7.4. 5 и 7. 7.5. 29 и 17. 7.6. 37 и 13. 7.7. 27 и 11. 7.8. 31 и 19. 7.9. 24.  
 7.10. 48. 7.11.  $\frac{5}{11}$ . 7.12. 6 см, 8 см. 7.13. 180 м<sup>2</sup>. 7.14. 84 дм. 7.15. 84 см.  
 7.16. 3 км/ч. 7.17. 4 км/ч, 3 км/ч. 7.18. 14 места, 24 места. 7.19. 20 рядов,  
 18 рядов. 7.20. 80 человек. 7.21. 10 ч. 7.22. 12 ч. 7.23. 6 ч, 10 ч. 7.24. 3 ч,  
 1,5 ч. 7.25. 10 м<sup>3</sup>/ч. 7.26. 120 ч, 80 ч. 7.27. 5 ч, 3 ч 20 мин. 7.28. 32. 7.29. 94.  
 7.30. 48 и 15. 7.31. 34 и 41. 7.32. 83. 7.33. 1400 штук. 7.34. 24 км/ч,  
 60 км/ч. 7.35. 2 м/с, 3 м/с. 7.36. 10 км/ч, 15 км/ч. 7.37. 15 км/ч.  
 7.38. 4 км/ч, 3,2 км/ч. 7.39. 60 км/ч, 100 км/ч, 600 км. 7.40. 3 м/с, 4 м/с.  
 7.41. 2 ч, 6 ч. 7.42. 24 км. 7.43. 10 ч, 15 ч. 7.44. 45 ч. 7.45. 4 ч, 6 ч. 7.46. 45 дней,  
 30 дней. 7.47. 8 ч, 6 ч. 7.48. 6 м/с, 8 м/с. 7.49. 20 000 р., 10 %. 7.50. 7100 р.  
 7.51. В 10 раз. 7.52.  $\frac{5}{17}$ . 7.53. 300 г, 500 г. 7.54. 1 л, 2 л. 7.55.  $51\frac{2}{3}\%$ .

### ГЛАВА 3

- § 8** 8.8. а)  $(-\infty; 1) \cup (1; 4) \cup (4; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; 1) \cup (1; 3,5) \cup (3,5; +\infty)$ ;  
 в)  $(-\infty; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; +\infty)$ . 8.9. а)  $[3; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; 11]$ ; в)  $[-4; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; 2]$ .  
 8.10. а) — г)  $(-\infty; +\infty)$ . 8.11. а)  $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ ; б)  $[-\sqrt{7}; \sqrt{7}]$ ;  
 в)  $(-\infty; -12] \cup [12; +\infty)$ ; г)  $[-2\sqrt{5}; 2\sqrt{5}]$ . 8.12. а)  $[0; 2]$ ; б)  $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$ ;  
 в)  $(-\infty; 0] \cup [5; +\infty)$ ; г)  $[-5; 5]$ . 8.13. а)  $(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$ ; б)  $[-1; 4]$ ;  
 в)  $(-\infty; 2] \cup [3; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$ . 8.14. а)  $(2; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; 2) \cup$   
 $\cup (4; +\infty)$ ; в)  $(-3; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; 3) \cup (5; +\infty)$ . 8.15. а)  $\left(1\frac{2}{3}; +\infty\right)$ ; б)  $(-\infty; -1) \cup$   
 $\cup (12; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; 4)$ ; г)  $(3; 4)$ . 8.16. а)  $(-2; 2]$ ; б)  $\left(-1\frac{1}{3}; +\infty\right)$ ; в)  $[-1; +\infty)$ ;  
 г)  $\left(-2; 1\frac{2}{3}\right]$ . 8.17. а)  $\left(-\frac{2}{3}; 2\right]$ ; б)  $(-\infty; -2] \cup \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ ; в)  $(-\infty; -3) \cup$   
 $\cup \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ ; г)  $\left(-4; 1\frac{2}{3}\right]$ . 8.22. а)  $(-\infty; 3]$ ; б)  $f(-2) = 1, f(-1) = 2, f(0) = -1,$   
 $f(3) = 2, f(7)$  не существует; г)  $(-2; 2]$ . 8.23. а)  $(-\infty; 2]$ ; б)  $f(-3) = \frac{1}{3},$   
 $f(-1) = 1, f(0) = -4, f(2) = -4, f(5)$  не существует; г)  $[-4; -1] \cup (0; +\infty)$ .  
 8.24. а), б) Нет; в), г) да. 8.25. а)  $(-\infty; -1) \cup (-1; 8) \cup (8; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; -3) \cup$   
 $\cup (-3; -2) \cup (-2; 1) \cup (1; 3) \cup (3; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; -3) \cup (-3; -1) \cup (-1; 1) \cup$   
 $\cup (1; 5) \cup (5; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; -5) \cup (-5; -1) \cup (-1; 6) \cup (6; +\infty)$ . 8.26. а)  $\left[\frac{2}{3}; +\infty\right)$ ;  
 б)  $(-\infty; -4) \cup (-4; -1] \cup (4; +\infty)$ ; в)  $[-2; +\infty)$ ; г)  $[-2; -0,5) \cup (-0,5; 0,5) \cup$

$\cup (0,5; 2]$ . 8.27. а)  $(-0,4; +\infty)$ ; б)  $(-\infty; 0,5)$ ; в)  $(-3; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; 4)$ .

8.28. а)  $(-\infty; -4] \cup (0; +\infty)$ ; б)  $\left[-\frac{2}{3}; 0\right) \cup (0; +\infty)$ ; в)  $(-\infty; -4) \cup [0; +\infty)$ ; г)  $(-\infty; 0]$ . 8.29. а)  $\left[1\frac{1}{3}; +\infty\right)$ ; б)  $(-3; -2] \cup [2; +\infty)$ ; в)  $[-3; 4)$ ; г)  $[5; +\infty)$ .

8.30. а)  $(-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$ ; б)  $(-5; 1]$ ; в)  $(-3; -2]$ ; г)  $[1; 3)$ . 8.31. а)  $\left[-\frac{1}{7}; 2\right) \cup (2; +\infty)$ ; б)  $\left(-\infty; -2\frac{1}{3}\right] \cup (-2; +\infty)$ ; в)  $[2; 4) \cup (4; +\infty)$ ; г)  $[2; 2,5)$ .

8.32. а)  $(3; +\infty)$ ; б)  $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{7}; +\infty\right)$ ; в)  $(-\infty; -0,5] \cup (3; +\infty)$ ; г)  $\left(\frac{4}{7}; +\infty\right)$ . 8.34. а)  $(-\infty; 4]$ ; б)  $f(-2) = -2, f(0) = 0, f(2) = 4, f(4) = 4$ ,  $f(8)$  не существует; г)  $(-\infty; 4]$ . 8.35. а)  $(-\infty; 3]$ ; б)  $f(0) = 1, f(2) = 1, f(3) = -2$ ,  $f(4)$  не существует,  $f(5)$  не существует; г)  $[-2; +\infty)$ . 8.36. а)  $[-3; +\infty)$ ; б)  $f(-5)$  не существует,  $f(-2) = -1, f(0) = 1, f(2) = -3, f(4) = \frac{1}{2}$ ; г)  $[-3; 1]$ .

