**ПРИМЕРНАЯ ПРОГРАММА ЭЛЕКТИВНОГО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ»  
ДЛЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ОРГАНИЗАЦИЙ ПМР,  
РЕАЛИЗУЮЩИХ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫЙ ПРОФИЛЬ  
11 КЛАСС**

# *Составители:*

– **Е.С. Горохова**, учитель математики высш. квалиф. категории МОУ «Бендерский теоретический лицей им. Л.С. Берга»;

– **С.Н. Греча**, учитель математики высш. квалиф. категории МОУ «Бендерский теоретический лицей им. Л.С. Берга».

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Примерная программа элективного учебного предмета «Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов» составлена в соответствии с требованиями Государственного образовательного стандарта среднего (полного) образования Приднестровской Молдавской Республики на основе примерной программы учебного предмета «Алгебра и начала математического анализа» для обучающихся естественно-научного профиля и рассчитана на изучение в течение одного года обучения в 11 классе.

Примерная программа элективного учебного предмета «Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов» обладает субъективной новизной: включает новые для учащихся знания, не содержащиеся в примерной программе учебного предмета; способствует развитию познавательного интереса учащихся и представляет ценность для их профессионального самоопределения. Содержание направлено на интеллектуальное, творческое, эмоциональное развитие школьников, предполагает широкое использование методов активного обучения коллективного и индивидуального (учебная практика, проекты, деловые игры, тренинги, наблюдения и др.).

Примерная программа ориентирована на углубленное изучение дополнительного раздела программы учебного предмета.

Общей целью изучения элективного учебного предмета «Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов» на ступени среднего (полного) общего образования является обучение слушателей составлению дифференциального уравнения как методу моделирования физического, биологического или любого другого процесса, проходящего в природе.

Основными задачами реализации примерной программы элективного учебного предмета «Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов» на ступени среднего (полного) общего образования на профильном уровне являются:

– формирование способности строить и исследовать простейшие математические модели при решении прикладных задач, задач из смежных дисциплин;

– овладение умением составлять дифференциальные уравнения в ходе решения задачи, находить общее решение простейших дифференциальных уравнений;

– развитие способов деятельности, применимых на занятиях с интеграцией в физику, биологию, экологию, археологию, демографию населения и численности фауны;

– воспитание средствами математики культуры личности: знакомство с историей развития математики, эволюцией математических идей, понимание значимости математики для общественного прогресса.

**ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЭЛЕКТИВНОГО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ»**

Программа элективного учебного предмета «Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов» включает 4 раздела.

**Раздел 1 «Производная и первообразная».** Предусматривает обобщение и систематизацию знаний по данной теме.

**Раздел 2 «Простейшие дифференциальные уравнения. Уравнение *у' = ку*».**

**Раздел 3 «Дифференциальные уравнения вида *у' = f(y)*».** Содержание этих разделов знакомит с задачами, приводящими к понятию дифференциального уравнения из физики, биологии, химии; способствует формированию расширения представлений обучающихся о прикладных аспектах математики.

**Раздел 4 «Некоторые более сложные уравнения и системы уравнений».** Содержание этого раздела нацелено на совершенствование в использовании математического аппарата, в частности, аппарата дифференциально-интегрального исчисления, формирование устойчивого интереса к изучению дисциплин естественно-математического цикла, развитие творческих способностей.

**МЕСТО ЭЛЕКТИВНОГО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ»  
В БАЗИСНОМ УЧЕБНОМ ПЛАНЕ**

Базисный учебный план организаций образования, реализующих программы основного среднего (полного) образования Приднестровской Молдавской Республики, предусматривает изучение элективных учебных предметов в инвариантной части для естественно-научного профиля в количестве 34 часов в год в 11 классе *(табл. 1)*.

В том числе:

*Таблица 1*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Класс** | **Количество часов за год** | **Количество часов в неделю** |
| 11 | 34 | 1 |

**ЛИЧНОСТНЫЕ, МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ И ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ  
ОСВОЕНИЯ ЭЛЕКТИВНОГО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ»**

Методической основой преподавания учебного предмета на ступени среднего (полного) общего образования является системно-деятельностный подход, обеспечивающий достижение личностных, метапредметных и предметных образовательных результатов посредством организации активной познавательной деятельности обучающихся.