## § 9 9.3. а) Да, $y = x + 2$ ; б) да, $y = 2|x| - 2$ ; в) нет; г) да,

$y = \begin{cases} -2, & \text{если } x \leq -2; \\ x, & \text{если } -2 < x \leq 2; \\ 2, & \text{если } x > 2. \end{cases}$  9.4. а) Да,  $y = x^2$ ; б) нет; в) да,  $y = \sqrt{x+4}$ ; г) да,

$y = -(x+2)^2 + 4$ . 9.5. а) Да,  $y = -2x - 2$ ; б) да,  $y = (x+2)^2 - 2$ ; в) да,  $y = 1,5x + 2$ ; г) да,  $y = -(x-2)^2 + 4$ . 9.6. а)  $y = \frac{2}{x}$ ; б)  $y = -\sqrt{x+5} + 2$ ;

в)  $y = \sqrt{x+2} - 1$ ; г)  $y = -\frac{3}{x}$ . 9.7. а) 90 км, 225 км, 360 км; б) 20 ч;

в) 22,5 км; г) 0,3 мин. 9.8. а) 3 ч, 0,225 ч, 12 ч; б) 54 км; в) 0,0125 ч; г) 150 м. 9.9. а) 0, 2; б) 0, 3; в) -2, 0; г) 2. 9.10. а) 3, 0; б) -2, -1; г) 2.

9.11. б) 10 ч; в)  $4\frac{1}{8}$  км; г) 9 мин. 9.12. а)  $S = \frac{3V}{h}$ ,  $h = \frac{3V}{S}$ ; б)  $\frac{14}{15} \text{ м}^3$ ;

в) 0,3375 м<sup>3</sup>; г) 60 м. 9.13. а)  $y = 2x^2 - 1$ ; б)  $y = -3x^2 - 6x - 3$ ; в)  $y = -3x^2 + 4$ ; г)  $y = 3x^2 - 12x + 12$ . 9.14. а) 1; б) 2; в) 3; г) 4. 9.15. а) 9; б) 6; в) 9; г) 4.

9.16.  $E(f) = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$ . 9.17. а)  $f(x) = \begin{cases} 4, & \text{если } x \leq -5; \\ (x+3)^2, & \text{если } -5 < x \leq -2; \\ x+3, & \text{если } x > -2; \end{cases}$

б)  $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 + 1, & \text{если } -4 \leq x \leq -1; \\ 2|x|, & \text{если } -1 < x \leq 1; \\ \sqrt{x-1} + 2, & \text{если } x > 1. \end{cases}$

**§ 10** 10.11. а)  $y_{\text{наиб}} = 5$ ,  $y_{\text{наим}} = 3$ ; б)  $y_{\text{наиб}} = 0$ ,  $y_{\text{наим}} = -2$ ; в)  $y_{\text{наиб}}$  не существует,  $y_{\text{наим}} = 1$ ; г)  $y_{\text{наиб}} = 2$ ,  $y_{\text{наим}}$  не существует. 10.12. а)  $y_{\text{наиб}}$  не существует,  $y_{\text{наим}} = 0$ ; б)  $y_{\text{наиб}} = \sqrt{3}$ ,  $y_{\text{наим}} = 0$ ; в)  $y_{\text{наиб}} = 2$ ,  $y_{\text{наим}} = 1$ ; г)  $y_{\text{наиб}} = \sqrt{2}$ ,  $y_{\text{наим}}$  не существует. 10.13. а)  $y_{\text{наиб}}$  не существует,  $y_{\text{наим}} = 0$ ; б)  $y_{\text{наиб}} = 3$ ,  $y_{\text{наим}}$  не существует; в)  $y_{\text{наиб}}$  не существует,  $y_{\text{наим}} = 2$ ; г)  $y_{\text{наиб}} = 4$ ,  $y_{\text{наим}}$  не существует. 10.16. а)  $f(-3)$  не существует,  $f(0) = 2$ ,  $f(5) = 6$ . 10.17. а)  $f(-2) = -3$ ,  $f(0) = -1$ ,  $f(5) = 69$ . 10.21. а)  $y_{\text{наим}} = -7$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует; б)  $y_{\text{наим}}$  не существует,  $y_{\text{наиб}} = 10$ ; в)  $y_{\text{наим}} = -6$ ,  $y_{\text{наиб}}$  не существует; г)  $y_{\text{наим}}$  не существует,  $y_{\text{наиб}} = 4$ .

10.22. а)  $y_{\text{наим}} = 3$ ,  $y_{\text{наиб}} = 8$ ; б)  $y_{\text{наим}}$  не существует,  $y_{\text{наиб}} = 1$ ; в)  $y_{\text{наим}} = -3$ ,  $y_{\text{наиб}} = -1$ ; г)  $y_{\text{наим}} = 3$ ,  $y_{\text{наиб}} = 8$ .  
 10.23. б).  $y = \frac{2x - 3}{x - 2} = \frac{2(x - 2) + 1}{x - 2} = \frac{1}{x - 2} + 2$ . 10.25. а), б) Ограничена снизу; в) ограничена; г) ограничена сверху. 10.28. а)  $f(a) < f(b)$ ; б), в)  $f(a) > f(b)$ ; г)  $f(a) < f(b)$ .

**§ 11** 11.6. а), в) Четная; б), г) нечетная. 11.7. а) Четная; б), в) ни четная, ни нечетная; г) нечетная. 11.8. а) Нечетная; б) ни четная, ни нечетная; в) четная; г) ни четная, ни нечетная. 11.12. а) Убывает; б) возрастает; в) возрастает; г) убывает. 11.13. а) Да; б) нет. 11.14. а) Да; б) нет. 11.15. а) Нет; б) да. 11.16. а) Нет; б) да. 11.20. а)–г) Ни четная, ни нечетная. 11.21. а) Нечетная; б), в) ни четная, ни нечетная; г) четная. 11.22.  $f(x) = f_1(x) + f_2(x)$ , где  $y = f_1(x) = 4x^4 + 2x^2 + 5$  — четная функция,  $y = f_2(x) = -x^3 - x$  — нечетная функция. 11.26. а), б), г) Четная; в) нечетная. 11.27.  $h(x) = 3 + x^2$ . 11.28.  $h(x) = -3x^2 - 4$ . 11.29. а)  $h(x) = 3 - 2x^2$ ; б)  $h(x) = 2x^2 - 3$ . 11.30. а)  $h(x) = 1 + x^2$ ; б) не существует. 11.31. а)–г) Четная. 11.32. а)–г) Нечетная. 11.33. а)–г) Четная. 11.34. а)–г) Четная.

**§ 12** 12.2. а)  $f(-1) = 0$ ,  $f(-3) = -2$ ,  $f(0) = 7$ ; б)  $x = -4$ ; в)  $x < -1$ ; г)  $y_{\text{наиб}} = 7$ ,  $y_{\text{наим}} = -2$ . 12.3. а)  $f(0) = 3$ ,  $f(-1) = 10$ ,  $f(3) = -6$ ; б)  $x = 3$ ; в)  $x > 2$ ; г) выпукла вверх при  $x \geq 1$ , выпукла вниз при  $x \leq 1$ . 12.4. а) Да; б), в) нет; г) да. 12.5. а)  $y_{\text{наиб}} = 5$ ,  $y_{\text{наим}} = -4$ ; б)  $y_{\text{наиб}} = 0$ ,  $y_{\text{наим}} = -2744$ ; в)  $y_{\text{наиб}} = 5$ ,  $y_{\text{наим}} = -22$ ; г)  $y_{\text{наиб}} = 342$ ,  $y_{\text{наим}} = -126$ . 12.6. а) Возрастает; б) убывает; в) возрастает; г) убывает. 12.11. а)  $y_{\text{наиб}} = 1$ ,  $y_{\text{наим}} = 0$ ; б)  $y_{\text{наиб}}$  не существует,  $y_{\text{наим}} = \frac{1}{64}$ ; в)  $y_{\text{наиб}} = 64$ ,  $y_{\text{наим}} = 0$ ; г)  $y_{\text{наиб}}$  не существует,  $y_{\text{наим}} = 0$ .

12.12. а)  $y_{\text{наиб}} = 1$ ,  $y_{\text{наим}} = -1$ ; б)  $y_{\text{наиб}} = 0$ ,  $y_{\text{наим}}$  не существует; в)  $y_{\text{наиб}} = 243$ ,  $y_{\text{наим}}$  не существует; г)  $y_{\text{наиб}}$  не существует,  $y_{\text{наим}} = -1$ . 12.13. а) (1; 1); б) (-1; -1); в) (0; 0); г) (0; 0), (1; 1). 12.14. а) -1; б) -1, 1; в) -1, 1; г) 0, 1, -1. 12.15. а) -2, 0, 2; б) 0; в) -1, 1; г) -1. 12.16. а)  $x < 1$ ; б)  $-1 < x < 0$ ,  $x > 1$ ; в)  $x > -2$ ; г)  $x \leq -1$ ; 0  $\leq x \leq 1$ . 12.17. а) 2; б) 1; в) 0; г) 1. 12.18. а) 2; б) 1; в) 2; г) 1. 12.20. а) 8; б) 7; в) 5; г) 4. 12.21. а) Четная, ограниченная снизу; б) нечетная, неограниченная; в) четная и ограниченная снизу, если

$n$  — четное число; нечетная и неограниченная, если  $n$  — нечетное число;  
г) задание некорректно. 12.22.  $P > Q$ . 12.23.  $K = L$ . 12.24. а), г) 1; б), в) 2.  
12.25. а)  $0 \leq x \leq 1$ ; б)  $x < 1$ ; в)  $x \geq -1$ ; г)  $x \geq 0$ . 12.31. а) Нечетная;  
б) четная; в) нечетная; г) четная.

**§ 13** 13.1. а) Точка  $A$ ; б) точка  $B$ ; в) точки  $A$  и  $B$ ; г) ни точка  $A$ , ни точка  $B$  не принадлежат графику. 13.5.  $x = 2$  — вертикальная асимптота,  $y = 0$  — горизонтальная асимптота. 13.6.  $x = 0$  — вертикальная асимптота,  $y = -1$  — горизонтальная асимптота. 13.7. а)  $y_{\text{наиб}} = 16$ ,  $y_{\text{наим}} = 1$ ;  
б)  $y_{\text{наиб}} = \frac{1}{16}$ ,  $y_{\text{наим}}$  не существует; в)  $y_{\text{наиб}} = 1$ ,  $y_{\text{наим}}$  не существует;  
г)  $y_{\text{наиб}} = \frac{1}{81}$ ,  $y_{\text{наим}}$  не существует. 13.8. а)  $y_{\text{наиб}} = -\frac{1}{32}$ ,  $y_{\text{наим}} = -1$ ;  
б)  $y_{\text{наиб}}$  не существует,  $y_{\text{наим}} = -32$ ; в)  $y_{\text{наиб}}$  не существует,  $y_{\text{наим}} = \frac{1}{1024}$ ;  
г)  $y_{\text{наиб}} = \frac{1}{32}$ ,  $y_{\text{наим}}$  не существует. 13.9. а)  $(1; 1)$ ,  $(-1; -1)$ ; б) нет точек пересечения; в) нет точек пересечения; г)  $(1; 1)$ ,  $(-1; 1)$ . 13.10. а), б), в) 1, -1;  
г) 1. 13.11. а) 1; б) 4; в) 2; г) 1. 13.15. а) 8; б) 5; в) 3; г) 4. 13.16. а) Четная, ограниченная снизу; б) нечетная, неограниченная; в) четная и ограниченная снизу, если  $n$  — четное число; нечетная и неограниченная, если  $n$  — нечетное число; г) задание некорректно. 13.17.  $P = Q$ . 13.18. а) 3;  
б) 4; в) 4; г) 2. 13.19. а)  $D(f) = (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$ ,  $E(f) = (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$ ;  
б) функция убывает на всей области определения,  $y > 0$  при  $-2 < x < -1$ ,  $y = 0$  при  $x = -1$ ,  $y < 0$  при  $x < -2$  и при  $x > -1$ ; в)  $x = -2$  — вертикальная асимптота,  $y = -1$  — горизонтальная асимптота; г)  $(-2; -1)$ . 13.20. а)  $D(f) = (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ ,  $E(f) = (-2; +\infty)$ ; б) функция возрастает при  $x < 1$ , функция убывает при  $x > 1$ ,  $y > 0$  при  $x \in \left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}; 1\right)$  и при  $x \in \left(1; \frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  
 $y = 0$  при  $x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{2}$ ,  $y < 0$  при  $x < \frac{2-\sqrt{2}}{2}$  и при  $x > \frac{2+\sqrt{2}}{2}$ ;  
в)  $x = 1$  — вертикальная асимптота,  $y = -2$  — горизонтальная асимптота;  
г)  $x = 1$ . 13.22. а)  $x < 0$ ,  $0 < x < 1$ ; б)  $x \geq 1$ ; в)  $x \geq 1$ ; г)  $0 < x < 1$ .