**1. Личностные результаты** *(табл. 2)*.

*Таблица 2*

|  |  |
| --- | --- |
| **У обучающегося будут сформированы** | **Обучающийся получит возможность для формирования** |
| – готовность и способность к самообразованию;  – готовность и способность вести диалог со сверстниками, находить общие цели и сотрудничать для их достижения | – навыков сотрудничества со сверстниками и педагогами в учебно-исследова­тельской, проектной деятельности;  – представления о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах ее развития, о ее значимости для развития цивилизации |

**2. Метапредметные результаты** *(табл. 3)*.

*Таблица 3*

|  |  |
| --- | --- |
| **У обучающегося будут сформированы** | **Обучающийся получит возможность для формирования** |
| **Регулятивные универсальные учебные действия** | |
| – самостоятельно определять цель и составлять план деятельности, осуществлять и корректировать деятельность, использовать все возможные ресурсы для реализации проектной деятельности;  – владеть навыками учебно-исследователь­ской и проектной деятельности, навыками разрешения проблем;  – способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач, применению различных методов (наблюдение, сравнение, моделирование и др.);  – умение самостоятельно оценивать свои учебные достижения;  – отражение в устной и письменной форме результатов своей деятельности | – логического и критического мышления, способности к умственному эксперименту;  – умения видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни;  – умения выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки |
| **Коммуникативные универсальные учебные действия** | |
| – владение умениями совместной деятельности: согласование и координация деятельности с другими ее участниками; объективное оценивание своего вклада в решение общих задач коллектива;  – умение работать в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов;  – слушать партнера; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение | – понимания сущности алгоритмических предписаний и умения действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;  – умения самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем;  – умения планировать и осуществлять деятельность, направленную на решение задач исследовательского характера |
| **Познавательные универсальные учебные действия** | |
| – осознанное владение логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, классификации на основе самостоятельного выбора оснований и критериев, установления родовидовых связей;  – умение устанавливать причинно-след­ственные связи; строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и выводы;  – умение создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач | – умения находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математических проблем, и представлять ее в понятной форме; принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;  – умения понимать и использовать математические средства наглядности (рисунки, чертежи, схемы и др.) для иллюстрации, интерпретации, аргументации |

**3. Предметные результаты** *(табл. 4)*.

*Таблица 4*

|  |  |
| --- | --- |
| **У обучающегося будут сформированы** | **Обучающийся получит возможность для формирования** |
| – основные понятия и определения;  – основные теоремы существования и единственности решения;  – теоремы о свойствах решений линейных дифференциальных уравнений и систем;  – теоремы о представлении решений дифференциальных уравнений и систем с постоянными коэффициентами;  – уравнения в частных производных первого порядка и способы;  – умение решать основные типы дифференциальных уравнений первого порядка | – умения моделировать простейшие физические, биологические, химические процессы в виде дифференциальных уравнений;  – умения исследовать устойчивость решений;  – умения решать уравнения в частных производных первого порядка |

**СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ ЭЛЕКТИВНОГО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ»**

Тематическое распределение часов *(табл. 5)*.

*Таблица 5*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **№ п/п** | **Название раздела** | **Кол-во часов** |
| 1 | Раздел 1 «Производная и первообразная. Повторение» | 8 |
| 2 | Раздел 2 «Простейшие дифференциальные уравнения. Уравнение *y' = кy*» | 12 |
| 3 | Раздел 3 «Дифференциальные уравнения вида *y' = f(y)*» | 4 |
| 4 | Раздел 4 «Некоторые более сложные уравнения и системы уравнений» | 10 |
|  | **Итого** | **34** |

**Раздел 1 «Производная и первообразная. Повторение»**

Мгновенная скорость. Производная функции в точке, геометрический смысл, касательная к графику функции. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производные элементарных функций. Экспонента как ненулевая функция, совпадающая со своей производной. Показательная и логарифмическая функции. Нахождение перемещения по графику скорости. Первообразная, определенный интеграл и формула Ньютона–Лейбница. Простейшие приемы интегрирования (линейность интеграла и линейные замены). Общие правила интегрирования (метод замены переменных и метод интегрирования по частям).