**§ 14** 14.2. а)  $2\sqrt[3]{3}$ ; б)  $-5\sqrt[3]{2}$ ; в)  $3\sqrt[3]{5}$ ; г)  $-4\sqrt[3]{7}$ . 14.3. а)  $3\sqrt[3]{2}$ ; б)  $-6\sqrt[3]{2}$ ;  
в)  $2\sqrt[3]{7}$ ; г)  $-5\sqrt[3]{3}$ . 14.4. а)  $3\sqrt[3]{x}$ ; б)  $-2\sqrt[3]{2a}$ ; в)  $5\sqrt[3]{2y}$ ; г)  $-7\sqrt[3]{b}$ .  
14.5. а)  $5x \cdot \sqrt[3]{x}$ ; б)  $-4x^2 \cdot \sqrt[3]{2x}$ ; в)  $3a \cdot \sqrt[3]{3a^2}$ ; г)  $-8a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2}$ . 14.6. а)  $\sqrt[3]{24}$ ;  
б)  $\sqrt[3]{-54}$ ; в)  $\sqrt[3]{250}$ ; г)  $\sqrt[3]{-192}$ . 14.7. а)  $\sqrt[3]{a^3x}$ ; б)  $\sqrt[3]{a^7}$ ; в)  $\sqrt[3]{8a^2x^3}$ ;  
г)  $\sqrt[3]{x^{11}}$ . 14.8. а)  $a^2$ ; б)  $-3b$ ; в)  $2a^3b^4$ ; г)  $-4a^2bc^3$ . 14.9. а)  $\frac{\sqrt[3]{49}}{7}$ ; б)  $\frac{\sqrt[3]{16}}{2}$ ;

в)  $\sqrt[3]{25}$ ; г)  $\frac{2\sqrt[3]{81}}{3}$ . 14.10. а)  $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{a}$ ; б)  $\sqrt[3]{a}$ ; в)  $-\sqrt[3]{x^2}$ ; г)  $x \cdot \sqrt[3]{x}$ . 14.11. б)  $5 \cdot \sqrt[3]{3x}$ ;

г)  $2 \cdot \sqrt[3]{2y^2}$ . 14.12. а) 30; б)  $6 - 2\sqrt[3]{3}$ ; в)  $1\frac{5}{7}$ ; г)  $5 + 5\sqrt[3]{3}$ . 14.13. а) 125;

б) 1; в)  $-1000$ ; г)  $-30$ . 14.15. а)  $y > 0$  на  $(1; +\infty)$ ,  $y < 0$  на  $(-\infty; 1)$ ; б)  $y > 0$  на  $(-2; +\infty)$ ,  $y < 0$  на  $(-\infty; -2)$ ; в)  $y > 0$  на  $(-8; +\infty)$ ,  $y < 0$  на  $(-\infty; -8)$ ;

г)  $y > 0$  на  $(1; +\infty)$ ,  $y < 0$  на  $(-\infty; 1)$ . 14.16. а) 1; 2; б)  $y_{\text{наим}}$  не существует,  $y_{\text{найл}} = 0$ ; в)  $-3, 4$ ; г)  $y_{\text{наим}} = 0,5$ ,  $y_{\text{найл}}$  не существует. 14.17. а) 8; б) 0, 1.

14.18. а) Нечетная; б) четная. 14.20. а) 2; б) 2. 14.22. а) 9; б)  $-29$ .

14.23. а) 8,  $-27$ ; б) 8,  $\frac{1}{8}$ . 14.24. а)  $x > 1$ ; б)  $x > 1$ ; в)  $x \leq -8$ ; г)  $x \leq -1$ .

14.26. а)  $p = 0$ ,  $2 < p \leq 8$ ; б)  $0 < p \leq 2$ ; в), г) нет такого значения  $p$ .

## ГЛАВА 4

**§ 15** 15.13. а)  $a_1 = \frac{1}{6}$ ,  $a_2 = \frac{1}{7}$ ,  $a_3 = \frac{1}{8}$ ,  $a_4 = \frac{1}{9}$ ,  $a_5 = \frac{1}{10}$ ; б)  $d_1 = 2$ ,

$d_2 = \frac{2}{5}$ ,  $d_3 = \frac{2}{9}$ ,  $d_4 = \frac{2}{13}$ ,  $d_5 = \frac{2}{17}$ ; в)  $c_1 = \frac{1}{2}$ ,  $c_2 = \frac{3}{8}$ ,  $c_3 = \frac{3}{10}$ ,  $c_4 = \frac{1}{4}$ ,

$c_5 = \frac{3}{14}$ ; г)  $a_1 = -1$ ,  $a_2 = -\frac{3}{7}$ ,  $a_3 = -\frac{3}{11}$ ,  $a_4 = -\frac{1}{5}$ ,  $a_5 = -\frac{3}{19}$ . 15.14. а)  $x_1 = 2$ ,

$x_2 = 5$ ,  $x_3 = 10$ ,  $x_4 = 17$ ,  $x_5 = 26$ ; б)  $y_1 = -11$ ,  $y_2 = -18$ ,  $y_3 = -37$ ,  $y_4 = -74$ ,

$y_5 = -135$ ; в)  $z_1 = 4$ ,  $z_2 = -3$ ,  $z_3 = -22$ ,  $z_4 = -59$ ,  $z_5 = -120$ ; г)  $w_1 = -14$ ,  $w_2 = -11$ ,

$w_3 = -6$ ,  $w_4 = 1$ ,  $w_5 = 10$ . 15.15. а)  $y_n = n$ ; б)  $y_n = n - 3$ ; в)  $y_n = n + 5$ ; г)  $y_n = -n$ .

15.16. а)  $y_n = 2n - 1$ ; б)  $y_n = 3n$ ; в)  $y_n = 2n + 2$ ; г)  $y_n = 4n$ . 15.17. а)  $y_n = n^2$ ;

б)  $y_n = (n + 1)^2$ ; в)  $y_n = n^2 + 1$ ; г)  $y_n = n^3$ . 15.19. а) Да,  $n = 3$ ; б) да,  $n = 5$ ;

в) нет; г) да,  $n = 3$ . 15.20. а) 1, 4, 1, 4, 1, 4; б)  $-5, 5, 15, 25, 35, 45$ ; в) 1,

3, 5, 7, 9, 11; г)  $-3, 1, -3, 1, -3, 1$ . 15.21. а) 1, 2, 6, 24, 120, 720; б)  $-3, 3, -3, 3, -3$ ;

в)  $-512, -256, -128, -64, -32, -16$ ; г) 1, 10, 100, 1000, 10 000, 100 000. 15.24. 4, 9, 25, 49, 121, 169, 289. 15.25. а)  $-2, 4, -8, 16, -32$ ; б)  $2, -2, 2, -2, 2$ ; в)  $2, -6, 18, -54, 162$ ; г)  $-1, 2, -4, 8, -16$ . 15.26. а)  $-7, -31, -127$ ; б)  $-6, -24, -96$ ; в)  $12, 48, 192$ ; г)  $-5, -17, -65$ . 15.27. а) 1, 7,

б)  $14, 8, -16$ ; в)  $2, 4, -12$ ; г)  $-2, -2, -2$ . 15.28. а)  $\frac{1}{2n-1}$ ; б)  $\frac{n}{n+1}$ ;

в)  $\frac{1}{n^2}$ ; г)  $\frac{1}{n(n+1)}$ . 15.29. а)  $(-1)^n \frac{2n}{3n-1}$ ; б)  $\frac{2n-1}{(\sqrt{2})^n}$ ; в)  $(-1)^{n+1} \frac{2^n}{5n}$ ;

г)  $(-1)^n \frac{n^2}{\sqrt{n(n+1)}}$ . 15.30.  $-3, -2, -10, -24, -68, -184$ ;  $x_n = 2(x_{n-2} + x_{n-1})$ ,  $n \geq 3$ .

15.31. а)  $x_1 = 2$ ,  $x_n = x_{n-1}$ ; б)  $x_1 = 2$ ,  $x_n = x_{n-1} + 2$ ; в)  $x_1 = 9$ ,  $x_n = x_{n-1} - 2$ ;

г)  $x_1 = 5$ ,  $x_n = -x_{n-1}$ . 15.32. а)  $x_1 = 2$ ,  $x_n = 3x_{n-1}$ ; б)  $x_1 = 1$ ,  $x_n = x_{n-1} + 7$ ; в)  $x_1 = 0,5$ ,

$x_n = 0,5x_{n-1}$ ; г)  $x_1 = 3$ ,  $x_n = -3x_{n-1}$ . 15.33. а) 1, 1, 7, 1, 73, 1, 732; б) 2, 1, 8,

1, 74, 1, 733. 15.34. а) 0,7654321. 15.35. а) 4; б) 13; в) не существует; г) 7.

15.36. а), г) Нет; б), в) да. 15.37. а)  $5n - 2$ ; б)  $2 \cdot 3^{n-1}$ ; в)  $15 - 4n$ ; г)  $\frac{3}{2^{n-1}}$ .

15.39. а) 8; б) 5; в) 6; г) 8. 15.40. а) 7; б) 6; в) 4; г) 9.

**§ 16** 16.6. а)  $\frac{3}{7}, \frac{4}{7}, \frac{5}{7}, \frac{6}{7}, 1$ ; б)  $13, 13 - \sqrt{5}, 13 - 2\sqrt{5}, 13 - 3\sqrt{5}$ ;

в)  $7,5, 8, 8,5, 9$ ; г)  $-1,7, -1,85, -2, -2,15, -2,3$ . 16.7. а) 2, 19; б)  $6, 54 + \sqrt{5}$ ;

в)  $-10, 10$ ; г)  $-\sqrt{2}, 3 - 9\sqrt{2}$ . 16.8. 3, 5. 16.9. 11, 11. 16.10. Нет.

16.11. а) 4, 3; б), в) нет; г) 1, 4. 16.12. а) 2; б) 0,5; в)  $-3$ ; г)  $-\frac{1}{3}$ .

16.13. а) 1, 3; б)  $-1\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}$ ; в) 2,9, -0,1; г) 3, -2. 16.14. а)  $a_n = 3n - 1$ ;

б)  $a_n = n - 0,5$ ; в)  $a_n = 9 - 2n$ ; г)  $a_n = -\frac{1}{7}n - \frac{6}{7}$ . 16.15. а)  $a_n = 10 - 6n$ ;

б)  $a_n = 0,2n - 0,9$ ; в)  $a_n = 5n - 12$ ; г)  $a_n = n\sqrt{5} - 3\sqrt{5}$ . 16.16. а) 19; б)  $-85$ ;

в) 20; г) 105. 16.17. а) 7; б) 6; в)  $-2$ ; г) 2. 16.18. а)  $-3$ ; б) 21; в) 4; г)  $7\sqrt{5}$ .

16.19. а) 11; б) 11. 16.20. а) Да; б) нет. 16.21. а) Да; б) да. 16.22. а) 19;

б) 22. 16.23. а) 21; б)  $-76,5$ ; в)  $12\frac{2}{3}$ ; г) 4,2. 16.24. а)  $-38$ ; б) 9; в) 19,1;

г) 1,26. 16.25. а) 3,6; б)  $-1,3$ ; в)  $-\frac{1}{8}$ ; г)  $-0,1$ . 16.26. а) 100; б) 11; в) 23;

г) 20. 16.27. а) 55; б) нет; в) 11; г) 7. 16.28. а) 22; б) 39; в) 11; г) 22. 16.29. а) 53;

б) 6; в) 2; г) 14. 16.30. 13. 16.31.  $-1, 3, 7, 11, 15, \dots$ . 16.32.  $-12, -7, -2, 3$ .

16.33. а) 1275; б) 250; в)  $-90$ ; г) 600. 16.34. а) 3725; б)  $-2425$ ; в) 3175;

г)  $-245$ . 16.35. а) 8700; б) 2625; в) 2 350; г)  $-6175$ . 16.36. а) 132;

б) 2095; в)  $-490$ ; г) 2430. 16.37. а) 1950; б) 142,5; в)  $-690$ ; г)  $-1342,5$ .

16.38.

$a_1$	$d$	$a_n$	$n$	$S_n$
7	4	55	13	403
2	2	80	40	1640
56	-3	26	11	451
2	5	87	18	801
9	2	21	7	105

16.39. 122,5. 16.40. а) 61; б) 10; в)  $-1$ ; г) 8. 16.41. а) 64; б)  $-40$ ; в) 25;

г)  $-10$ . 16.42. а) 74; б) 10. 16.43.  $-1$ . 16.44. 1. 16.45. а) 728; б) 981.

16.46. а) 61 376; б) 40 875. 16.47. а)  $-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$ ; б)  $\frac{(2\sqrt{3}-5)}{3}, -1\frac{2}{3}$ ;

в)  $\frac{1}{5}, \frac{3}{5}$ ; г)  $\frac{\sqrt{7}-5}{\sqrt{5}}, \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$ . 16.48. а)  $a_n = 2n + 5$ ; б)  $a_n = -1,5n - 16,5$ ;

в)  $a_n = 2,5n + 2,5$ ; г)  $a_n = -0,7n + 3,7$ . 16.49. а) 3, 5; б) 0,  $-4$ ; в)  $-4, 3$ ;

- г)  $-0,8$ ,  $-0,1$ . **16.50.** а)  $d = -9$ ; б)  $d = -3$ . **16.51.** а)  $6 + 5\sqrt{2}$ ; б)  $3 + 27\sqrt{5}$ ;  
 в)  $20 - 2\sqrt{3}$ ; г)  $3 - \sqrt{3}$ . **16.52.** а)  $\frac{-3\sqrt{3} + 15}{2}$ ; б) 1; в)  $5 - 8\sqrt{3}$ ; г)  $64l - 21$ .  
**16.53.** а)  $\frac{-2\sqrt{3}}{17}$ ; б)  $m - 1$ ; в)  $\frac{1 - \sqrt{5}}{5}$ ; г)  $p - 1$ . **16.54.** а) 7; б) 8; в) 5; г) 6.  
**16.55.** а) 21; б) нет; в) 25; г) 10. **16.56.** а) 18; б) 8; в) 20; г) 54. **16.57.** а) 18;  
 б) 19; в) 6; г) 10. **16.58.** а) 50; б) 52; в) 101; г) 51. **16.59.** а) 65 422;  
 б) 391 454. **16.60.** 3, 4. **16.61.** 1357. **16.62.**  $-12$ ,  $-1230$ . **16.63.** 21. **16.64.** 2  
 пузырька. **16.65.** 10 мин. **16.66.** 4 дня. **16.67.** 9 колец. **16.68.** а) 7; б)  $-\frac{1}{9}$ .