**Раздел 2 «Простейшие дифференциальные уравнения. Уравнение *у' = ку*»**

Закон Мальтуса. Учет рождаемости и смертности. Биотический потенциал живых организмов. Модель неограниченного роста. Примеры реально зафиксированных вспышек роста живых организмов и их влияние на экосистемы. Закон радиоактивного распада. Уравнение радиоактивного распада. Дифференциальное уравнение и его решения. Задача Коши. Радиоуглеродный метод датировки ископаемых остатков живых организмов. Изменение атмосферного давления с высотой.

**Раздел 3 «Дифференциальные уравнения вида *у' = f(y)*»**

Задача о нагревании или остывании тела во внешней среде с постоянной температурой. Задача о скорости химической реакции образования димеров. Модель изменения численности с учетом конкуренции за ресурс (модель Ферхюльста). Логистическая кривая. Задача о вытекании воды из сосуда под действием тяжести.

**Раздел 4 «Некоторые более сложные уравнения и системы уравнений»**

Уравнения с разделяющимися переменными. Примеры уравнений первого порядка с неразделяющимися переменными и приемы их решения. Некоторые уравнения второго порядка. Сведение к системам уравнений первого порядка. Уравнение Ньютона. Затухающие колебания. Модель роста численности «хищник–жертва». Уравнения Лотки–Вольтерры. Задача о падении тела в воздухе. Реактивное движение. Формула Циолковского.

**ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭЛЕКТИВНОГО  
УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ  
КАК МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕАЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ»**

*Таблица 6*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№ урока** | **Тематическое планирование** | **Кол-во часов** | **Характеристика основных видов деятельности учащихся** |
| **Раздел 1 «Производная и первообразная» (8 ч)** | | | |
| 1 | Мгновенная скорость | 1 | – самостоятельное планирование альтернативных путей достижения целей;  – осознанное владение понятиями, установление аналогий;  – формирование учебной и общепользовательской компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий;  – закрепление, углубление, расширение и систематизация знаний по теме «Производная и первообразная» |
| 2 | Производная функции в точке, геометрический смысл, касательная к графику функции | 1 |
| 3 | Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Производные элементарных функций | 1 |
| 4 | Экспонента как ненулевая функция, совпадающая со своей производной. Показательная и логарифмическая функции | 1 |
| 5 | Нахождение перемещения по графику скорости. Первообразная, определенный интеграл и формула Ньютона–Лейбница | 1 |
| 6 | Простейшие приемы интегрирования (линейность интеграла и линейные замены) | 1 |
| 7 | Общие правила интегрирования (метод замены переменных и метод интегрирования по частям) | 1 |
| 8 | Интегралы от некоторых элементарных функций | 1 |
| **Раздел 2 «Простейшие дифференциальные уравнения. Уравнение *y*' = *кy*» (12 ч)** | | | |
| 9–10 | Закон Мальтуса. Учет рождаемости и смертности. Биотический потенциал живых организмов | 2 | – умение осуществлять контроль по результату и по способу действия на уровне произвольного внимания и вносить необходимые коррективы;  – классификация на основе самостоятельного выбора критериев;  – умение слушать партнера, формулировать и отстаивать свое мнение;  – умение составлять математические модели реальных процессов |
| 11–12 | Модель неограниченного роста. Примеры реально зафиксированных вспышек роста живых организмов и их влияние на экосистемы | 2 |
| 13–14 | Закон радиоактивного распада. Уравнение радиоактивного распада | 2 |
| 15–16 | Дифференциальное уравнение и его решения. Задача Коши | 2 |
| 17–18 | Радиоуглеродный метод датировки ископаемых остатков живых организмов | 2 |
| 19–20 | Изменение атмосферного давления с высотой | 2 |
| **Раздел 3 «Дифференциальные уравнения вида *y*' = *f*(*y*)» (4 ч)** | | | |
| 21 | Задача о нагревании или остывании тела во внешней среде с постоянной температурой | 1 | – умение адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи;  – умение устанавливать причинно-следственные связи;  – умение работать в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов;  – формировать умения применять полученные знания при решении нестандартных задач |
| 22 | Задача о скорости химической реакции образования димеров | 1 |
| 23 | Модель изменения численности с учетом конкуренции за ресурс (модель Ферхюльста). Логистическая кривая | 1 |
| 24 | Задача о вытекании воды из сосуда под действием тяжести | 1 |
| **Раздел 4 «Некоторые более сложные уравнения и системы уравнений» (10 ч)** | | | |
| 25–26 | Обзор некоторых простейших типов дифференциальных уравнений. Уравнения с разделяющимися переменными | 2 | – формирование и развитие таких качеств, как интеллектуальная восприимчивость и способность к усвоению новой информации, гибкость и независимость логического мышления;  – решение дифференциальных уравнений разных видов и их применение для решения задач |
| 27–28 | Примеры уравнений первого порядка с неразделяющимися переменными и приемы их решения | 2 |
| 29–30 | Некоторые уравнения второго порядка. Сведение к системам уравнений первого порядка. Уравнение Ньютона | 2 |
| 31 | Затухающие колебания | 1 |
| 32 | Модель роста численности «хищник–жертва». Уравнения Лотки–Вольтерры | 1 |
| 33 | Задача о падении тела в воздухе | 1 |
| 34 | Реактивное движение. Формула Циолковского | 1 |