- § 17** **17.5.** а); в); г). **17.7.** а), б) — возрастающая. **17.8.** а)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ; б)  $\frac{3}{4}$ ;  
 в)  $\frac{1}{3}$ ; г) 3,5. **17.10.** а)  $-16$ ; б)  $3\frac{1}{3}$ ; в)  $25\sqrt{5}$ ; г)  $-\frac{1}{5}$ . **17.11.** а)  $6\frac{3}{4}$ ;  
 б)  $4\sqrt{6}$ ; в)  $-1\frac{17}{64}$ ; г)  $\frac{1}{5}$ . **17.12.** а)  $-2$ ,  $-4$ ; б)  $-8$ ,  $-0,5$ ; в) 3, 0,5; г) 96, 0,5.  
**17.14.** а)  $b_n = 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ; б)  $b_n = \left(-\frac{1}{4}\right)^n$ ; в)  $b_n = 16 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^n$ ; г)  $b_n = (\sqrt{2})^n$ .  
**17.15.** а) 1, 5; б) 1,2, 2; в)  $\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{4}$ ; г)  $1\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ . **17.16.** а) 6; б)  $-32$ .  
**17.17.** а) Не является; б)  $n = 10$ ; в)  $n = 12$ ; г) не является. **17.18.** а) 19 683;  
 б)  $-\frac{1}{486}$ ; в)  $\frac{1}{2}$ ; г) 12,65625. **17.19.** а) 4; б)  $-\sqrt{2}$ ; в)  $\frac{1}{7}$ ; г)  $-\frac{1}{3}$ . **17.20.** а)  $\pm 2$ ;  
 б)  $\pm 0,2$ ; в)  $\pm 3$ ; г)  $\pm \frac{1}{6}$ . **17.21.** а) 6; б) 8; в) 5; г) 8. **17.22.** а) 3, 2; б) 16, 1,5;  
 в) 13,  $-0,5$ ; г) 3,  $-2$ . **17.23.** 1,  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$ ,  $\frac{1}{8}$ . **17.24.**  $96 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ . **17.25.** а) 15;  
 б) 255; в)  $1\frac{13}{27}$ ; г) 2,5. **17.26.** а)  $\frac{728}{27}$ ; б)  $\frac{3325}{81}$ ; в)  $-\frac{63}{8}$ ; г)  $-117(\sqrt{3} + 1)$ .  
**17.27.** а) 315; б)  $\frac{1261}{128}$ ; в)  $-\frac{8191}{1024}$ ; г)  $\frac{1640}{243}$ . **17.28.** а) 93; б)  $-11$ ; в)  $-\frac{93}{16}$ ;  
 г)  $121\sqrt{2}$ . **17.29.** а) 620; б)  $7 - 3\sqrt{2}$ ; в)  $\frac{121}{9}$ ; г)  $13 + 4\sqrt{3}$ . **17.31.** а) 2, 8;  
 б)  $-\frac{1}{2}$ ,  $-6$ ; в)  $-\sqrt{3}$ ,  $-7\sqrt{3}$ ; г)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $5\sqrt{3}$ . **17.32.**  $\frac{1}{2}$ . **17.33.**  $\pm 3$ . **17.34.** 1,5.  
**17.35.** а) 100 000 р.; б) 124 416 р. **17.36.** а) 1,2, 3; б) 0,3,  $-0,2$ ; в) 2,5,  
 0,5; г)  $-\frac{4}{7}$ , 2. **17.37.** а) 6; б) 7; в) 5; г) 6. **17.38.** а)  $n \leq 6$ ; б)  $n > 7$ ; в)  $n > 11$ ;

г)  $n \geq 10$ . **17.39.** а) 4; б) 7; в) 6; г) 5. **17.40.** а)  $q = \sqrt{3}$ ,  $b_1 = \sqrt{3}$ ,  $b_2 = 3$ ,

б)  $b_3 = 3\sqrt{3}$ ; б)  $q = -\frac{1}{5}$ ,  $b_1 = 375$ ,  $b_2 = -75$ ,  $b_3 = 15$ . **17.41.** а)  $q = -4$ ,  $S_5 = 1025$ ;

б)  $q = -2\sqrt{2}$ ,  $S_7 = 585 - 146\sqrt{2}$ . **17.42.** 2, 2048. **17.43.** 1, -3, 9, -27, 81

или 1, 3, 9, 27, 81. **17.44.** 72,  $\frac{1}{2}$ . **17.45.** 2, 4, 8, 16, 32, 64. **17.46.** 2, 6

и 18 м. **17.47.** а) 567; б) 46 655; в) 364; г)  $\frac{189}{8}$ . **17.48.** а) 511; б)  $\frac{683}{1024}$ ;

в)  $\frac{364}{729}$ ; г) -14 762. **17.49.** а)  $\frac{x^{101} - 1}{x - 1}$ ; б)  $\frac{x(x^{36} - 1)}{x^2 - 1}$ ; в)  $\frac{x^2(1 - x^{20})}{1 + x^2}$ ;

г)  $\frac{1 - x^{40}}{x^{40}(1 - x)}$ . **17.51.**  $2^{72} - 1$ . **17.52.** Богач проиграл, получив  $3 \cdot 10^6$  р. и

отдав  $\frac{(2^{30} - 1)}{100}$  р. **17.53.** 21 и 49 или -3 и 1. **17.54.** 27, 8, -11 или 3, 8, 13.

**17.55.**  $\frac{7}{81}$ . **17.56.** 1, 5, 25 или  $\frac{31}{3}$ ,  $\frac{31}{3}$ ,  $\frac{31}{3}$ . **17.57.** На 10%. **17.58.** На 20%.

## ГЛАВА 5

**§ 18** **18.1.** а) 90; б) 81; в) 3; г) 10. **18.2.** а) 764; б) 476; в) 2; г) 6.

**18.3.** а) 99; б) 18; в) 12; г) 40, 48, 80, 88. **18.4.** б) 12; в) хлеб ржаной (6 случаев) менее вероятен, чем бутерброд с сыром (9 случаев); г) из 18 ветвей следует убрать 6. **18.5.** б) 4; в) 1. **18.6.** а) 8; б) 4; в) 6; г) 4. **18.7.** а) 24; б) 6; в) 18; г) 12. **18.8.** а) 210; б) 30; в) 180; г) 24. **18.9.** а) 25; б) 10; в) 15; г) 16. **18.10.** а) 1 и 27 000; б) 64; в) 48; г) 36. **18.11.** а) 5040; б) 40 320; в) 600; г) 24. **18.12.** а) 30 240; б) 462; в) 2550; г) 120 120. **18.13.** а) Да; б) да; в) да; г) нет. **18.14.** а)  $n$ ; б)  $2k(2k + 1)$ ; в)  $\frac{n(n - 1)}{2}$ ; г)  $(4m - 1)(4m - 2)$ .

**18.15.** а) 7; б) 4; в) 87; г) 3. **18.16.** а) 120; б) 24; в) 60; г) 60. **18.17.** а) 200;

б) 200, 202, 208, 209, 220, 222, 228, 229; в) 909, 929, 989, 999; г) 200, 280, 800, 880, 920. **18.18.** б) 1; в) 1; г) 4. **18.20.** а) 120; б) 48; в) 80; г) 96.

**18.21.** а) 100 000; б) 32 768; в) 32; г) 8192. **18.22.** а) 12 и 2250; б) 24; в) 6; г) 8. **18.23.** а) 6; б) 24; в) 120; г) 60. **18.24.** а) 720; б) 120; в) 600; г) 240. **18.25.** а)  $\frac{n - 3}{n + 4}$ ; б) 0; в)  $m^2$ ; г)  $18(3k + 2)$ .

**§ 19** **19.3.** а) 60; б) от 4 до 25 кг с шагом 0,5; в) 5 и 12; г) 2, 14 и 3;

д) 5,5. **19.4.** а) От 140 до 210 см; б) 157 и 190; в) 4 и 4; г) 161. **19.5.** а) 200;

б) 0,19; в) 6,5 %;

г)

	Ценовая категория, р.					
	0—20	20—50	50—100	100—150	150—200	> 200
Кол-во ценников	31	52	47	38	19	13
Частота	0,155	0,26	0,235	0,19	0,095	0,065
Частота, %	15,5	26	23,5	19	9,5	6

19.6. а) 7; б) 0,04; в) 22%; г) 38%.

19.7.

	Варианта				Сумма
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	
Кратность	9	5	2	4	20
Частота	0,45	0,25	0,1	0,2	1
Частота, %	45	25	10	20	100

19.8. а) 7; б) 50; в) 5; г) 8%. 19.9. а) 4; б) 2; в) 1,8 ч. 19.10. а) 2, 4, 6, 8; б) 4, 8, 2, 8, 6, 4, 8; в) 6, 2, 8, 2, 4, 6, 2; г) 4. 19.11. а) От 12 до 20 баллов; б) 19, 13, 17, 14, 20, 19, 20, 13, 14, 17, 14, 17, 17, 17, 17; в) 2, 3 и 0; г) 13, 13, 14, 14, 14, 17, 17, 17, 17, 17, 19, 19, 20, 20.

19.12.

	Варианта					Сумма
	-2	-1	0	1	2	
Подсчет кратностей	      //	      ////	           /		 ///	
Кратность	12	9	16	5	8	50
Частота	0,24	0,18	0,32	0,1	0,16	1
Частота, %	24	18	32	10	16	100

**19.13.**

	Варианта						Сумма
	№ 1	№ 2	№ 3	№ 4	№ 5	№ 6	
Кратность	291	122	113	202	79	193	1000
Частота	0,291	0,122	0,113	0,202	0,079	0,193	1
Частота, %	29,1	12,2	11,3	20,2	7,9	19,3	100

**19.14.** а) 200; б) 4; 0,27. **19.15.** а) Мода равна 431; б) 91 %;

в)

Вес, г	427	428	429	430	431	432	433	434	435
Частота, %	2	4	11	18	30,5	21,5	10	2	1

**19.16.** а) 3,875; б) 3,75; в) 4; г) 3. **19.17.** а) 22; б) 18 и 4; в) нет; г)  $\frac{10x - 34}{3}$ .

**19.18.** а) 36; б) 7 и 11; в) нет; г)  $\frac{45}{8}$ . **19.19.** а)  $\frac{33x - 30}{7x + 16}$ ; в) 3, 4, 5, 6; г) да,

при  $x = 7$ . **19.20.** а)  $\frac{17x + 52}{6x + 19}$ ; в) 1, 2, 3; г) нет.

**§ 20**    **20.1.** а)  $\frac{1}{6}$ , б), в)  $\frac{1}{3}$ , г) 0. **20.2.** а) 0,5; б) 0,125; в) 0,375; г) 0,5.

**20.3.** а) 0,1; б) 0,1; в) 0,2; г)  $\frac{44}{45}$ . **20.4.** а) 0,5; б) 0,5; в)  $\frac{1}{6}$ ; г)  $\frac{5}{6}$ . **20.5.** а)  $\frac{1}{90}$ ;

б)  $\frac{2}{45}$ ; в) 0,4; г)  $\frac{4}{9}$ . **20.6.** а) 0; б) 0,2; в) 0,4; г) 0,6. **20.7.** а) 0,25; б) 0,375;

в), г) 0,5. **20.8.** а) 0,23; б) 0,63; в) 0,6; г) 0,4. **20.10.** а) 0,75; б) 0,75;

в)  $\frac{13}{14}$ ; г)  $\frac{15}{28}$ . **20.11.** а) 0,8; б) 0,6; в) 0,7; г)  $\frac{\sqrt{6}}{5}$ . **20.12.** а)  $\frac{1}{6}$ ; б) 0,125;

в) 0,875; г)  $\frac{25}{48}$ . **20.13.** а) 0,05; б) 0,6; в) 0,2; г) 0,25. **20.14.** а) 0,125; б) 0,125;

в) 0,5; г) 0,375. **20.15.** а) 0,4; б) 0,6; в) 0,4; г) 0. **20.16.** а) 0,05; б) 1; в) 0,15;

г) 0,55. **20.17.** а) 0; б) 0,6; в) 0,2; г) 1. **20.18.** а)  $\frac{1}{6}$ ; б) 0,25; в) 0,5; г) 0,5.

**20.19.** а)  $\frac{11}{36}$ ; б)  $\frac{1}{12}$ ; в)  $\frac{11}{12}$ ; г)  $\frac{11}{12}$ . **20.20.** а) 0,9; б) 0,91; в) 0,95; г) 0,94.

**20.21.** а) 0,2; б) 0,7; в) 0,1; г) 0,2. **20.22.** а) 0,5; б) 0,36; в) 0,14; г)  $\frac{\pi}{6}$ .

**§ 21** 21.1. а) 4; б)  $\frac{4}{17}$ ;

в)

$n$	17	18	19	20	27	28	29	30	40	60	80	100
Кол-во чисел, кратных 4, от 1 до $n$	4	4	4	5	6	7	7	7	10	15	20	25
Частота	0,235	0,222	0,21	0,25	0,222	0,25	0,24	0,23	0,25	0,25	0,25	0,25

- г) 0,25. 21.2. а) 16; б) 30; в) 45; г) 1. 21.3. а) 6; б) 7; в) 8; г) 330. 21.4. а) 137; б) 2145; в) от 880 до 1076; г) около 40 000: от 36 520 до 44 630. 21.5. а) Около 32 000; б) 5440; в) 13 540; г) около 67,5 тыс. (67 630). 21.6. а) 2; б) 0,118;

в)

$n$	17	27	57	77	100	125	150	173	200	1000
Кол-во чисел, оканчивающихся на 4	2	3	6	8	10	13	15	17	20	100
Частота	0,118	0,111	0,105	0,104	0,1	0,104	0,1		0,1	0,1

- г) 0,1. 21.7. а) 1; б) 0,06;

в)

$n$	17	57	100	400	500	1000	4000	5000	10 000
Кол-во чисел, оканчивающихся на 4	1	11	11	12	111	111	112	1111	1111
Частота	0,06	0,19	0,11	0,03	0,222	0,111	0,028	0,1111	0,1111

- г) нет; от  $\frac{1}{36}$  до  $\frac{2}{9}$ . 21.8. а) 189 тыс.; б) 448 тыс.; в) около 75 тыс. (74 966);

- г) около 121 тыс. (120 826). 21.9. г) Примерно по 16,7% ( $16,(6) = \frac{100}{6}$ ).

- 21.10. г) Примерно к 16,7% ( $16,(6) = 100\% \cdot \frac{6}{36}$ ).