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ  
ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

**I. Программно-методический аппарат**

Примерная программа по учебному предмету «Алгебра и начала математического анализа» для 10–11 классов общеобразовательных организаций Приднестровской Молдавской Республики.

**II. Учебные издания:**

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1975.
2. Бибиков Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. – М.: Высшая школа, 1991.
3. Бугров Я.С., Никольский С.М. Высшая математика / под ред. В.А. Садовничего. – М.: Дрофа, 2005.
4. Зельдович Я.Б., Яглом И.М. Высшая математика для начинающих физиков и техников. – М.: Наука, 1982.
5. Ильин В.А. Высшая математика. Учебник. – М.: Проспект, 2002.

**III. Дополнительная литература:**

1. Зайцев В.Ф., Полянин А.Д. Справочник по дифференциальным уравнениям с частными производными первого порядка. – М.: Физматлит, 2003.
2. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1987.
3. Латипов Х.Р. Качественные исследования характеристик одного класса дифференциальных уравнений в целом. – Ташкент: ФАН, 1993.
4. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – СПб.: Лань, 2003.
5. Петровский И.Г. Лекции по обыкновенным дифференциальным уравнениям. – М.: Наука, 1964.
6. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф., Журов А.И. Методы решения нелинейных уравнений математической физики и механики. – М.: Физматлит, 2005.
7. Полянин А.Д., Зайцев В.Ф. Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: Точные решения. – М.: Физматлит, 2002.
8. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. – М.: Физматлит, 2001.
9. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: ЛКИ, 2008.
10. Шубин М.А. Математический анализ для решения физических задач. – М.: МЦНМО, 2003.
11. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. – М.: Наука, 1969.

**IV. Информационно-техническая поддержка:**

– мультимедийный компьютер;

– мультимедийный проектор;

– принтер;

– сканер;

– экран проекционный.

**V. Электронные ресурсы:**

1. https://infourok.ru/differencialnye\_uravneniya\_i\_ih\_prilozheniya\_v\_estestvoznanii-572177.htm
2. https://www.mathnet.ru/links/4f3dbdf077381d78f8ce5a34bd7066a7/vuu1.pdf
3. http://math.phys.msu.ru/archive/2014\_2015/57/posob1.pdf
4. https://www.rudn.ru/science/research-projects/39701