## **ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ**

### **Числовые выражения**

30. 77,2. 31. 1,85. 32. -14. 33. -4. 34. 12,08. 35. -2,4. 36. 194.  
37. 302. 38. 5. 39. 4. 40. 1. 41. 1. 42. 2. 43. -1.

### **Алгебраические выражения**

25. -3. 26. 0,25. 27. 45. 28. 0,5. 29. -15. 30. 8. 31. -0,1.  
32. -0,05. 33. -1. 34. 3. 35. -0,5. 36. -3,25. 37. 6. 38. 1,5. 39. 9. 40. -0,25.  
41. 4. 42. 6. 43. 2. 44. 6. 45. 9. 46. -0,2. 47. 25. 48. -1,8.

### **Функции и графики**

129. 1,75. 130. 2,6. 131. -13. 132. -6,3. 133. -45. 135. -1. 136. 1,25.  
137. -9. 138. 1. 139. 4,5. 140. 3. 141. -4. 142. 0,2. 143. 5. 144. -4.  
147. -12,5. 148. -0,5. 149. 23,8. 150. 4. 152. 5. 153. 7. 156. 1. 158. 2.

### **Уравнения и системы уравнений**

22. 8. 23. 2. 24. -5. 27. -4. 29. -4. 30. -6. 32. 1. 33. 4. 34. -0,4.  
35. -1,5. 36. 4. 37. 2. 38. -9. 39. 2. 40. 1. 41. -2. 42. -9. 43. -3. 44. 2.  
45. -1,5. 46. 5,6. 48. 0,25. 50. 7. 53. 1. 58. 36. 60. -2. 62. 3. 64. 1. 66. 2,5.  
68. -3,5125. 70. -53. 78.  $\left(3; \frac{1}{3}\right)$ ,  $\left(\frac{1}{3}; 3\right)$ . 79.  $(-2; -1), (1; 0), \left(\frac{-1 \pm \sqrt{3}}{2}; \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}\right)$ .  
80.  $(4; 1), (0,25; -0,25)$ . 81.  $(10; -2), (-1,2; 1,2)$ . 82.  $\left(\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right)$ . 83.  $(0,25; 0)$ .  
84.  $\left(-2; \frac{11}{3}\right)$ . 85.  $(6,5; 2,5)$ . 86. 4. 87. 1.

### **Неравенства и системы неравенств**

100. 0,6. 103. 14. 106. 9. 109. 3. 111. 5. 112. 5. 114.  $n < -4$ ,  $n > 4$ .  
115.  $-7 < n < 1$ .

### **Задачи на составление уравнений или систем уравнений**

7. 25 %. 8. 100 км. 9. 259,2 т. 10. 60 %. 11. 3,6 л. 12. 10 %. 13. 30 г.  
14. 1,5 л. 15. 275 г. 16. 300 г. 17. 35 643 р. 18. 28 121 р. 60 к. 19. 1410  
спортивных костюмов. 20. 3192 лиры. 21. 336 км. 22. 75,6 км. 23. 168 см.  
24. 84 см<sup>2</sup>. 25. 2,4 ч. 26. 9 ч. 27. 600 р., 155 р. 28. 270 р., 240 р. 29. 65 км/ч,  
60 км/ч. 30. 18 км/ч, 2 км/ч. 31. 172 см. 32. 50 км/ч. 33. 8 км/ч, 9 км/ч.  
34. 3 км/ч. 35. 15 дней. 36. 30 мин. 37. 18 дней. 38. 12 ч.

### **Арифметическая и геометрическая прогрессии**

37. 3,5. 38. -3. 39. 65. 40. 15. 41. 10. 42. 0,2. 43. -3. 44. 33.  
45. 10. 46. 6. 47. 6. 48. Начиная с  $n = 7$ . 49. Начиная с  $n = 20$ . 50. Начиная  
с  $n = 6$ . 51. Начиная с  $n = 7$ . 52. Начиная с  $n = 9$ . 53. Начиная с  $n = 15$ .  
54. Начиная с  $n = 11$ . 55. Начиная с  $n = 10$ . 56. 5. 57. 10. 58. 0,4. 59. 3,6.  
60. -2. 61. 0,1. 62. 48. 63. 0,5. 64. 2. 65. 714. 66. 205. 67. 432. 68. 616.  
69. 660. 70. 780. 71. 6. 72. 42. 73. 56. 74.  $-\frac{1}{48}$ . 75. 6. 76. 10. 77.  $\frac{1}{2}$ .  
78. 35 821,57 р. 79. 15; 60; 240 и 80; 60; 45. 80. 6; 24; 42.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

|                                                                                        |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Предисловие для учителя .....                                                          | 3   |
| <i>Задачи на повторение .....</i>                                                      | 5   |
| <b>Глава 1. НЕРАВЕНСТВА И СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ</b>                                       |     |
| § 1. Линейные и квадратные неравенства .....                                           | 13  |
| § 2. Рациональные неравенства .....                                                    | 16  |
| § 3. Множества и операции над ними .....                                               | 21  |
| § 4. Системы рациональных неравенств .....                                             | 25  |
| Домашняя контрольная работа № 1 .....                                                  | 31  |
| <b>Глава 2. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ</b>                                                      |     |
| § 5. Основные понятия .....                                                            | 34  |
| § 6. Методы решения систем уравнений .....                                             | 41  |
| § 7. Системы уравнений как математические модели реальных ситуаций.....                | 46  |
| Домашняя контрольная работа № 2 .....                                                  | 53  |
| <b>Глава 3. ЧИСЛОВЫЕ ФУНКЦИИ</b>                                                       |     |
| § 8. Определение числовой функции. Область определения, область значений функции ..... | 57  |
| § 9. Способы задания функций .....                                                     | 62  |
| § 10. Свойства функций .....                                                           | 70  |
| § 11. Четные и нечетные функции .....                                                  | 73  |
| § 12. Функции $y = x^n$ ( $n \in N$ ), их свойства и графики.....                      | 79  |
| § 13. Функции $y = x^{-n}$ ( $n \in N$ ), их свойства и графики.....                   | 84  |
| § 14. Функция $y = \sqrt[3]{x}$ , ее свойства и график .....                           | 88  |
| Домашняя контрольная работа № 3 .....                                                  | 91  |
| <b>Глава 4. ПРОГРЕССИИ</b>                                                             |     |
| § 15. Числовые последовательности .....                                                | 93  |
| § 16. Арифметическая прогрессия.....                                                   | 98  |
| § 17. Геометрическая прогрессия .....                                                  | 108 |
| Домашняя контрольная работа № 4 .....                                                  | 118 |
| <b>Глава 5. ЭЛЕМЕНТЫ КОМБИНАТОРИКИ, СТАТИСТИКИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ</b>               |     |
| § 18. Комбинаторные задачи.....                                                        | 120 |
| § 19. Статистика — дизайн информации .....                                             | 125 |
| § 20. Простейшие вероятностные задачи .....                                            | 131 |
| § 21. Экспериментальные данные и вероятности событий.....                              | 135 |
| Домашняя контрольная работа № 5 .....                                                  | 140 |
| <i>Итоговое повторение .....</i>                                                       | 142 |
| <i>Ответы .....</i>                                                                    | 205 |